Universidad Continental

Guía de Trabajo

Matemática Discreta 1

Rivera De la Cruz, Leoncio Abelardo

Contenido

Presentación

Le presento la guía de la asignatura de Matemática Discreta 1, diseñada para acompañarlos a lo largo de este emocionante viaje por el mundo de las estructuras matemáticas discretas elementales. Esta guía será un recurso importante en su proceso de aprendizaje, ofreciendo una estructura clara para los contenidos de la asignatura y proporcionando una variedad de problemas y ejercicios para maximizar su comprensión.

Los contenidos de la asignatura son: Teoría de números, sistemas numéricos y sistemas de codificación. Lógica matemática y binaria. Teoría de conjuntos, relaciones y funciones. Relación de recurrencia, análisis combinatorio y estructuras algebraicas

El resultado de aprendizaje de la asignatura busca que, el estudiante sea capaz utilizar estructuras discretas elementales, formalismos lógicos y matemáticos para la formulación y resolución de problemas de Ciencias de la Computación e Ingeniería de Sistemas e Informática. También en la primera Unidad, el estudiante será capaz de aplicar las nociones de teoría de números, sistemas numéricos y sistemas de codificación, para la comprensión de la matemática computacional. En la segunda Unidad, el estudiante será capaz de aplicar las nociones básicas de la lógica matemática y binaria, demostrando si un razonamiento es correcto o no. En la tercera unidad, el estudiante será capaz de interpretar las definiciones de teoría de conjuntos, relaciones y funciones para la representación de datos de problemas reales. Y, en cuarta Unidad el estudiante será capaz de utilizar los principios de inducción matemática, principios y técnicas de conteo, estructuras algebraicas para la resolución de problemas reales dentro del ámbito de la ciencia de la computación.

Finalmente se recomienda la asistencia y participación activa en todas las clases, revisar el aula virtual donde se comparte todo el material de la signatura, revisar los problemas y ejercicios de la guía antes de cada clase, aplicar la estrategia del trabajo colaborativo. Por último, todos estamos comprometidos con su éxito en esta asignatura.

Leoncio Rivera

Primera **Unidad**

Teoría de números, sistemas numéricos y sistemas de codificación

Semana 1: Sesión 2

Introducción a la teoría de números

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de utilizar los conceptos de teoría de números, operaciones de división y módulo (DIV y MOD) en contextos matemáticos mediante la resolución de problemas y ejercicios.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Dado un algoritmo que necesita calcular repetidamente "**n MOD 2"** para varios valores de "**n**", ¿qué optimización se puede aplicar para mejorar la eficiencia del cálculo? Un programador les da las siguientes opciones: Cuál de ellas es más óptima. Justifique su respuesta

   a. Utilizar una operación de división cada vez.

   b. Evaluar si "n" es par o impar.

   c. Elevar "n" al cuadrado antes del cálculo.

   e. Sumar 1 a "n" y luego calcular "n MOD 2".

2. **Aritmética modular y potencias:**

¿Cuál es el residuo de dividir 2^{100} entre 13?

3, **Operación Módulo y Congruencias:**

Si dos números, **a** y **b**, satisfacen la congruencia (**a** equiv **b** mod **n**), y sabemos que **a = 47** y **n = 8**, ¿cuál es un posible valor de **b**?

4. **Números primos y enteros**

Sea p un primo y a, b enteros positivos. Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta.

a. Si mcd(a, p^2) = p, entonces mcd (a^2, p^2) = p^2 .

b. Si mcd(a, p^2) = p y mcd (b, p^2) = p^2 , entonces mcd (ab, p^4) = p^3

c. Si mcd(a, p^2) = p y mcd (b, p^2) = p, entonces mcd (ab, p^4) = p^2 . d. Si mcd(a, p^2) = p, entonces mcd(a + p, p^2) = p.

Nota: Tomado de Varona, J. (2019)

5. **MCD**

Si x, y, z son tres enteros positivos que verifican x^2 + y^2 = z^2.

Demuestre que mcd (x, y, z) = 1 ⇔ mcd (x, y) = 1.

6. DIV Y MOD

Si p es un número primo tal que p>3, y q= p^2-1 determine q mod 24.

7. Demuestre que $3^{2x+5}+2^{2x+1}$ es divisible por 7, si $x \geq 1$.

8. Halla todos los enteros positivos n tales 3^n+5^n es múltiplo de $3^{n+1}+5^n+1$

Nota: Tomado de Varona, J. (2019)

Semana 2: Sesión 2

Algoritmo Euclidiano y Teorema de Fermat

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de utilizar el Algoritmo Euclidiano y el Teorema de Fermat en la resolución de problemas y ejercicios.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Euclides demostró que hay infinitos números primos. Considerando su prueba, si tomamos cualquier conjunto finito de números primos y multiplicamos todos ellos juntos y luego sumamos 1 al producto, esta nueva cantidad es:

   a. Siempre un número primo.

   b. Un número compuesto que tiene al menos un factor primo que no está en el conjunto original.

   c. Un número que no es ni primo ni compuesto.

   d. Un número que puede ser divisible por alguno de los primos en el conjunto original. Justifique su respuesta

2. Utilizando el pequeño Teorema de Fermat, calcula el resto de dividir 3^{100} por 13.

3. Al determinar el MCD de dos números por el algoritmo de Euclides se

obtuvieron como coeficientes sucesivos a: 4:1; 1; 8 ¿Cuál es la diferencia entre dichos números sabiendo que es un cuadrado perfecto y el menor posible?

Nota: Tomado de https://youtu.be/bBuLoKo0gHo?si=3rrSktRQ9ydyMrm4 (2023)

4. Determina los naturales a, b, r1, r2 y MCD (a; b) sabiendo que 3b-a=34 el esquema del algoritmo de Euclides para hallar D es:

	2	1	3	2
a	b	r_1	r_2	D
r_1	r_2	D	0	

5. Se muestra el esquema del algoritmo de Euclides para hallar el MCD (a, b). Determina los naturales a, b y c si: r1 y r2 verifican que r1-2 r2 = 44

	$2c$	$5c$	c	c
a	b	r_1	r_2	11
r_1	r_2	11	0	

6. Utilizando el Teorema de Fermat, determine el resto de dividir: 5^{28574} entre 7

7. Resolver: $10^{61}x \equiv 17(mod\ 13)$, utilizando el Teorema de Fermat

8. Utilizando el Teorema de Fermat, determine el resto de dividir:

$13^{16} - 2^{25}.5^{15}\ por\ 3$

Semana 3: Sesión 2

Criptografía, Tipos y conversiones de sistemas numéricos

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios utilizando los algoritmos criptográficos y los diferentes tipos de sistemas numéricos y sus conversiones.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. ¿Qué sistema numérico se utiliza comúnmente en la criptografía, particularmente en los algoritmos de clave pública?

2. ¿Cuál es el mejor método para convertir un número del sistema hexadecimal al sistema binario?

3. Convierte el número hexadecimal 1A3F a un número binario y luego convierte ese número binario a un número octal.

4. Uso de conversiones en sistemas de memoria

Un sistema utiliza direcciones de memoria expresadas en octal. Si un ingeniero encuentra que una dirección de memoria problemática es 1725 octal, ¿a qué dirección corresponde en hexadecimal para facilitar la búsqueda en los registros del sistema que están en ese formato?

5. Interpretación de datos binarios

En el contexto de la programación de bajo nivel, podrías encontrarte con datos binarios. Si recibes un byte que representa un número en complemento a dos, por ejemplo, 11101101, ¿cuál es su valor en decimal?

6. Estás desarrollando un programa que requiere que ingreses colores en formato RGB, pero la información que tienes está en formato hexadecimal (como en HTML/CSS). ¿Cómo convertirías el color hexadecimal #3FAE7D a su equivalente en valores RGB decimal?

7. El equipo de seguridad informática de Banca por Internet intercepta el mensaje “33” que se envió usando el método RSA con e=5, p=5 y q=7. Determine el mensaje enviado.

8. En función a la siguiente tabla

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	0

Determine el mensaje encriptado, si el mensaje original es el arreglo SCIENCE, usando la clave privada (26,5). Usando el método RSA

Semana 4: Sesión 2

Sistemas de codificación BCD, ASCII, UNICODE y Sistemas binarios alfanuméricos

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios utilizando los sistemas de codificación y sistemas binarios alfanuméricos.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1 ¿Cuál sería la representación BCD del número decimal 259?

2. ASCII (American Standard Code for Information Interchange)

Dado el siguiente string "HELLO", ¿cuál sería la secuencia de valores en hexadecimal que representa este string en ASCII?

3. **BCD (Binary-Coded Decimal)**

¿Cuál es el valor decimal representado por el siguiente código BCD: 0001 0010 0100?

4. Supongamos que estás analizando un flujo de bytes en una comunicación de datos y encuentras la secuencia 65 66 67 13 10 en

hexadecimal. ¿Cuál sería la interpretación correcta de esta secuencia en ASCII y qué significan los últimos dos bytes?

5. Si tienes que almacenar el número de tarjeta de crédito 4539 1488 0343 5910 en un sistema que utiliza BCD, ¿cuántos bytes necesitarías para representarlo eficientemente y por qué?

6. **Conversión de ASCII a binario**
Si estás diseñando un sistema de comunicaciones que envía mensajes de texto en binario, ¿cuál sería la representación binaria del string "OK" utilizando el estándar ASCII?

7. **Interpretación de BCD**
Un sensor de temperatura envía lecturas en formato BCD. Si recibes la secuencia binaria 0001 0010 0100 1001, ¿qué temperatura en grados Celsius representa?

8. Un dispositivo de entrada envía el siguiente código binario a una computadora: 01101000 01101001. ¿Qué palabra representa esta secuencia de bits en ASCII y qué debemos tener en cuenta al realizar conversiones entre binario y ASCII?

Segunda

Unidad

Lógica matemática y binaria

Semana 5: Sesión 2

Lógica proposicional, tablas de verdad y leyes lógicas

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios utilizando los conceptos de lógica proposicional, tablas de verdad y leyes lógicas.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Identifique cuál(s) de las siguientes proposiciones son simples o compuesta. Justifique su respuesta.

a. El código fuente se integra al repositorio principal si y solo si ha pasado las pruebas unitarias.

b. Si un sistema es considerado seguro, entonces no es vulnerable a ataques de inyección SQL.

c. Un usuario puede iniciar sesión en el sistema solo si su nombre de usuario y contraseña son correctos.

d. $95_{(10)}= 1011111_{(2)}= 5\,F_{(16)}= 137_{(8)}$

g. 661 es un número primo.

h. @<> alt+64

2. Dada la proposición:

$[(p \vee q) \wedge (p \to {\sim}r) \wedge (q \to r) \wedge {\sim} p] \to r$

a) Construye la tabla de verdad.

b) Determine si es una tautología, contradicción o contingencia.

3. Simplifique la siguiente proposición detallando las leyes lógicas que ha utilizado.

$\{({\sim}p \to {\sim}p) \vee [(p \wedge {\sim}q)\ v\ (p \to {\sim}q)]\} \wedge [{\sim}q \wedge (r \vee {\sim}q)]$

4. Simplifique la siguiente proposición detallando las leyes lógicas que ha utilizado.

$\{{\sim}[{\sim}({\sim}p) \vee (q \wedge {\sim}p)] \vee ({\sim}r \vee {\sim}p)\} \to r$

5. Dada la proposición: $\to {\sim}\mathbf{q}) \wedge (\mathbf{r} \to {\sim}\mathbf{q}) \wedge {\sim}\mathbf{p}] \to \mathbf{q}$

a) Construye la tabla de verdad.

b) Determine si es una tautología, contradicción o contingencia.

6. 1 si " Si (x)=

0 si "x" ...

Además: f (m ∧ n) =0

f (~n v t) =0

Determina el valor de: S=$\frac{f(t \Delta n) + f(m\ t)}{f(m\ v\ r)}$

7. Dada la proposición:

$[(p \wedge {\sim}r) \to ({\sim}\ p \vee q)] \wedge {\sim} (r \leftrightarrow {\sim}\ q)$

a) Construye la tabla de verdad.

b) Determine si es una tautología, contradicción o contingencia.

8. Simplifique la siguiente proposición detallando las leyes lógicas que ha utilizado.

$\{(p \vee q) \wedge [(r \wedge \sim q) \vee (q \vee \sim r)]\} \boldsymbol{v} [q \vee (\sim r \wedge q)]$

Semana 6: Sesión 2

Leyes de inferencia y formas normales

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios utilizando las definiciones de lógica proposicional, tablas de verdad y leyes lógicas.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Supongamos que tenemos las siguientes proposiciones lógicas sobre un sistema de archivos:

Premisa 1: Si un archivo es de solo lectura, entonces no puede ser modificado.

Premisa 2: El archivo 'config.sys' puede ser modificado.

¿Qué se puede concluir según las leyes de inferencia?

2. Considera el siguiente código en un lenguaje de programación hipotético:

``` if (usuarioEsAdmin) {

accesoTotal = true;

} ```

Y se sabe que el valor de la variable `accesoTotal` es `false`.
```

¿Qué ley de inferencia podemos usar para determinar si el usuario es admin o no?

3. Un programador está depurando un sistema. Él conoce estas reglas:

Premisa 1: Si el módulo A tiene un fallo, entonces el sistema se cuelga.

Premisa 2: Si el sistema se cuelga, se registra un error en el log.

Premisa 3: No hay errores registrados en el log. ¿Qué conclusión lógica puede inferir el programador?

4. Demuestre la conclusión mediante leyes de inferencia.

$$P_1 : p \vee q$$
$$P_2 : p \to (r \wedge \sim s)$$
$$P_3 : q \to (\sim r \wedge s)$$
$$\underline{P_4 : r \vee \sim s}$$
$$\therefore \ \sim (r \to s)$$

5. Demuestre la conclusión mediante leyes de inferencia.

$$P_1 : (p \vee q) \to r$$
$$P_2 : r \to (s \vee t)$$
$$P_3 : t \to u$$
$$\underline{P_4 : \sim s \wedge \sim u}$$
$$\therefore \ \sim q$$

6. Transformar a su **FNC** la siguiente proposición:
(p$\leftrightarrow q) v\ r$

7. Transformar a su **FND** la siguiente proposición:
$\sim [p \ \wedge (q \to r)]$

8. Transformar a su **FND** la siguiente proposición:

$\sim[(\sim p\ v \sim q) \rightarrow \sim(p \wedge q)]$

Semana 7: Sesión 2

Lógica binaría, introducción al álgebra booleana y circuitos combinatorios

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios aplicando los conceptos de lógica binaria, álgebra booleana y circuitos combinatorios.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera con respecto a las compuertas lógicas NAND y NOR en la construcción de circuitos? Justifique su respuesta.

a) Solo la compuerta NAND es una compuerta universal que puede usarse para crear cualquier otra compuerta lógica.

b) Solo la compuerta NOR es una compuerta universal que puede usarse para crear cualquier otra compuerta lógica.

c) Tanto la compuerta NAND como la compuerta NOR son compuertas universales y pueden usarse para crear cualquier otra compuerta lógica.

d) Ni la compuerta NAND ni la compuerta NOR pueden usarse para crear otras compuertas lógicas.

2. Desarrolla la tabla de verdad de la siguiente expresión booleana SOP: $ABC+A\underline{B}C$

3. Simplifique la siguiente expresión mediante el Álgebra de Boole

   $[A\,\underline{B}\,(C+BD)+\underline{A}\,\underline{B}]C$

4. Simplificar la siguiente función booleana utilizando el mapa de Karnaugh.

   W = a 'b'c' +a'b'c'+ ab'c'+ ab'c

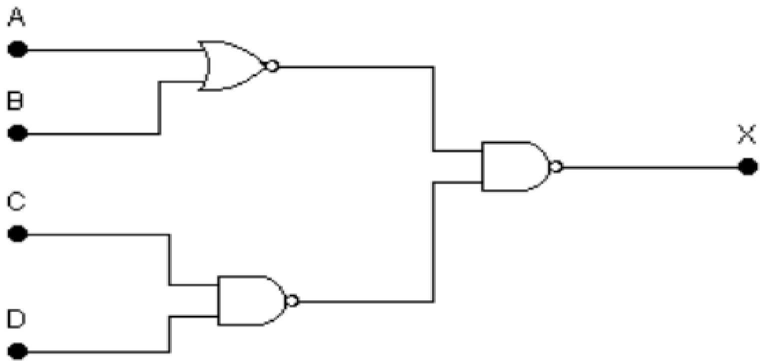
5. Según el circuito adjunto:

a) Identificar cuántas entradas y salidas tiene

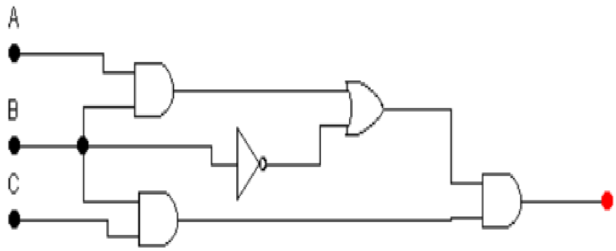
b) Identificar las compuertas lógicas.

c) Construir la tabla de verdad.

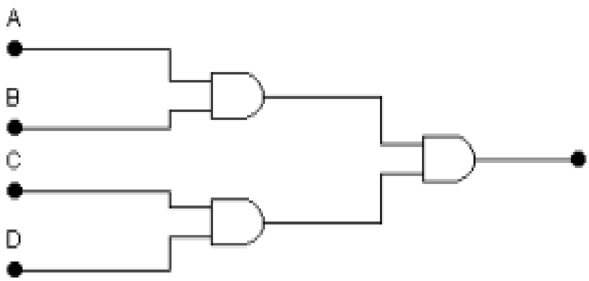
d) Representar el circuito por medio de una ecuación.



6. Representar la salida del circuito por medio de una ecuación.



7. Representar la salida del circuito mediante una ecuación y la tabla de verdad



8. ¿Qué ventajas ofrece la utilización de una representación canónica en álgebra booleana? Justifique su respuesta.

a) Las representaciones canónicas son más eficientes computacionalmente que otras formas simplificadas.

b) Las representaciones canónicas ofrecen una simplificación máxima de las funciones booleanas.

c) Las representaciones canónicas, como las formas normales disyuntiva y conjuntiva, permiten comparar fácilmente funciones booleanas para verificar su equivalencia.

d) Las representaciones canónicas son las únicas representaciones que permiten la implementación en circuitos digitales.

Semana 8: Sesión 2

Lógica de predicados: cuantificación universal y existencial

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios aplicando los conceptos de lógica de predicados y cuantificación universal y existencial.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Simboliza en Lógica de predicados, la siguiente expresión, teniendo en cuenta el universo o el dominio que se especifica.

Sea el dominio U el conjunto de todos los algoritmos, y sean los predicados R(x) = "x es un algoritmo de ordenamiento" y S(x) = "x tiene una complejidad temporal de O (n log n)". Expresa en términos de lógica de predicados la siguiente oración:

"Existe al menos un algoritmo de ordenamiento que tiene una complejidad temporal de O (n log n)."

2. Simboliza en Lógica de predicados, la siguiente expresión, teniendo en cuenta el universo o el dominio que se especifica.

Dado el dominio D de todos los sistemas operativos y el predicado T(x) = "x es un sistema operativo de tiempo real", formula la siguiente proposición utilizando lógica de predicados:

"No todos los sistemas operativos son de tiempo real."

3. Simboliza en Lógica de predicados, las siguientes expresiones, teniendo en cuenta los universos o dominios que se especifican.

a. *Sea el* U= {Programas de ordenador*]*.

*Exprese en términos de lógica de pred*icados la siguiente expresión.

Solo los programas que funcionan perfectamente son puestos a la venta.

Sean los predicados:

R(x) = "x funciona perfectamente" y S(x) = "x es puesto a la venta"

b. *Sea el* U= {Programas de ordenador].

*Exprese en términos de lógica de pred*icados la siguiente expresión.

Hay programas que funcionan tanto en Unix como en Solaris.

Si los predicados son:

R(x) = "x funcionan Unix" y S(x) = "x funcionan en Solaris”

4. Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

p: $\forall\ x \in Z/x^2 < 0$

q: $\exists\ x \in Z/\ (x - 0{,}25)^2$=0

r: $\exists\ x$ ∈ N/ (2X+1) (3X-5) =0

s: $\exists\ x \in$ N/$\sqrt{x^2 + 19}$=100

Y luego determine: :[(p → q) →r] →s

5. Si: N= {1; 2; 3; 4;…}.Negar simbólicamente las siguientes proposiciones mediante el uso de cuantificadores.

r: $\forall\ x \in$ N;$x^2 - 25 = 0$

s: $\exists\ x \in$ N;$x^2 - 25 = 0$

6. Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

p: $\forall\ x \in Z/x^5 \neq 0$

q: $\exists\ x \in$ Z/ $|x|$ =-$|x|$

r: $\exists\ x \in$ N/ $x!$ =0

s: $\exists\ x \in$Z /x^3=-81

Y luego determine: :[(p → q) →r] ∨ s

7. Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

p: {∀ x ∈ N, $(x + 5)$ ϵ R}

q: Si a>b, ∀ x ∈ R: a+ x > b+ x

r: si a<b,∀ x <0: a x <bx

Y luego determine :(p → q) →r

8. Determine la negación de las siguientes proposiciones

a. $\forall x > 0/(\frac{x-y}{20}$<z)∧ $(x - y \leq 8)$

b. $\exists x > 0/(x + y = 8) \rightarrow (x + 2y > 8)$

Tercera **Unidad**

Teoría de conjuntos, relaciones y funciones

Semana 9: Sesión 2

Teoría de conjuntos: leyes, operación y partición

Sección: .... Fecha: …. /…../…... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios aplicando las leyes, operaciones y partición de conjuntos.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Mediante las leyes del álgebra de conjuntos simplificar

$[[(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B^c})\ \boldsymbol{U}\ \boldsymbol{B^c}] \cup [\boldsymbol{B} \cup (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B})]\ ]^{\boldsymbol{C}}$

2. Mediante las leyes del álgebra de conjuntos simplificar

$(\boldsymbol{B^C} \cup \oint\ ) \cup [(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{A^C}) \cup \boldsymbol{B^C} - (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{A^c}) \cap \boldsymbol{B}]\ ^{\boldsymbol{C}}$

3. Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

Justifique su respuesta.

a. Si tenemos dos conjuntos A y B en informática, donde A = {1, 2, 3} y B = {3, 4, 5}, el resultado de la operación A ∪ B es: {3} ( )

b. La representación correcta de un conjunto en Python es:

conjunto = set ([1, 2, 3, 4]) ( )

c. En la teoría de conjuntos, la diferencia simétrica entre dos conjuntos A y B se denota por A Δ B. Si A = {1, 2, 3} y B = {2, 3, 4}, el resultado de A Δ B es: {1, 4} ()

4. En el desarrollo de software, dos equipos están trabajando en módulos diferentes que comparten algunas funciones comunes. Si el conjunto A representa las funciones desarrolladas por el equipo 1 y el conjunto B representa las funciones del equipo 2, ¿qué operación de teoría de conjuntos nos permitiría identificar las funciones compartidas?

5. Sea el conjunto M= {a;{b} ;{{a}; b}; c}

Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones

Justifique su respuesta.

I. c $\in \boldsymbol{M}$

II. {b}$\notin \boldsymbol{M}$

III. {a; {b}} $\in \boldsymbol{M}$

IV. {{a}; b}$\in \boldsymbol{M}$

V. {c}$\notin \boldsymbol{M}$

6. Dados los conjuntos:

A= $\{\frac{\boldsymbol{x+1}}{\boldsymbol{2}}/\ \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{Z}; \boldsymbol{1} < \boldsymbol{x} < \boldsymbol{6}\}$

B= $\{\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{2}} \in \boldsymbol{Z}\ /\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{N}; -\boldsymbol{4} \leq \boldsymbol{x} < \boldsymbol{6}\}$

Determine: n(A)+n (B)

Nota: Tomado de https://www.youtube.com/watch?v=tGrqyz7IMMg)(2021)

7. Responda las siguientes preguntas

a. Dados los siguientes conjuntos que representan diferentes tipos de lenguajes de programación:

Conjunto A: Lenguajes de propósito general {Python, Java, C++} - Conjunto B: Lenguajes para desarrollo web {JavaScript, PHP, Python} ¿Cuál es el resultado de la operación A Δ B?

b. Se tiene una base de datos con dos tablas, una de estudiantes y otra de cursos. Cada estudiante tiene una lista de cursos a los que está inscrito. Si queremos encontrar aquellos estudiantes que están inscritos en al menos un curso común, ¿qué operación de conjuntos aplicaríamos?

8. Dado un conjunto M= {1, 2, 3, 4,5, 6]. Determine cuáles de las siguientes secuencias son particiones de M:

a. P1= {{5,6}, {1}, {5,4}, {3,2}}

b. P2= {A1, A2, A3} donde:

A1= {x ∈ $\boldsymbol{N}/\frac{1}{2}<\boldsymbol{x}<\frac{3}{2}$}.

A2= {x ∈ $\boldsymbol{N}/\ \boldsymbol{x}$ primo, x ≤ $\boldsymbol{6}$}

A3= {x ∈ $\boldsymbol{N}/\ \boldsymbol{x}^{2}$-10 $\boldsymbol{x}$+24=0}

Nota: Tomado de https://www.youtube.com/watch?v=rNl12ftQPEg(2020)

Semana 10: Sesión 2

Relaciones: propiedades y tipos

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente:

.... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios aplicando las propiedades y tipos de relaciones.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Dados los conjuntos A= {x ϵ Z / -1<x<2} y B= {x ϵ Z /$|x|$<3}, halle AxB.

2. v Sea A = {1,2 ,3 ,4} y la relación en A definida por

R= {(x,y) ϵ AXA: x=y v x+y=3}.Determine el dominio rango de la relación.

Nota: Tomado de Cotrina, J y Zúñiga J. (2021)

3. Sean R y S relaciones contenidas en AxB, demuestre que:

Dom(R)- Dom(S)⊂Dom (R-S)

Nota: Tomado de Cotrina, J y Zúñiga J. (2021)

4. Determinar si la relación:

R= {(x, y) / $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1, x, y\ \in R^{+}\}.$ ¿Es reflexiva, simétrica y transitiva?

5. Sea A= {1, 3, 6, 9}. Determine si la siguiente relación es de equivalencia: R= {(x,

y)∈ AxA /x+y sea par}

6. Se dice que un conjunto R es de equivalencia en A cuando R⊂AxA
y se cumplen las siguientes proposiciones:
a) Para todo x ϵ A, se tiene que (x,y) ϵ R.
b) Si (x,y) ϵ R, entonces (y,z) ϵ R.
c) Si (x,y) ϵ R, entonces (x,z) ϵ R.
Determine si el conjunto R={(x,y) ϵ ZxZ :(x-y) es múltiplo de 3}
Nota: Tomado de Cotrina, J y Zúñiga J. (2021)

7. Considere el conjunto S = {2, 3, 4, 6} y la relación de divisibilidad. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera respecto a la relación de divisibilidad en S? Justifique su respuesta.
a. Es una relación de orden total.
b. No es una relación de orden parcial porque no es antisimétrica.
c. Es una relación de orden parcial porque es reflexiva, antisimétrica y transitiva.
d. No es una relación de orden parcial porque no es transitiva.

8. Sea P = {a, b, c, d} y considere la relación R definida por el siguiente conjunto de pares ordenados: R = {(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, b), (b, c), (a, c)}. ¿Es R una relación de orden parcial en P?

Semana 11: Sesión 2

Funciones: Biyectivas y totales

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente:
.... Unidad: 3
Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios aplicando las definiciones de función biyectiva y total.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Si el conjunto f= {(3,2), $(x,4)$, $(3,x^2-7),(2,5)$}es una función, determine el valor de x.
2. Sea el conjunto A={1,2,3,4} y B={a,b,c}, consideremos las relaciones R1={(1,a),(2,a),(3,c)} y R2={(1,a),(1,b),(2,b),(2,c)} en A x B.

Indique que relaciones son funciones justificando adecuadamente.

Nota: Tomado de Cotrina, J y Zúñiga J. (2021)

3. La función g tal que g(x) = $\frac{x}{x-2}$, ¿es inyectiva?
4. Se tiene una aplicación de red social en donde cada usuario tiene un nombre de usuario único y cada nombre de usuario corresponde a un único perfil de usuario. Si se modela la relación entre nombres de usuario y perfiles de usuario como una función f, ¿cuál de las siguientes afirmaciones sería verdadera si f es una función biyectiva? Justifica su respuesta.

a. Algunos nombres de usuario pueden estar asociados a más de un perfil.

b. Algunos perfiles de usuario pueden no tener ningún nombre de usuario asociado.
c. Cada perfil de usuario está asociado con exactamente un nombre de usuario, y cada nombre de usuario con exactamente un perfil.
d. Si dos usuarios tienen perfiles diferentes, entonces pueden tener el mismo nombre de usuario.

5. Considera unas funciones f que asigna identificadores únicos a usuarios en una base de datos. Si f es biyectiva, y el dominio de f son los nombres de usuario y el rango son los identificadores únicos, ¿qué afirmación es verdadera acerca de la eliminación de un usuario de la base de datos? Justifique su respuesta.
a. La eliminación de un usuario no afecta la biyectividad de la función f.
b. La eliminación de un usuario puede volver la función f no inyectiva.
c. La eliminación de un usuario puede volver la función f no sobreyectiva.
d. La eliminación de un usuario hace que la función f ya no sea una función.

6. Imagina que estás diseñando una función de encriptación para un sistema de mensajería seguro. Dicha función toma un conjunto de letras del alfabeto (A - Z) y las mapea a un conjunto de símbolos únicos (Ω - Ψ). Si se sabe que la función debe ser biyectiva para asegurar que cada letra se corresponda con un único símbolo y viceversa, ¿qué característica debe cumplir la cantidad de símbolos disponibles con respecto a la cantidad de letras del alfabeto? Justifique su respuesta.
a. El número de símbolos debe ser mayor que el número de letras del alfabeto.
b. El número de símbolos debe ser menor que el número de letras del alfabeto.
c. El número de símbolos debe ser exactamente el mismo que el número de letras del alfabeto.
d. La cantidad de símbolos no importa mientras la función sea inyectiva.

7. Supongamos que estás diseñando una función para un programa que convierte temperaturas dadas en grados Celsius a grados Fahrenheit. La fórmula

para la conversión es f(c) = (9/5) *c + 32, donde c representa grados Celsius y f(c) los grados Fahrenheit correspondientes. ¿Qué característica asegura que esta función de conversión es una función total? Justifique su respuesta.

a. La fórmula incluye todas las temperaturas posibles en grados Celsius.
b. La función es lineal.
c. La función está definida para todos los valores reales de grados Celsius
d. La función produce un valor en grados Fahrenheit para cada entrada de grados Celsius.

8. En un sistema informático de asignación de tareas, se utiliza una función g para asignar tareas a empleados de manera que cada empleado recibe una única tarea y cada tarea es asignada a un único empleado. Si un empleado se va de la empresa y su tarea es reasignada a un nuevo empleado, ¿qué se puede decir sobre la función g en relación a su propiedad de biyectividad? Justifique su respuesta.
a. g deja de ser biyectiva porque hay un cambio en la asignación.
b. g aún es biyectiva si el nuevo empleado recibe la tarea del empleado que se fue.
c. g no es biyectiva desde el principio, porque las tareas pueden ser reasignadas.
d. g no es biyectiva a menos que el empleado nuevo tenga la misma tarea que tenía antes de unirse a la empresa.

Semana 12: Sesión 2

Composición de funciones y funciones inversas

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios aplicando la definición de composición de funciones y funciones inversas.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Sea f = {(4,9), (7,8), (3,1)} y g= {(8,5), (1,2), (0,-5)} Calcula (gof)
2. Si f(x)=3 x - 5 y g(x)=2- x^2.Determina (fog) (-2) + (gof) (-2)
3. Sea h (x)=2 x + 3 Determina $h^{-1}(x)$

4. La correspondencia f: [0,1]→[1,2] definida por $f(x) = x^2 + 1$
¿Es f^{-1}: [1,2]→[0,1] su función inversa}?

5. Si tienes una función de temperatura C (f) que convierte grados Fahrenheit a Celsius según la fórmula C (f) = $\frac{5}{9}$(f - 32), ¿cuál es la función inversa que convierte grados Celsius a Fahrenheit, y qué valor en Fahrenheit corresponde a 100 grados Celsius?

6. Demostrar que la siguiente función es univalente y encontrar su inversa.

f$(\boldsymbol{x})$= $\frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{1}-|\boldsymbol{x}|}$, Df $=< \mathbf{-1}, \mathbf{1} >$

7. Sea la función f $(\boldsymbol{x})$= $\frac{\boldsymbol{x}}{|\boldsymbol{x}|+\mathbf{1}}$, Df $\in \boldsymbol{R}$

a) ¿Es una función univalente?

b) Calcular $\boldsymbol{f}^{-\mathbf{1}}$ si existe

8. Dadas las funciones:

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{1}}$ g$(\boldsymbol{x}) = \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{1}}{\mathbf{2}\boldsymbol{x}+\mathbf{1}}$ $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x}}$

Calcular:$\boldsymbol{fogoh}$

Cuarta **Unidad**

Relación de recurrencia, análisis combinatorio y estructuras algebraicas

Semana 13: Sesión 2

Principios de inducción matemática y relaciones de recurrencia de primer y segundo orden

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios aplicando los principios de inducción matemática y relaciones de primer y segundo orden.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Utiliza el principio de inducción matemática para probar que para todo n ≥ 1, la cantidad de llamadas recursivas para calcular el n-ésimo término de la sucesión Fibonacci es $\mathbf{2^{n-1}}$.

2. Demuestra mediante inducción matemática que la suma de los primeros *n* números impares es igual a $\boldsymbol{n^2}$. ¿Cómo se relaciona este resultado con la asignación de direcciones de memoria consecutivas en un arreglo?

3. Sea la siguiente función recursiva para definir sucesiones

g(n)= 4 si n=1

g(n-1) + 3.2 si n> 1 y n es un número natural

Determina los valores de g (1), g (2), g (3) y g (4) de la sucesión.

4. Sea la siguiente función recursiva para definir sucesiones

h(n)= 14 si n=1

$\frac{\mathbf{28}}{\boldsymbol{h(n-1)}}$ si n> 1 y n es un número natural

Determina la suma de los valores de g (1), g (2), g (3) y g (4) de la sucesión.

5. Si: Sn=3Sn-1; So=1 Determina el valor de S5

6. Determina la forma generalizada de Sn=2,27 Sn-1 con So=2,47 mediante la recursividad iterativa.

7. Sea la suma de los términos de una progresión aritmética
(-12) + (-9)+ (6)+…+
a) Identificar el último elemento o e -enésimo término.
b) Formalizar la fórmula para la suma de "n" elementos.
c) Aplicar la demostración por inducción matemática.

8. Sea la suma de los términos de una progresión aritmética
(-100) + (-90)+ (-80)+… +
a) Identificar el último elemento o e -enésimo término.
b) Formalizar la fórmula para la suma de "n" elementos.
c) Aplicar la demostración por inducción matemática.

Semana 14: Sesión 2

Principios y técnicas del conteo

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente:

.... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios aplicando los principios y técnicas del conteo.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Resolver las siguientes preguntas

a. En un sistema de archivos de computadora, hay 10 archivos diferentes y se deben seleccionar 3 para realizar una copia de seguridad. ¿De cuántas maneras se pueden elegir los archivos para la copia de seguridad?

b. ¿Cuántas contraseñas diferentes pueden crearse si cada contraseña debe contener exactamente 3 letras seguidas por 3 dígitos y no hay restricciones adicionales?

c. En un torneo de programación, hay 8 problemas que se pueden resolver. Si un equipo puede resolver sólo 5 problemas en el tiempo dado, ¿de cuántas maneras diferentes pueden seleccionar y resolver esos 5 problemas?

d. Una aplicación móvil genera un identificador único para cada usuario al momento del registro. El identificador está compuesto por 2 letras seguidas de 2 dígitos y finaliza con una letra (pueden repetirse las letras y los dígitos).

¿Cuántos identificadores únicos pueden generarse?

2. Un programador está diseñando un identificador para las tareas que consta de 4 letras seguidas por 4 dígitos. Las letras pueden ser cualquiera de las 26 del alfabeto inglés, y los dígitos pueden ser del 0 al 9. Si las letras pueden repetirse, pero los dígitos deben ser únicos, ¿cuántos identificadores distintos son posibles?

3. Un equipo de desarrollo de software necesita elegir 3 miembros de un equipo de 8 para trabajar en una tarea crítica. Sin embargo, dos de los miembros tienen habilidades que son críticas para el proyecto, por lo que deben ser incluidos sí o sí. ¿De cuántas formas pueden seleccionar al tercer miembro del equipo?

4. Un equipo de desarrollo tiene que organizar sus 6 servidores en un anillo de red. ¿De cuántas maneras diferentes pueden disponer los servidores alrededor del anillo si uno de los servidores es un servidor principal y siempre debe estar en una posición fija?

5. **Combinaciones con restricciones**

En un lenguaje de programación específico hay 8 diferentes operadores que pueden ser utilizados para construir funciones. Sin embargo, debido a restricciones de memoria, solo se pueden utilizar hasta 3 en una sola función. ¿Cuántas diferentes combinaciones de operadores podrían ser utilizadas para construir una función?

6. **Problema de distribución general (conjuntos distinguibles, objetos distinguibles)** Un administrador de sistemas tiene 4 servidores diferentes y necesita distribuir 6 tareas distintas entre ellos. Si cada servidor puede manejar cualquier número de tareas, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden distribuir las tareas entre los servidores?

7. **Permutaciones con restricciones**

Un desarrollador está creando un sistema de seguridad que requiere un código de 6 caracteres. Este código debe contener exactamente 4 letras (pueden repetirse) y 2 dígitos (únicos), y debe comenzar y terminar con una letra. ¿De cuántas maneras puede ser generado el código?

8. **Combinaciones de subconjuntos**

En un curso de informática, un profesor desea formar equipos de proyecto combinando estudiantes de dos clases distintas. Si la clase A tiene 12 estudiantes y la clase B tiene 15 estudiantes, y cada equipo debe tener exactamente 4 estudiantes con al menos 1 estudiante de cada clase, ¿cuántos equipos diferentes se pueden formar?

Semana 15: Sesión 2

Estructuras algebraicas: El retículo y sus tipos

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelve consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios aplicando las definiciones de estructuras algebraicas, el retículo y sus tipos.

.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve lo propuesto:

1. Comprobar la asociatividad en:

a. (Z, +)

b. (Z, ∇) Dado que: $\boldsymbol{a} \nabla$ b=$\boldsymbol{a^2} + \boldsymbol{b^2}$

2. Comprobar la existencia del neutro en:

a. (N,+)

b. (Z, **.**)

c. (Z,Δ) Dado que: 5 $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$

3. Comprobar la existencia de elementos simétricos en:

a. (Z, +)

b. (Z, **.**)

4. Comprobar la conmutatividad en:

a. (Q,%) Dado que: a% b=$\frac{\boldsymbol{ab}}{\boldsymbol{3}}$

b. (Z,¬) Dado que: c¬ b=$\boldsymbol{c^b}$

5. Comprobar la distributividad en:

a. (Z, +, **.**)

b. (Z, Δ ,%) Dado que: a Δ b= a +2b ∧ a %b=2^a –b

6. Sea u, v ∈ $\boldsymbol{R^3}$ tales que: u= (3,-4,2) ∧ v= (4, 6,6). Comprobar la existencia de divisores ceros considerando el producto escalar en $\boldsymbol{R^3}$**.**

7. En R se define el operador ∅ como: a ∅ b = $\frac{a^2}{4}+\frac{b^3}{3}$ comprobar si ∅ admite divisores de cero.

8. Cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta con respecto a las propiedades básicas de un retículo (L)? Justifique su respuesta.

a. En un retículo, cada par de elementos tiene un supremo y un ínfimo único.

b. Un retículo es una estructura algebraica que siempre es conmutativa, asociativa y distributiva.

c. Los retículos pueden ser finitos o infinitos.

d. Un retículo no necesita tener un elemento máximo o mínimo para satisfacer su definición básica**.**

Referencias

Ayuda San Marcos (2021,15 de abril). Teoría de conjuntos I [vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=tGrqyz7IMMg

Cotrina, J y Zúñiga, J. (2021). Ejercicios de matemáticas básicas. Edición Universidad del Pacifico.

Edwin Zarrazola. (2020,22 de marzo). *Particiones de conjuntos* [vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=rNl12ftQPEg

Johnsonbaugh. R. (2005). *Matemáticas discretas*. (6.ª ed.). Prentice Hall.

Scheinerman, E. (2012). *Mathematics: A Discrete Introduction*. Ed. Brooks Cole.

Varones, J. (2019). *Recorridos por la teoría de números*. (2.ª ed.). Ediciones Electrolibris, S.L.

Vílchez E. (2021). *Matemática discreta con apoyo de software*. Alpha.