

Guía de Trabajo

# Matemática Discreta 2

Leoncio Rivera

# Contenido

## **Presentación 5**

## **Primera Unidad 7**

Teoría de grafos

### **Semana 1:** Sesión 2

Teoría de grafos: Definición y propiedades 8

### **Semana 2:** Sesión 2

Representación computacional de grafos e Isomorfismo de grafos 9

### **Semana 3:** Sesión 2

Grafos planos, coloreo de grafos, caminos hamiltonianos y eulerianos 10

### **Semana 4:** Sesión 2

Problemas de caminos mínimos: Algoritmo de Dijkstra y Floyd 12

## **Segunda Unidad 13**

Teoría de árboles

### **Semana 5:** Sesión 2

Problemas de caminos mínimos: Algoritmo de Dijkstra y Floyd 14

### **Semana 6:** Sesión 2

Árbol binario: Tipos y algoritmos de búsqueda 15

### **Semana 7:** Sesión 2

Isomorfismo de árboles y árbol de expansión 16

### **Semana 8:** Sesión 2

Árboles de expansión minimales: algoritmo de Prim y Kruskal

17

## **Tercera Unidad 19**

Lenguajes y gramáticas formales

### **Semana 9:** Sesión 2

Definiciones previas de lenguajes y gramáticas formales 20

### **Semana 10:** Sesión 2

Relaciones entre cadenas, sentencias o instrucciones

**Semana 11:** Sesión 2

Definición formal de lenguaje, Jerarquía de las gramáticas, correspondencias entre gramáticas y lenguajes

**Semana 12:** Sesión 2

Expresiones regulares

**Cuarta Unidad 27**

Máquinas de estado finito

**Semana 13:** Sesión 2

Aspectos genéricos de la teoría de sistemas, introducción a las máquinas de estados, diagrama de estados

28

**Semana 14:** Sesión 2

Clasificación de las máquinas de estados y circuitos secuenciales

29

**Semana 15:** Sesión 2

El proceso de minimización, autómatas de estado finito determinístico y no determinísticos

30

**Semana 16:** Sesión 2

(Título) 31

**Referencias 32**

# Presentación

La guía de la asignatura de Matemática Discreta 2, será un recurso importante porque ofrece una descripción clara de los objetivos de aprendizaje y habilidades que los estudiantes deben adquirir proporcionando una variedad de problemas y ejercicios para optimizar su comprensión.

Los contenidos de la asignatura son: Teoría de grafos, Teoría de árboles, Lenguajes y gramáticas formales y Máquinas de estado finito.

El resultado de aprendizaje de la asignatura busca que, el estudiante sea capaz utilizar de utilizar estructuras matemáticas discretas y máquinas de estados finitos para para la formulación y resolución de problemas en Ingeniería de Sistemas e Informática. También en la primera Unidad, el estudiante será capaz de interpretar las estructuras de grafos para la resolución de problemas con técnicas de optimización. En la segunda Unidad, es estudiante será capaz de utilizar los fundamentos de la teoría de árboles para la organización de un conjunto de datos. En la tercera unidad, el estudiante será capaz de aplicar los conceptos de lenguajes y gramáticas formales para la construcción de autómatas. Y, en la cuarta Unidad el estudiante será capaz de utilizar el trabajo de las máquinas y autómatas de estados finitos para la identificación de los diferentes tipos de lenguajes firmales.

Para maximizar el uso de la guía de aprendizaje, se recomienda a los estudiantes, revisar los problemas y ejercicios antes de cada clase, explorar y utilizar todos los recursos del aula virtual para la comprensión de los temas, aplicar el trabajo colaborativo en la resolución de los problemas y ejercicios finalmente mantener una actitud positiva y persistente, ya que el aprendizaje de la matemática avanzada puede ser un proceso desafiante y a menudo requiere tiempo y paciencia.

Leoncio Rivera

# Primera **Unidad**

**Teoría de grafos**

# Semana 1: Sesión 2

## Teoría de grafos: Definición y propiedades

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente:

..... Unidad: 1

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

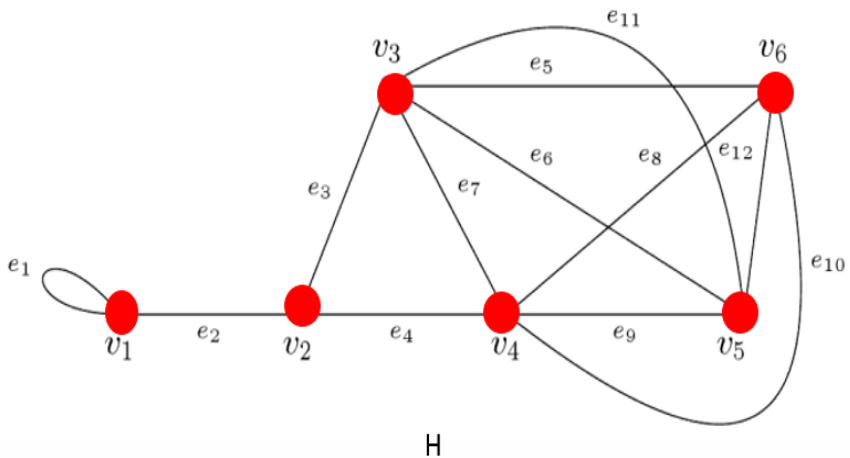
Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios aplicando las definiciones básicas de teoría de grafos.

### II. Descripción de la actividad por realizar

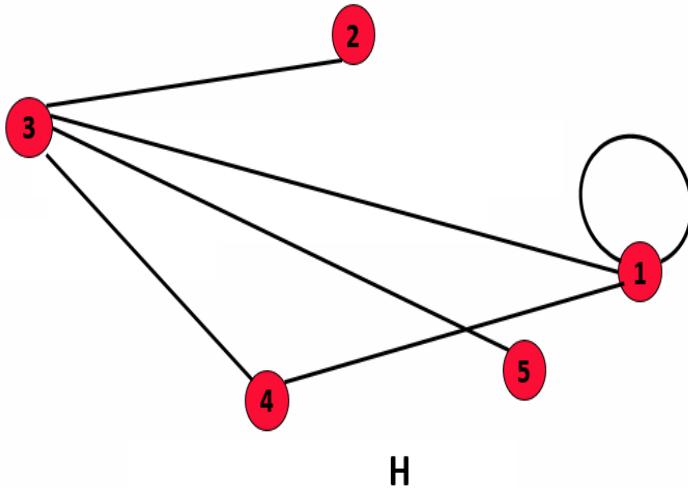
1. Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones respecto al grafo H. Justifique su respuesta



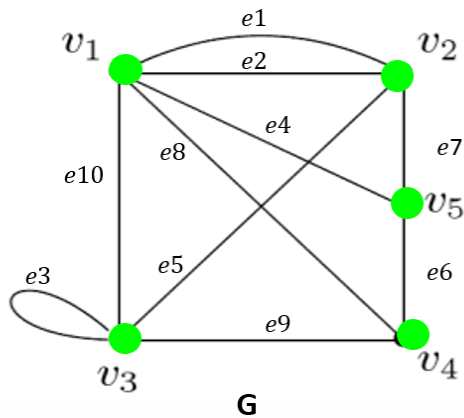
- I. Los vértices  $V_3$  y  $V_6$  no son adyacentes ( )
- II. Las aristas que inciden en  $V_1$  son  $e_1$  y  $e_2$  ( )
- III. La arista  $e_7$  incide en los vértices  $V_3$  y  $V_4$  ( )

IV. La  $e_{11}$  es paralela con  $e_6$  ( )

2. Identifique que vértice es universal del grafo H. Justifique su respuesta.

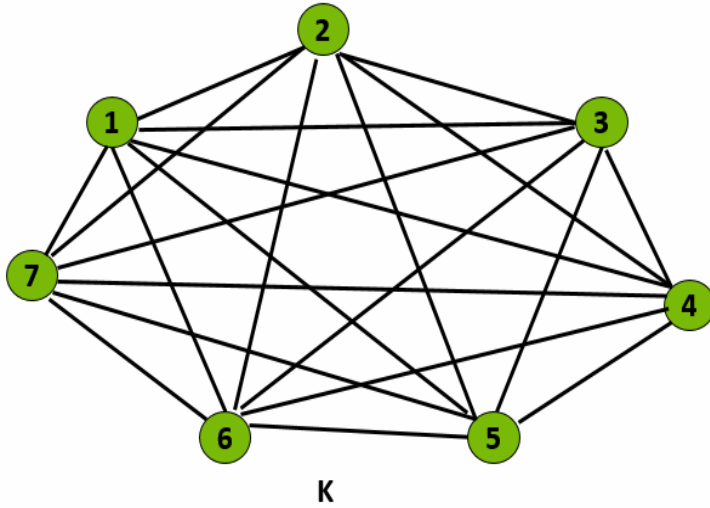


3. Identifique el valor de verdad respecto al grafo G. Justifique su respuesta



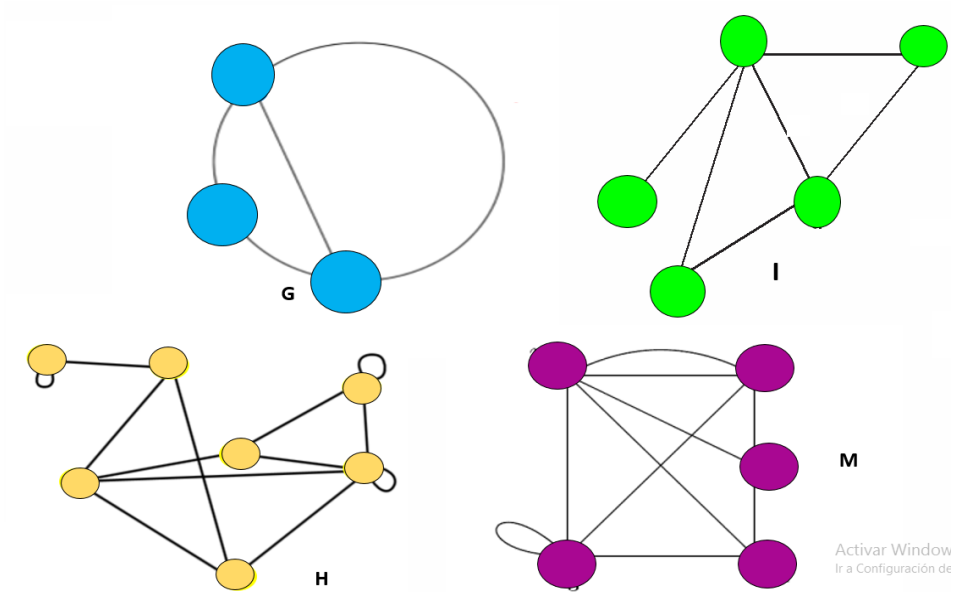
- I. Es un dígrafo ( )
- II. Las arista  $e_1$  y  $e_2$  no son paralelas ( )
- III. El grado o valencia del  $v_3$  es 5 ( )
- IV. Es un grafo simple ( )

4. El grafo  $k$ , ¿es completo? Justifique su respuesta



5. En la figura adjunta, identifique qué tipo de grafos son. Justifique su respuesta.

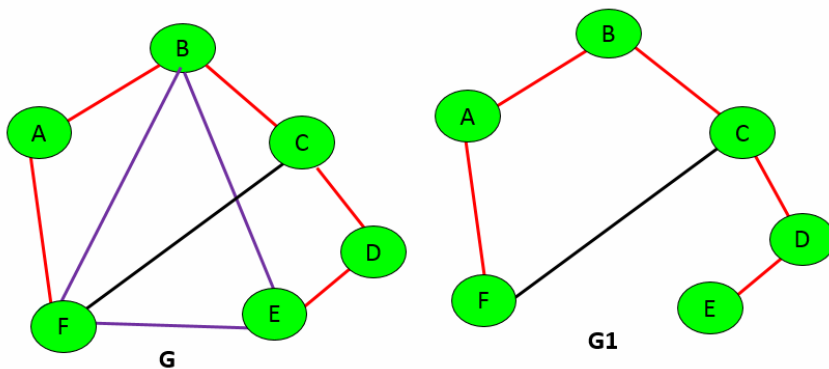




6. En un grafo de red de computadoras, donde los vértices representan las computadoras y las aristas representan las conexiones entre ellas, ¿qué indica el grado de un vértice? Justifique su respuesta

- El número total de computadoras en la red.
- La cantidad de archivos que una computadora puede almacenar.
- El número de conexiones directas que una computadora tiene con otras computadoras en la red.
- La velocidad de la conexión a Internet de la computadora.

7. El grafo  $G_1$  es subgrafo generador de  $G$ . Justifique su respuesta.



## Semana 2: Sesión 2

# Representación computacional de grafos e Isomorfismo de grafos

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 1

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios utilizando las definiciones de representación computacional de grafos e Isomorfismo de grafos.

### II. Descripción de la actividad por realizar

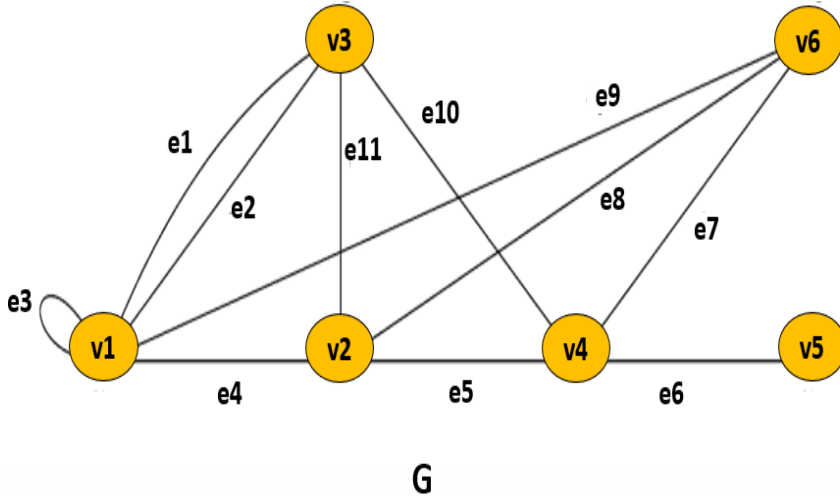
1. Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones respecto a la matriz de adyacencia del grafo H. Justifique su respuesta.

$$A(H) = \begin{matrix} & \begin{matrix} V1 & V2 & V3 & V4 & V5 & V6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} V1 \\ V2 \\ V3 \\ V4 \\ V5 \\ V6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

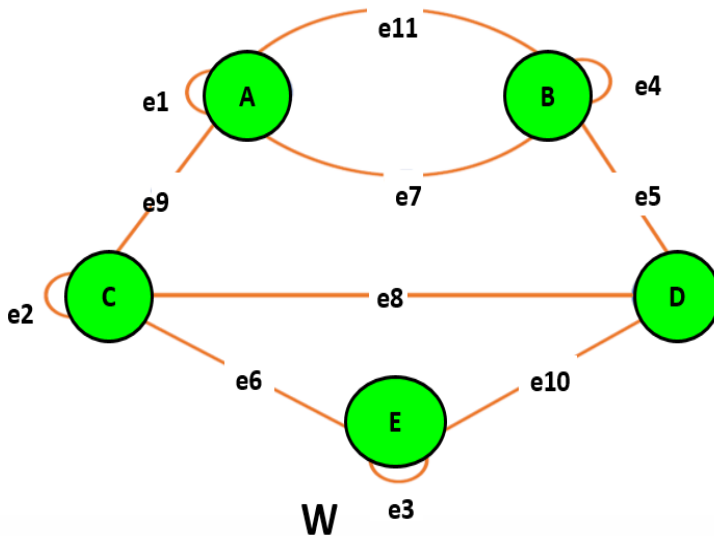
- I. El grafo H es de orden 8 ( )
- II. El grafo H es simple ( )
- III. Es una matriz simétrica ( )

- IV. La valencia de  $v_3$  es 5 ( )
- v. El  $v_6$  es aislado. ( )

2. Construya la matriz de adyacencia de grafo G.



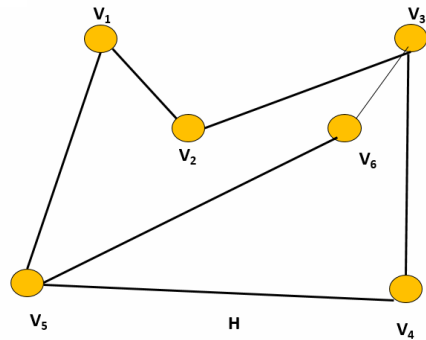
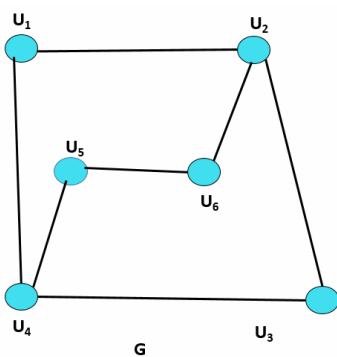
3. A partir de la matriz de incidencia del grafo W, determina el grado o valencia de cada vértice y el grado total del grafo.



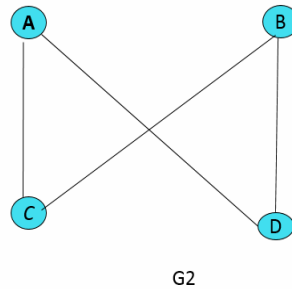
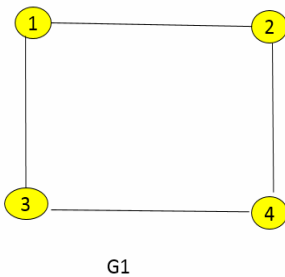
4. ¿Qué es un isomorfismo de grafos? Justifique su respuesta

- a) Una función directiva entre los conjuntos de vértices de dos grafos que preserve la incidencia de aristas.
- b) Una función que colorea los vértices de un grafo sin que dos vértices adyacentes compartan el mismo color.
- c) Un camino que visita cada vértice de un grafo exactamente una vez.
- d) Una secuencia de aristas donde cada arista tiene un vértice en común con la arista anterior.

5. Determine si los grafos mostrados son o no isomorfos. Si son muestre la biyectividad entre sus vértices.



6. Mediante la permutación entre filas y columnas de las matrices de adyacencia de los grafos  $G_1$  y  $G_2$ , determine si son o no isomorfas.



## Semana 3: Sesión 2

# Grafos planos, coloreo de grafos, caminos hamiltonianos y eulerianos

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente:

..... Unidad: 1

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios utilizando las definiciones de grafos planos, coloreo de grafos, caminos hamiltonianos y eulerianos.

### II. Descripción de la actividad por realizar

#### 1. Coloreo de grafos en asignación de recursos

¿Cómo se utilizaría el coloreo de grafos para resolver problemas de asignación de recursos, como la planificación de horarios de exámenes en una universidad?

#### 2. Grafos Planos en Redes de Comunicaciones

¿Por qué es relevante la planaridad de un grafo en la topología de redes de comunicaciones?

#### 3. ¿Cuándo un grafo admite un ciclo euleriano? Justifique su respuesta

- Un grafo admite un ciclo euleriano si y solo si todos sus vértices tienen grado par.
- Un grafo admite un ciclo euleriano si y solo si todos sus vértices tienen grado impar.
- Un grafo admite un ciclo euleriano si y solo si tiene a los más dos vértices de grado impar.
- Un grafo admite un ciclo euleriano si y solo si tiene a los más dos vértices de grado par

#### 4. Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta.

a) En cualquier grafo cantidad de vértices de grado impar es par ( )

b) Un grafo no admite un camino euleriano si tiene más de dos vértices de grado impar ( )

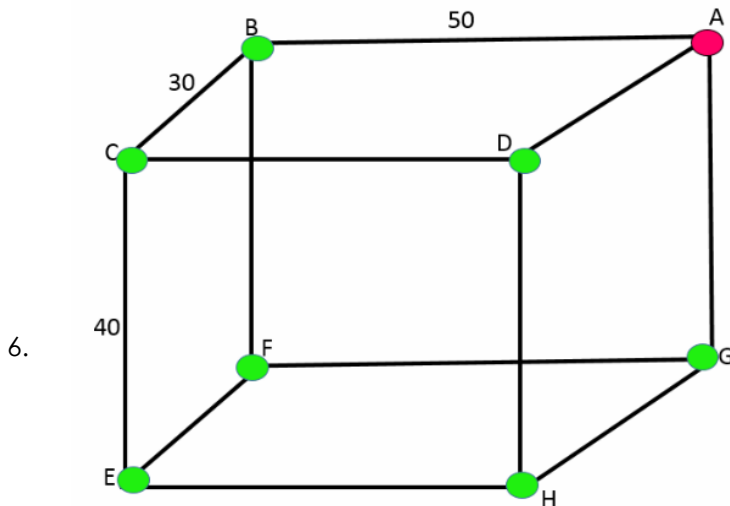
c) CAMINO DE HAMILTON es un camino que pasa por todos los vértices del

grafo exactamente una vez y si el camino es cerrado es un CICLO DE HAMILTON ( )

d) Un estudiante afirma que puede diseñar un grafo de 21 vértices de grado impar pasando por todas sus aristas exactamente una vez.( )

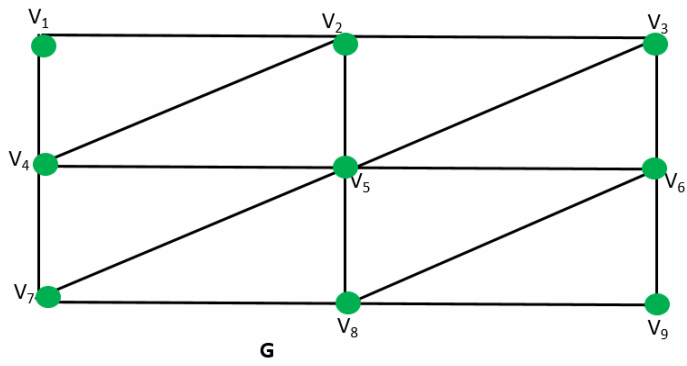
¿Se puede pasar por todos los puentes sin repetir ninguno?  
Justifique su respuesta.

5. Los caminos eulerianos pueden ser utilizados para planificar rutas de servicio que cubran todas las calles de una ciudad sin pasar por la misma calle más de una vez, lo que es ideal para servicios como la recogida de residuos de calles. Esto ayuda a minimizar el tiempo y el costo operativo, optimizando el recorrido y asegurando la cobertura completa del área de servicio. Para aplicar esto, las calles de la ciudad se pueden modelar como aristas de un grafo, y se busca encontrar un camino o ciclo euleriano
- Determina la mínima distancia que debe recorrer un carro recogedor de basura si inicia en A y termina en A visitando todos vértices en el grafo adjunto y la mínima cantidad de arista a repetir.



Dado el grafo G:

- ¿Admite un recorrido euleriano?
- ¿Cuál es la mínima cantidad de arista que hay que agregar para que el grafo G sea euleriano?
- ¿El grafo G es hamiltoniano?



## Semana 4: Sesión 2

# Problemas de caminos mínimos: Algoritmo de Dijkstra y Floyd

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente: .....  
Unidad: 1  
Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

#### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas de caminos mínimos utilizando los algoritmos de Dijkstra y Floyd.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. ¿Cuáles son las diferencias en la implementación entre los algoritmos de Dijkstra y Floyd-Warshall?

2. Preguntas teóricas sobre los algoritmos de Dijkstra y Floyd-Warshall

a. Explique cómo el algoritmo de Dijkstra calcula el camino más corto desde un único nodo origen a todos los demás nodos en un grafo.

b. Describa una situación en la que el algoritmo de Floyd-Warshall sería más adecuado que el algoritmo de Dijkstra.

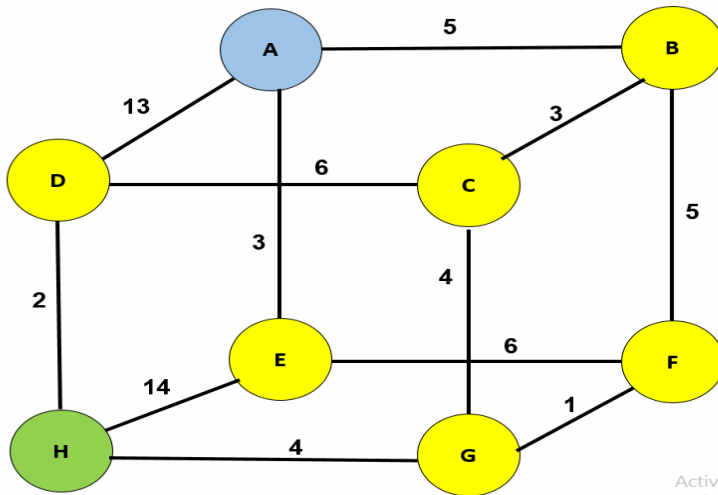
c. ¿Cuál es la principal limitación del algoritmo de Dijkstra en la elección del peso en las aristas del grafo?

Pregunta 1: Explique cómo el algoritmo de Dijkstra calcula el camino más corto desde un único nodo origen a todos los demás nodos en un grafo

Pregunta 2: Describa una situación en la que el algoritmo de Floyd-Warshall sería más adecuado que el algoritmo de Dijkstra.

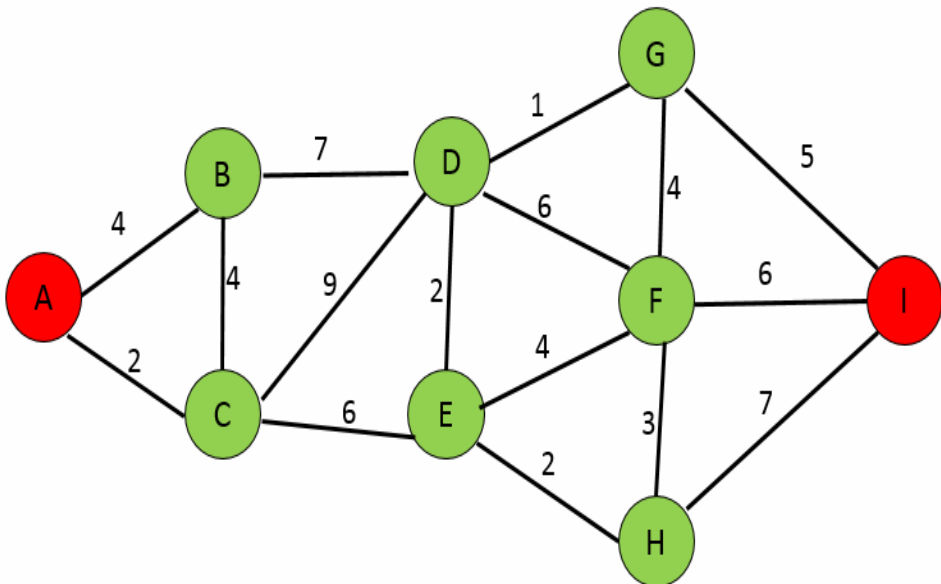
3. Mediante el algoritmo de Dijkstra determine la mínima distancia (Km) entre el nodo A y H muestre el subgrafo de la ruta más corta.



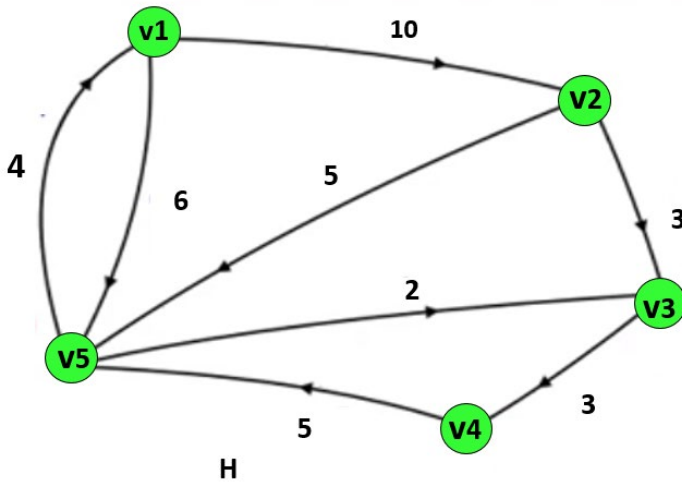


Activar Windows  
Ir a Configuración de PC para ac

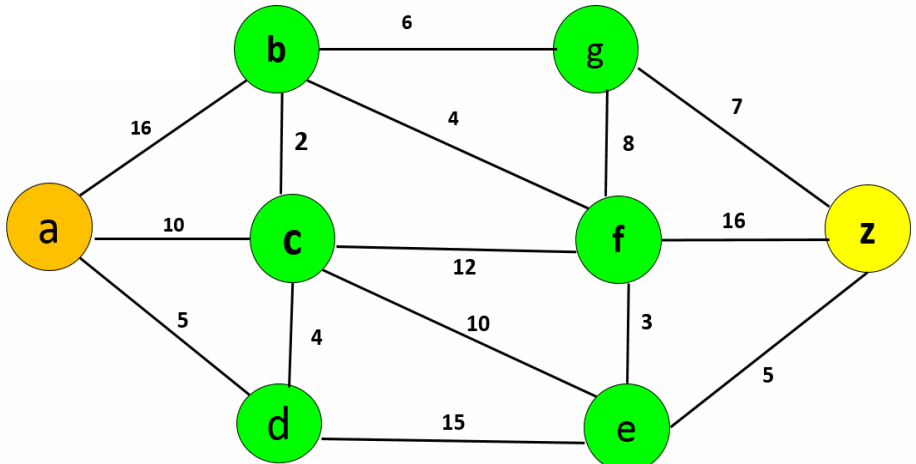
4. Una distribuidora de cemento tiene su almacén en la ciudad **A**, un cliente hace un pedido desde la ciudad **I**. La distancia entre ciudad y otra está en Km. Determina la distancia del camino más corto que debe recorrer el camión repartidor con el fin de optimizar el costo en gasolina (Costo por kilómetro recorrido es de \$/ 5) y el costo total.



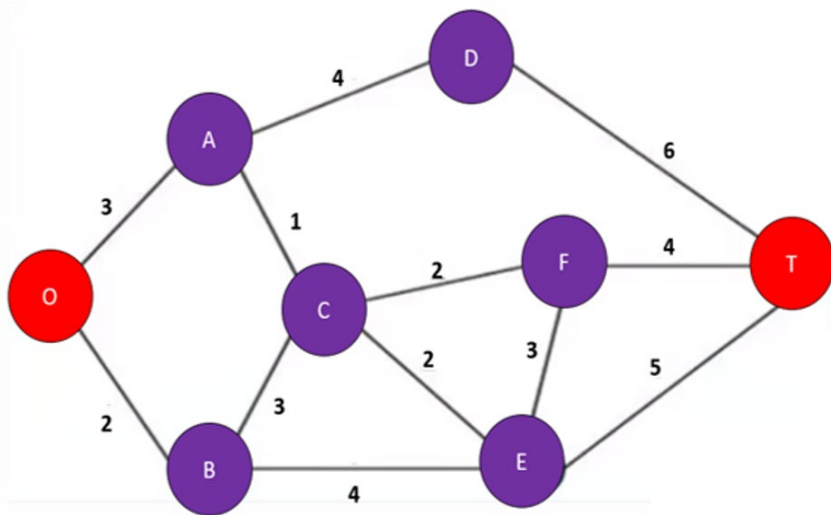
4. Determine los caminos más cortos entre  $V_i$  a  $V_j$ ,  $i \neq j$ ,  $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  en H.



5. Determine la mínima distancia entre "a" y "z", utilizando el algoritmo de Dijkstra y muestre el subgrafo de la ruta más corta.



6. Dado el grafo G.



- a) Muestre la matriz de Dijkstra de "O" hasta "T".
- b) Extraiga el subgrafo de la ruta más corto.
- c) La distancia mínima es (Km)

Segunda  
**Unidad**  
Teoría de árboles

# Semana 5: Sesión 2

## Definiciones, tipos y propiedades de árboles

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente: .....  
Unidad: 2  
Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

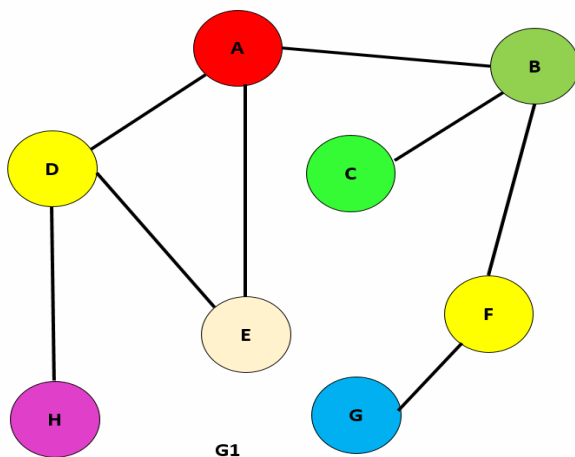
Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

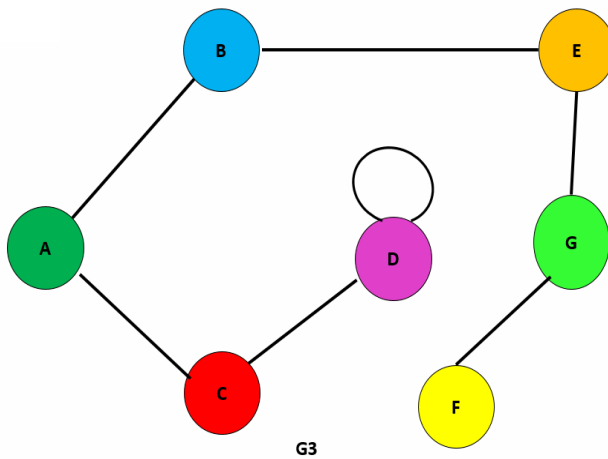
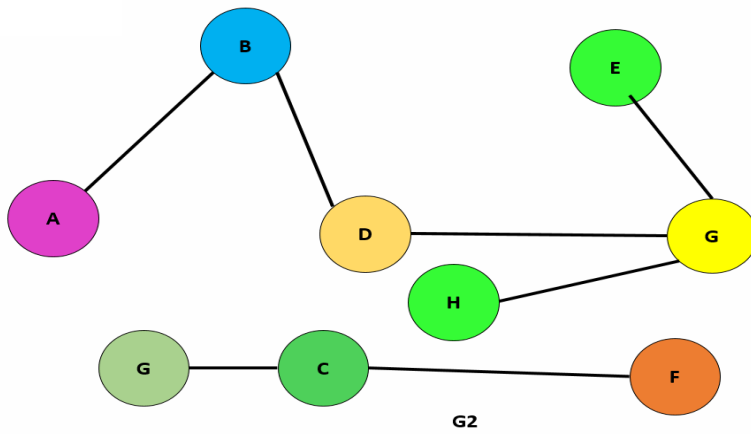
### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas y ejercicios utilizando las definiciones, tipos y propiedades de árboles.

### II. Descripción de la actividad por realizar

- ¿Qué es un árbol en la teoría de grafos? Justifique su respuesta
  - Un grafo conexo que no contiene ciclos.
  - Un grafo donde cada nodo está conectado a todos los demás nodos.
  - Un grafo donde cada nodo tiene exactamente dos vecinos.
  - Un grafo completamente desconectado.
- Los grafos  $G_1$ ,  $G_2$  y  $G_3$  son o no árboles. Justifique su respuesta





3. En el contexto de los árboles, ¿qué es un nodo hoja? Justifique su respuesta.

- Un nodo que tiene exactamente un hijo.
- Un nodo que tiene al menos un hijo.
- Un nodo que no tiene hijos.
- El nodo en la cima del árbol.

4. ¿Qué afirmación es verdadera acerca de la altura de un árbol? Justifique su respuesta.

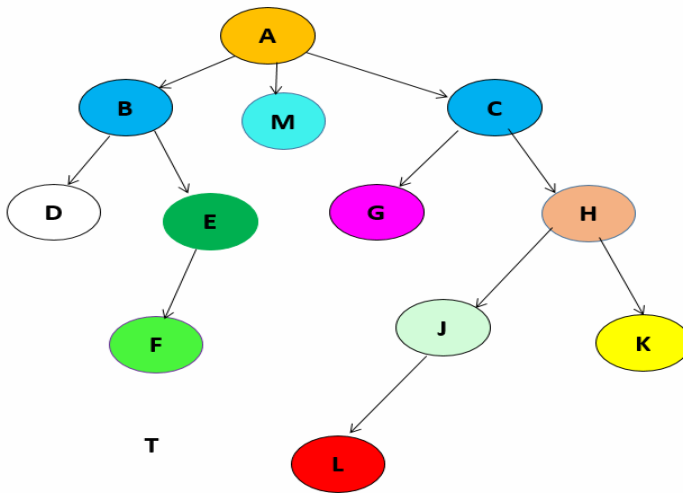
a) La altura de un árbol es el número de nodos en el camino más largo desde la raíz hasta una hoja.

b) La altura de un árbol es siempre igual al número total de nodos.

c) La altura de un árbol es el número de aristas en el camino más largo desde la raíz hasta una hoja.

d) La altura de un árbol es el número de nodos hoja.

5. El árbol G, ¿es un árbol con raíz? Justifique su respuesta.



Además identifique:

La raíz:

Hojas:

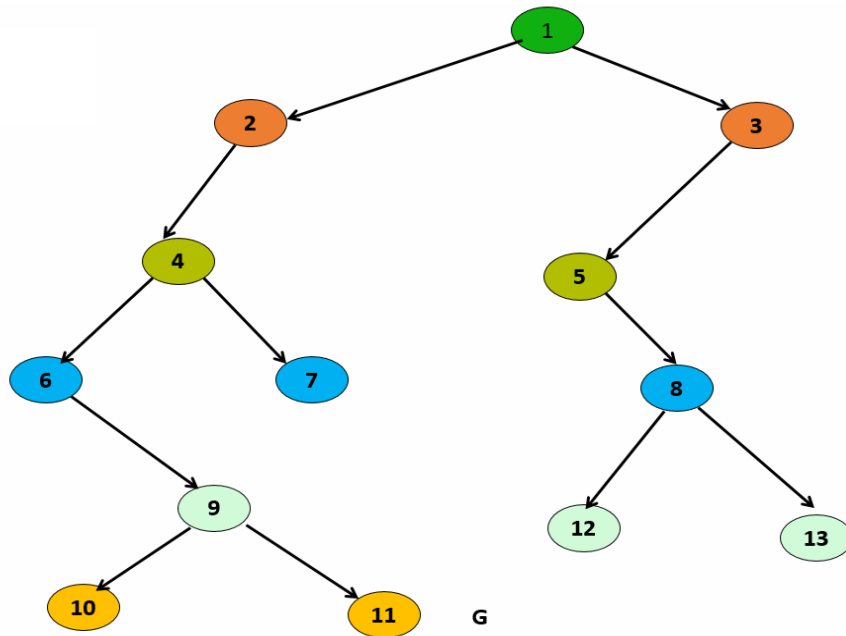
Vértices internos:

Padre de H:

Antecesoros de E:

Rama de mayor longitud:

6. Dado el árbol G.



Identifique  
Padres:  
Hijos:  
Hermanos:  
Hojas:  
Profundidad:



# Semana 6: Sesión 2

## Árbol binario: Tipos y algoritmos de búsqueda

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 2

Nombres y apellidos:

.....

### Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

### I. Propósito

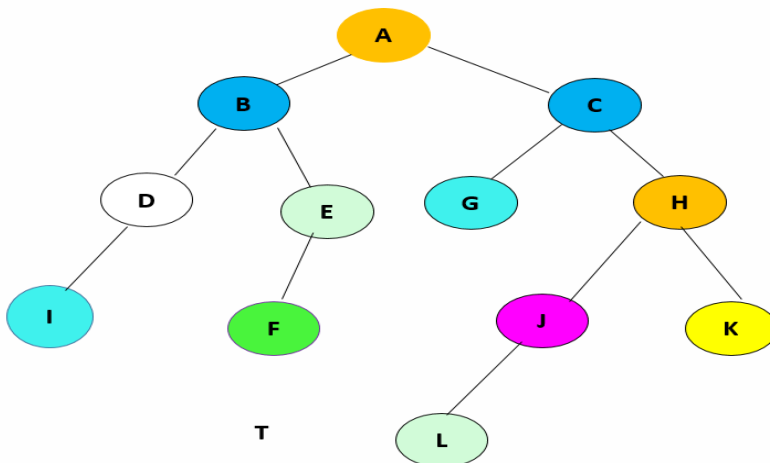
Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas utilizando las definiciones de árboles binarios y algoritmos de búsqueda.

### II. Descripción de la actividad por realizar

1. ¿Qué característica NO corresponde a un árbol binario? Justifique su respuesta.

- a) Cada nodo tiene exactamente dos hijos.
- b) Los nodos pueden tener a lo sumo dos hijos.
- c) Los hijos se denominan hijo izquierdo e hijo derecho.
- d) Puede contener nodos que no tienen hijos o que tienen solo un hijo.

2. Dado el árbol T, ¿es un árbol binario? Justifique su respuesta.

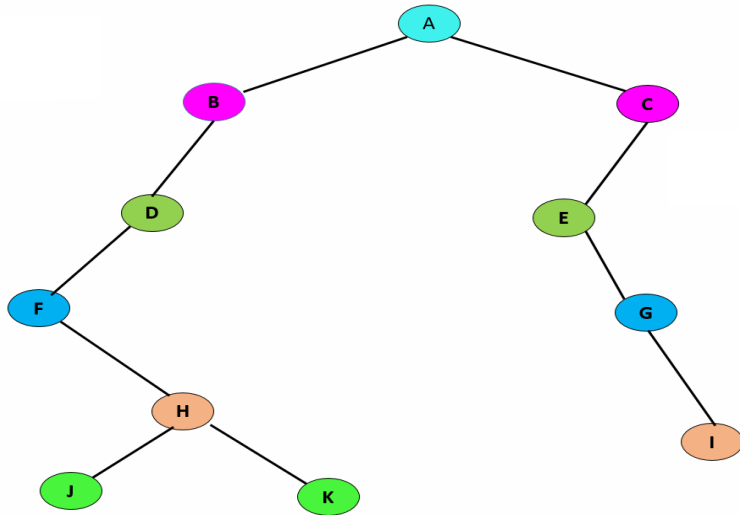


Además identifique:

La raíz:

Hojas:





Realice el recorrido en:

Preorden												
Inorden												
Posorden												
Niveles												

6. Construya un árbol binario de búsqueda con los siguientes números:

30,15,11,2,35,5,40,0,31,21,26,50,42,7,1,34,6,13,45,17,60,16,75,19 , 29 y luego realice el recorrido en: Preorden, Inorden, Posorden y Niveles

Nota: Tomado de

<https://youtu.be/M38hzOW0onM?si=WMWiWYIJUbn9UxK5>(2012)

# Semana 7: Sesión 2

Isomorfismo de árboles y árbol de expansión

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente:  
..... Unidad: 2  
Nombres y apellidos: .....

## Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas utilizando las definiciones de Isomorfismo de árboles y árbol de expansión.

### II. Descripción de la actividad por realizar

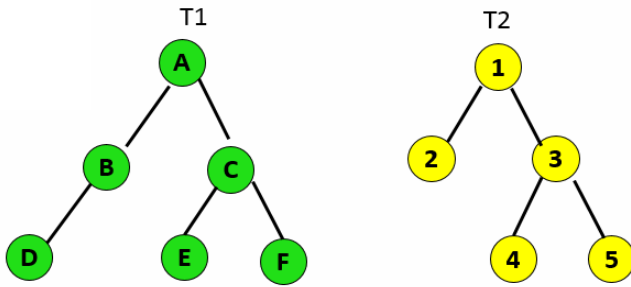
1.Cuál es el número mínimo de aristas que debe tener un árbol de expansión en un grafo conexo con 'n' vértices? Justifique su respuesta

- A) n
- B) n-1
- C) n+1
- D) 2n-2

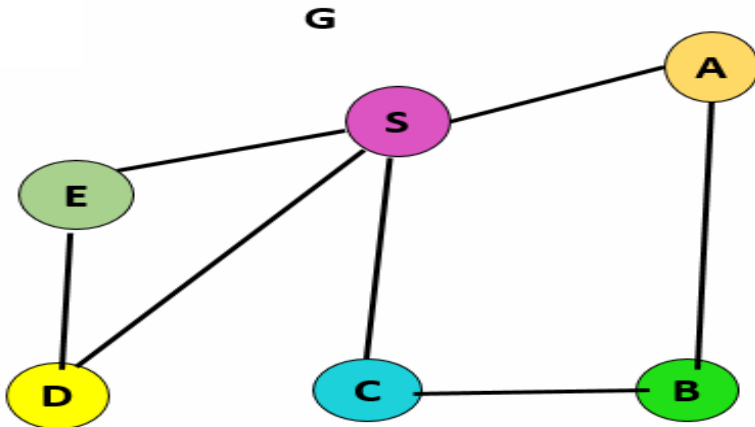
2. Dado dos árboles T1 y T2, ¿cuál de las siguientes condiciones es necesaria para que T1 y T2 sean isomorfos? .Justifique su respuesta

- a) T1 y T2 deben tener el mismo número de aristas.
- b) T1 y T2 deben tener la misma secuencia de grados.
- c) T1 y T2 deben tener el mismo diámetro.
- d) Todas las anteriores.

3. Determina si los siguientes árboles T1 y T2 son isomorfos:

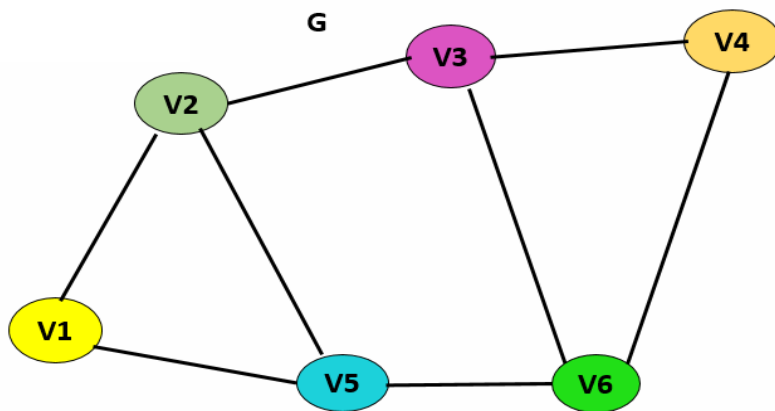


4. Para utilizar el algoritmo de búsqueda por amplitud a partir del grafo G. Genere un árbol de expansión, considere al nodo S como la raíz principal.



Nota: Tomado de <https://www.youtube.com/watch?v=YpmaSdZsN3k>(2018)

5. Considere el siguiente grafo G no ponderado. Para utilizar el algoritmo de búsqueda por profundidad a partir del grafo G genere un árbol de expansión.



Nota: Tomado de <https://www.youtube.com/watch?v=YpmaSdZsN3k>(2018)

6. Para utilizar el algoritmo de búsqueda por profundidad, con los siguientes números: 22,15,3,8,40,45,13,20,30,1,7,34,48,53,9,23,12,51,4,10. Genere un árbol de expansión.

Tomado de <https://youtu.be/M38hzOW0onM?si=WMWiWYIJUbn9UxK5>

## Semana 8: Sesión 2

# Árboles de expansión minimal: algoritmo de Prim y Kruskal

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente:

..... Unidad: 2

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas utilizando las definiciones de árboles de expansión minimal y los algoritmos de Prim y Kruskal.

### II. Descripción de la actividad por realizar

1. En el contexto de las redes de computadoras, el algoritmo de Prim puede usarse para diseñar una red que conecte diferentes servidores con el menor costo de cableado posible. Si tienes un conjunto de servidores que necesitan estar interconectados y cada conexión entre servidores tiene un costo asociado, ¿cómo aplicarías el algoritmo de Prim para minimizar el costo total de la red? Justifique su respuesta

a) Conectando primero los servidores más cercanos geográficamente.

b) Comenzando por el servidor con el mayor número de conexiones posibles.

c) Escogiendo al azar un servidor inicial y luego conectando el servidor más cercano no conectado con el costo de conexión más bajo.

d) Escogiendo un servidor al azar como inicio y conectando siempre la arista de menor costo que añade un servidor no conectado a la red.

2. Al diseñar una red de distribución de datos para un nuevo campus universitario, te encargan utilizar el algoritmo de Kruskal para asegurar que todos los edificios estén interconectados con la menor cantidad de fibra óptica necesaria. ¿Qué estrategia seguirías para cumplir con el objetivo utilizando el algoritmo de Kruskal? Justifique su respuesta

a) Conectar primero los edificios más importantes y luego expandir la red a los edificios menos críticos.

b) Conectar los edificios secuencialmente según su proximidad física, sin importar el costo.

c) Ordenar todas las posibles conexiones por su costo de menor a mayor y seleccionar la conexión más barata que no forme un ciclo hasta que todos los edificios estén conectados.

d) Seleccionar una conexión al azar y luego escoger conexiones que no formen ciclos hasta que todos los edificios estén conectados.

3. Utilizando el algoritmo de Kruskal, encuentra el árbol de expansión

mínima a partir de un grafo ponderado con las siguientes características.

Vértice 1	Vértice 2	Peso
P	Q	1
P	R	5
Q	R	4
Q	S	2
R	S	3
R	T	6
S	T	7
S	U	8
T	U	9

4. Utilizando el algoritmo de Prim, encuentra el árbol de expansión mínima a partir de un grafo ponderado con las siguientes características.

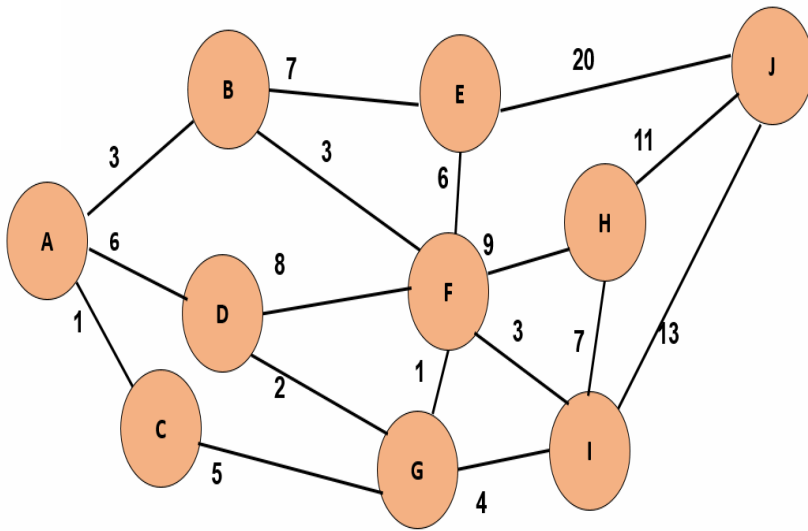
A.

Vértice 1	Vértice 2	Peso
A	B	7

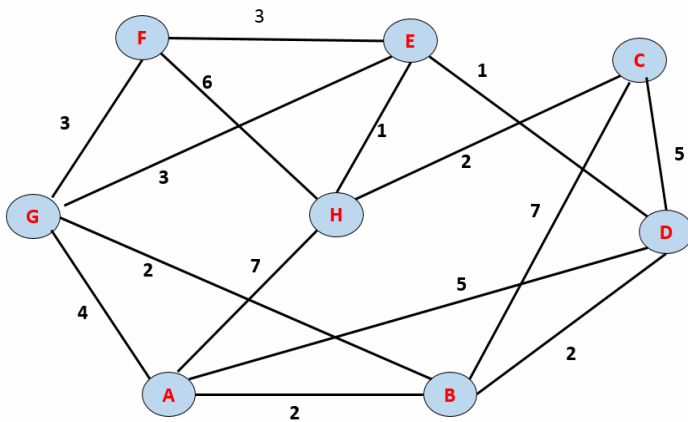


Vértice 1	Vértice 2	Peso
A	D	5
B	C	8
B	D	9
B	E	7
C	E	5
D	E	15
D	F	6
E	F	8
E	G	9
F	G	11

5. En el siguiente gráfico se presenta los diferentes puntos donde se debe suministrar corriente eléctrica. Determina forma más económica (el costo mínimo del proyecto) mediante el algoritmo de Prim. Los pesos de las aristas representan el costo en miles de soles en suministrar corriente eléctrica entre un distrito y otro.



6. Dado el grafo H.



H

Mediante el algoritmo de Kruskal:

- a). Grafique el árbol de expansión mínima
- b) Determina el peso.

# Tercera **Unidad**

**Lenguajes y gramáticas  
formales**

# Semana 9: Sesión 2

## Definiciones previas de lenguajes y gramáticas formales

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente: .....  
Unidad: 3  
Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas utilizando las definiciones previas de lenguajes y gramáticas formales.

### II. Descripción de la actividad por realizar

- ¿Qué es un lenguaje formal? Justifique su respuesta
  - Un conjunto de cadenas finitas construidas a partir de un alfabeto finito
  - Un conjunto de oraciones estructuradas en una lengua natural.
  - Un sistema de comunicación utilizado por las computadoras.
  - Un método de escritura basado en símbolos y reglas estrictas.Retroalimentación:
- ¿Cuál de las siguientes opciones representa la definición formal de una gramática  $G$ ? Justifica su respuesta
  - $G = (N, \Sigma, P, S)$  donde  $N$  es el conjunto de símbolos no terminales,  $\Sigma$  es el alfabeto,  $P$  es el conjunto de producciones, y  $S$  es el símbolo inicial.
  - $G = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  donde  $Q$  es el conjunto de estados,  $\Sigma$  es el alfabeto de entrada,  $\delta$  es la función de transición,  $q_0$  es el estado inicial, y  $F$  es el conjunto de estados finales.
  - $G = (V, E)$  donde  $V$  es el conjunto de vértices y  $E$  es el conjunto de aristas de un grafo.
  - $G = \{w \mid w \text{ está formado por la concatenación de símbolos de un alfabeto } \Sigma\}$ .
- El lenguaje  $L = \{w \in \{0, a\}^* \mid w \text{ que contenga la subcadena "00aa", pero no la subcadena "a000a"}\}$ . ¿Qué cadena es parte del lenguaje?
  - $w_1 = aaa\ 000aa$
  - $w_2 = aaa000000$
  - $w_3 = aa0000000a$

d)  $w^4 = a^0 a^0 a^0 0000$

4. Determine la longitud de las siguientes cadenas:

$|if\ x! = 0\ then\ x \geq 0\ \vee\ x \leq 0|$

$|abcbb|$

$|a + 4^{*b}|$

$|0000111|$

Justifique su respuesta.

5. Potencia de cadena

Sea  $w$  una cadena formada a partir de un alfabeto  $\Sigma$ , entonces para cualquier  $n \geq 0$  se tiene que la  $n$ -ésima potencia de la  $w$  se puede definir recursivamente como:

$$w^n = \begin{cases} \varepsilon & \text{si } n = 0 \\ w \cdot w^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

Sea la cadena  $w = xy00yy$  identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones respecto a  $w^4$ .

I.  $|w^3| = 24$  ( )

II.  $w^3$  contiene la subcadena  $00yyxy$  ( )

III.  $w^3$  es parte del lenguaje  $L = \{w \in \{0, y, x\}^* \mid w \text{ que contenga la subcadena "xy00y", pero no la subcadena "00yy"}\}$ . ( )

Nota: Tomado de [https://youtu.be/SGWIHv1PJFc?si=9V4P40KStJnranQW\(2021\)](https://youtu.be/SGWIHv1PJFc?si=9V4P40KStJnranQW(2021))

6. Dado el alfabeto binario  $\Sigma = \{0,1\}$ . Genere la combinación (palabras) de símbolos que no contengan la subcadena 010

$\Sigma^4 =$

$\Sigma^5 =$

$\Sigma^7 =$

Además, Interprete mediante 2 ejemplos sobre la clausura de Kleene ( $\Sigma^*$ ) y que significa ( $\Sigma^+$ ).

# Semana 10: Sesión 2

## Relaciones entre cadenas, sentencias o instrucciones

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente: .....  
..... Unidad: 3  
Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas utilizando las definiciones básicas de relaciones entre cadenas y sentencias.

### II. Descripción de la actividad por realizar

1. Considere la gramática  $G = (VT, VN, S, P)$  donde  $VT = \{a, b\}$ ,  $VN = \{S\}$ , y el conjunto de producciones:

$$S \rightarrow ab$$

$$S \rightarrow aSaaabbbS$$

Por derivación directa se obtiene la cadena

2. Sea la gramática:  $G = (VT, VN, S, P)$  donde  $VT = \{a, b\}$ ,  $VN = \{S\}$ , y el conjunto de producciones :

$$S \rightarrow abb$$

$$S \rightarrow aaSbbSab$$

Por derivación directa se obtiene la cadena

Nota: Tomado de Cueva, J. (2001)

3. Sea la gramática  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c, d\}, S, P)$  donde  $P$  son las siguientes reglas de producción enumerados para su posterior identificación cuando su usen.

(1)  $S \rightarrow ASB$

(2)  $A \rightarrow b$

(3)  $aaA \rightarrow aaB$

(4)  $S \rightarrow d$

(5)  $A \rightarrow aA$

(6)  $B \rightarrow dcd$

Por aplicación de derivaciones inmediatas a partir del símbolo inicial se

obtiene la cadena.

Nota: Tomado de Cueva, J. (2001)

4. Identifique el valor de verdad de la siguiente proposición.

Sea la gramática:  $G = (VT, VN, S, P)$ , se denominan sentencias o

Instrucciones de un lenguaje a cualquier cadena que sea el resultado último de una derivación a partir del símbolo inicial  $S$  y que está compuesta por terminales, es decir:  $s \rightarrow \alpha_m \wedge \alpha_m \in VT$ .

Justifique su respuesta.

Nota: Tomado de Cueva, J. (2001)

5. Sea la gramática  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c, d, e\}, S, P)$  donde  $P$  son las siguientes reglas de producción enumerados para su posterior identificación cuando su usen.

- (1)  $S \rightarrow ASBC$
- (2)  $A \rightarrow b$
- (3)  $aaA \rightarrow aaB$
- (4)  $S \rightarrow d$
- (5)  $A \rightarrow aA$
- (6)  $B \rightarrow dcd$
- (7)  $C \rightarrow e$

¿Qué sentencia se obtiene utilizando las derivaciones a partir del símbolo inicial?

Nota: Tomado de Cueva, J. (2001)

6. Sea la gramática  $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b, c, d, e, f\}, S, P)$  donde  $P$  son las reglas de producción enumerados para su posterior identificación cuando su usen.

- (1)  $S \rightarrow ASBCD$
- (2)  $A \rightarrow b$
- (3)  $aaA \rightarrow aB$
- (4)  $S \rightarrow d$
- (5)  $A \rightarrow aA$
- (6)  $B \rightarrow dcd$
- (7)  $C \rightarrow e$
- (8)  $D \rightarrow f$

¿Qué sentencia se obtiene utilizando las derivaciones a partir del símbolo inicial?

Tomado de Cueva, J. (2001)

## Semana 11: Sesión 2

# Definición formal de lenguaje, jerarquía de las gramáticas, correspondencias entre gramáticas y lenguajes

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente: .....  
Unidad: 3  
Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas utilizando la definición formal de lenguaje, jerarquía de gramáticas y correspondencia de entre gramáticas y lenguajes.

### II. Descripción de la actividad por realizar

1. Sea la gramática definida por  $G1 = (\{S\}, \{0, 1\}, S, P)$  donde  $P = \{S \rightarrow 000S111, \{0S1 \rightarrow 01\}$ . Determina el lenguaje que genera.

2. Sea la gramática definida por  $G1 = (\{S\}, \{a, b\}, S, P)$  donde  $P = \{S \rightarrow aSb, \{S \rightarrow ab\}$ . Determina el lenguaje que genera.

**Nota: Tomado de Cueva, J. (2001)**

3. Escribir una gramática que defina el lenguaje

$$L = \{ab^n a / n \geq 0\}$$

**Nota: Tomado de Cueva, J. (2001)**

4. Correspondencia entre Gramáticas y Lenguajes

Identifica la correspondencia correcta entre los tipos de gramáticas y los lenguajes que generan. Justifique su respuesta

a) Gramáticas de Tipo 0 - Lenguajes Recursivamente enumerables.

b) Gramáticas Regulares - Lenguajes Sensibles al Contexto.

c) Gramáticas Libres de Contexto - Lenguajes Regulares.

d) Gramáticas Sensibles al Contexto - Lenguajes Libres de Contexto.

5. La gramática  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, P)$  cuyas producciones se muestran a continuación ¿son de tipo 1? . Justifique su respuesta.



$S \rightarrow aB$   
 $S \rightarrow bA$   
 $S \rightarrow a$   
 $S \rightarrow As$

Nota: Tomado de Cueva, J. (2001)

6. La gramática  $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, S, P)$  cuyas producciones se muestran a continuación ¿son de tipo 1? Justifique su respuesta.

$S \rightarrow abAS$   
 $abA \rightarrow baab$   
 $S \rightarrow a$   
 $A \rightarrow b$

Nota: Tomado de Cueva, J. (2001)

Semana 12: Sesión 2

Expresiones regulares

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente:

..... Unidad: 3

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

#### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas utilizando las definiciones básicas de expresiones regulares.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

- ¿Qué es una expresión regular? Justifique su respuesta
  - Una secuencia de comandos para automatizar tareas.
  - Un patrón de búsqueda utilizado para encontrar coincidencias en cadenas de texto.
  - Un tipo de lenguaje de programación.
  - Una herramienta para crear gráficos y tablas.

2. Sea el vocabulario  $\{a,b\}$  y la expresión regular  $aa^*bb^*$ . Indicar el lenguaje que denota y cinco cadenas de dicho lenguaje.

3. Dada la siguiente expresión regular de un lenguaje:

$(ab)^*bb(a+b)a^*$ . Determina cuáles son las palabras de menor longitud que pertenecen al lenguaje. Justifique su respuesta.

$w_1 = ababbba$   $w_2 = bbba$   $w_3 = abbbaaa$   $w_4 = bb$ .

Nota: Tomada de [https://youtu.be/TH\\_i2Z3KLsk?si=ZCSY70oanDGoj5VR](https://youtu.be/TH_i2Z3KLsk?si=ZCSY70oanDGoj5VR) (2020)

4. Indique el valor de verdad. Justifique su respuesta.

I.  $(a.b)^* = a^*.b^*$

II.  $(a+b)^* = a^*.b^*$

III.  $(a+b)^* = (a,b)^*$

V.  $(a^*.b^*)^* = (a+b)^*$

Nota: Tomada de [https://youtu.be/TH\\_i2Z3KLsk?si=ZCSY70oanDGoj5VR](https://youtu.be/TH_i2Z3KLsk?si=ZCSY70oanDGoj5VR)

5. Indique la expresión regular que denota el lenguaje de todas las palabras sobre  $\Sigma = \{a,b\}$  que tienen longitud impar.

Nota: Tomada de <https://www.youtube.com/watch?v=JCBqw2wLzWs> (2020)

6. Indique la expresión regular que denota el lenguaje de todas las palabras sobre  $\Sigma = \{a,b,c\}$  que no contiene la subcadena  $ac$ .

Nota: Tomada de <https://www.youtube.com/watch?v=JCBqw2wLzWs> (2020)

# Cuarta **Unidad**

**Máquinas de estado finito**

## Semana 13: Sesión 2

# Aspectos genéricos de la teoría de sistemas, introducción a las máquinas de estados, diagrama de estados

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente:

..... Unidad: 4

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

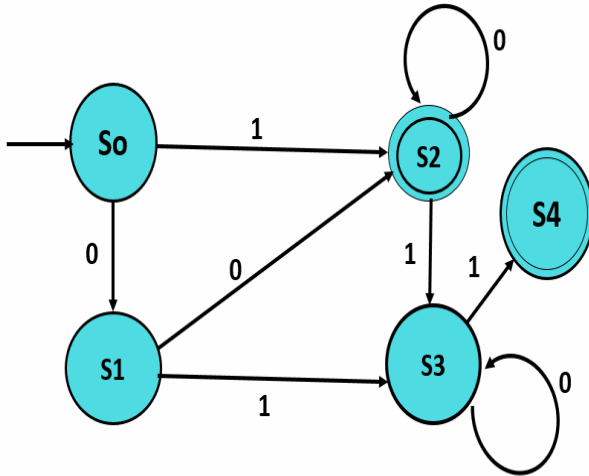
### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas aplicando las definiciones de teoría de sistemas, Máquina de estados y diagrama de estados.

### II. Descripción de la actividad por realizar

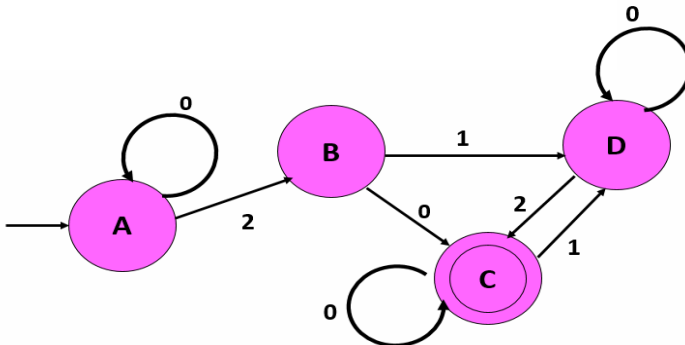
1. ¿Cuál de las siguientes opciones define mejor un sistema en el contexto de la teoría de sistemas? Justifique su respuesta
  - a. Un conjunto de partes que llevan a cabo tareas individuales sin interrelación alguna.
  - b. Una colección de objetos que interactúan aleatoriamente para producir un resultado impredecible.
  - c. Un conjunto de componentes interrelacionados que trabajan juntos hacia un objetivo común.
  - d. Una estructura organizativa que no requiere entradas para producir salidas.
2. ¿Qué es una máquina de estados? Justifique su respuesta
  - a) Un modelo de comportamiento compuesto por un número finito de estados, transiciones entre esos estados y acciones.
  - b) Un tipo de computadora que utiliza estados para procesar información.
  - c) Un concepto filosófico que describe cómo cambian las ideas a lo largo del tiempo.
  - d) Una herramienta utilizada exclusivamente en la industria mecánica para diseñar partes móviles.

3. Del siguiente autómata de estado finito con un diagrama de transición  $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$



- Identifique sus estados.
- Identifique los símbolos de entrada.
- Identifique su estado inicial
- Identifique sus estados aceptables o finales.
- Construya tabla de transición

4. Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones respecto al autómata mostrado.  $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ . Justifique su respuesta.



I.  $\delta$  es una relación de transición de estados.

II.  $\Sigma = \{1, 4, y\}$

III.  $q_0 = \{A\}$

IV.  $F = \{C\}$

V.  $\delta(0, y) \rightarrow D$

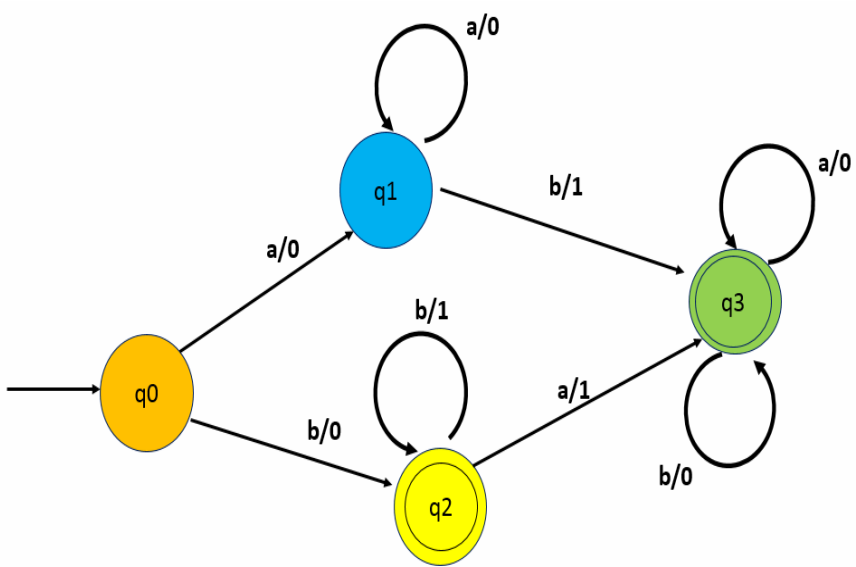
5. A partir de la tabla de transición de estados

a) Construya el diagrama de transición de estados considere al estado inicial **q0** y los estados de aceptación a **q2 y q3**.

b) Determina la quintupla del autómata.

		Entreda g		Salida f	
		a	b	a	b
Q	$\Sigma$				
	q0	q1	q2	0	0
	q1	q1	q3	0	1
	q2	q3	q2	1	0
	q3	q3	q3	0	0

6. A partir del siguiente diagrama de transición, construya la tabla de transición de estados.



# Semana 14: Sesión 2

## Clasificación de las máquinas de estados y circuitos secuenciales

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente: .....  
Unidad: 4  
Nombres y apellidos: .....

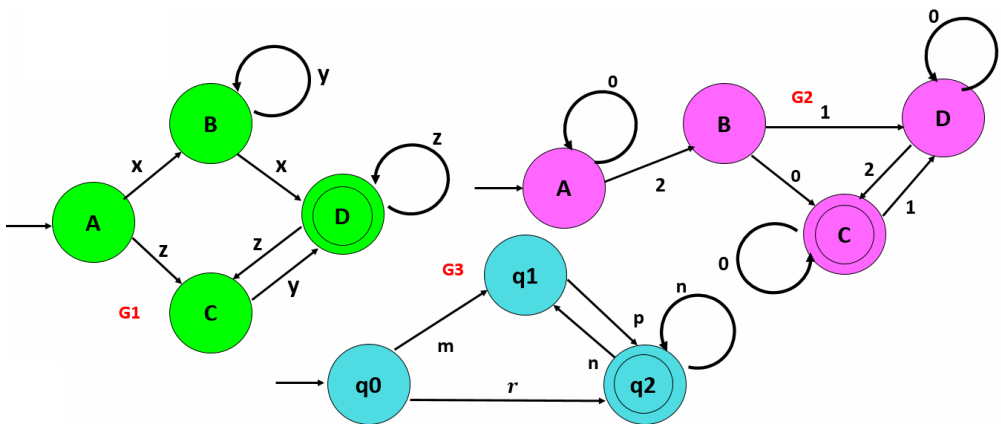
### Instrucciones

#### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas considerando la clasificación de las máquinas de estados.

#### II. Descripción de la actividad por realiza

- ¿Cuál es la diferencia principal entre un autómata de estado finito determinístico (AFD) y uno no determinístico (AFND)? Justifique su respuesta
  - En un AFD, para cada par de estado y símbolo de entrada, hay exactamente una transición, mientras que en un AFND puede haber varias transiciones posibles.
  - Los AFD no pueden ser minimizados, mientras que los AFND sí
  - Los AFD pueden usar transiciones épsilon (transiciones sin entrada), mientras que los AFND no.
  - Los AFD requieren menos memoria que los AFND.
- Identifique cual o cuales de los autómatas son: (AFD) o (AFND) Justifique su respuesta

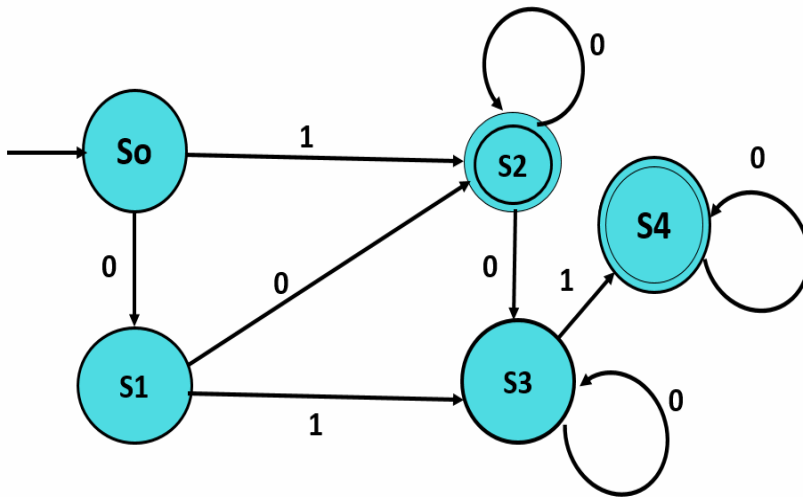


- ¿Qué es un circuito secuencial? Justifique su respuesta



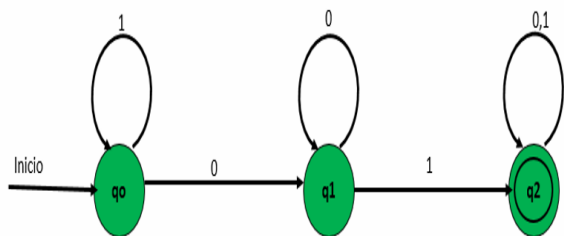
- a) Un circuito cuya salida depende tanto de las entradas actuales como de los estados pasados.
- b) Todos los circuitos electrónicos son secuenciales por naturaleza.
- c) Un circuito cuyo comportamiento depende exclusivamente de las entradas actuales.
- d) Un circuito que realiza operaciones aritméticas secuenciales.

4. Dado el diagrama de transición de estados determina si  $\delta$  es función o relación de transición de estados. Justifique su respuesta.

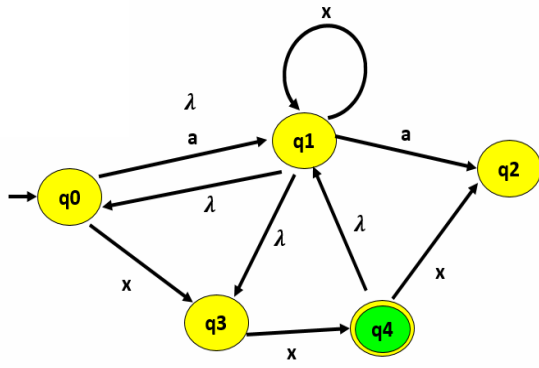


5. Construya la tabla de transición de estados.  
 Determina la quintupla del autómata  
 Determina si es un AFD o AFDN

ENTRADA \ ESTADO	1	0
ESTADO		



6. Convierta el AFND a AFD con transiciones vacías



## Semana 15: Sesión 2

# El proceso de minimización, autómatas de estado finito determinístico y no determinísticos

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos Docente:

..... Unidad: 4

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

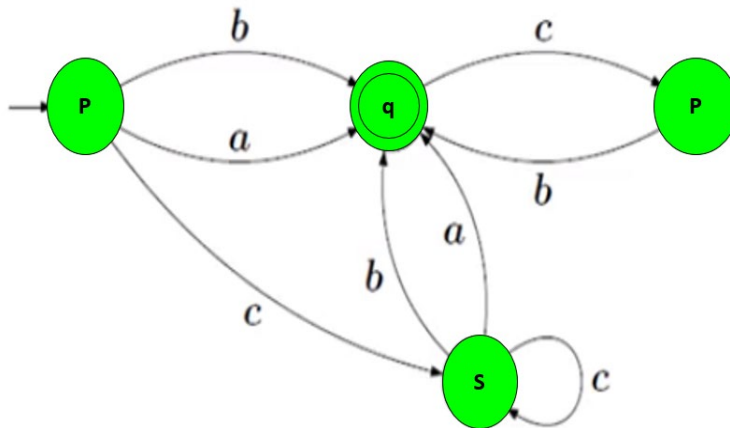
Lea atentamente cada enunciado y resuelva consignando todo el procedimiento en hojas adecuadas.

### I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante será capaz de resolver problemas utilizando el proceso de minimización y conversión de (AFND) a (AFD).

### II. Descripción de la actividad por realizar

1. Sea el diagrama de transición de un autómata finito, con  $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$



Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones.  
Justifique su respuesta

- I. M se puede representar mediante la expresión regular  $(a+b)(cb)^*$  ( )
- II. M se puede representar mediante la expresión regular  $c^*(a+b)(bc)^*$  ( )
- III. M se puede representar mediante la expresión regular  $(a+b)(c^*b^*)$  ( )

2. Se muestra a la tabla de transición de estados de un autómata, considera al estado inicial **q0** y a dos estados de aceptación a **q2 y q3**.

$\Sigma$ Q	Entrada (E)		Salida (S)	
	a	b	a	b
q0	q1	q2	0	0
q1	q1	q3	0	1
q2	q3	q2	1	0
q3	q3	-----	0	-----

¿ $\delta$  es función o relación de transición de estados?

¿La palabra **aaabaaaaaa** lo reconoce el autómata?

3. Durante el proceso de minimización de autómatas, ¿qué representa la eliminación de estados equivalentes? Justifique su respuesta

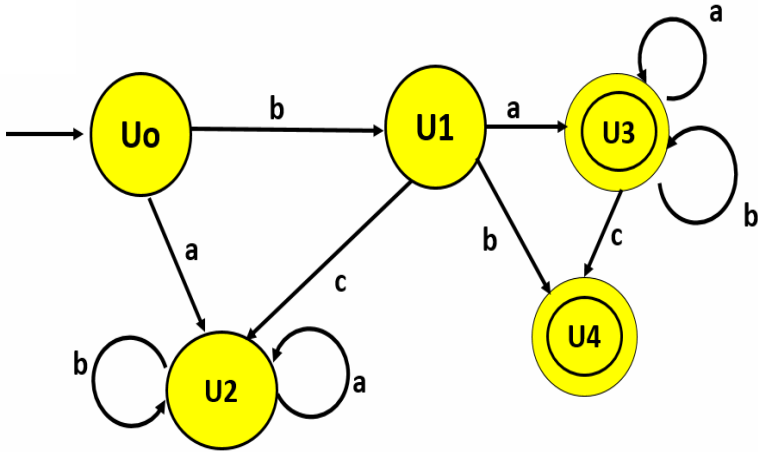
- Reducir el número de estados para simplificar el autómata sin cambiar su lenguaje reconocido.
- Aumentar la complejidad del autómata para mejorar su rendimiento.
- Cambiar el lenguaje reconocido por el autómata para hacerlo más poderoso
- Disminuir la complejidad del autómata para mejorar su rendimiento.

4. Dado el autómata  $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ .

a) Determina la quintupla del autómata  $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ .

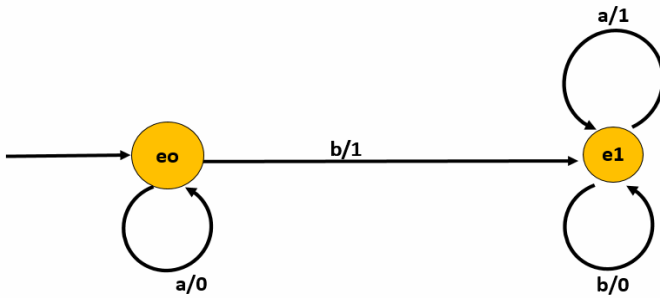
b) Construya la tabla de transición de estados

c) Determina si el arreglo **abaabaabcccab** aceptado por la máquina de estado. Muestre la secuencia de estados

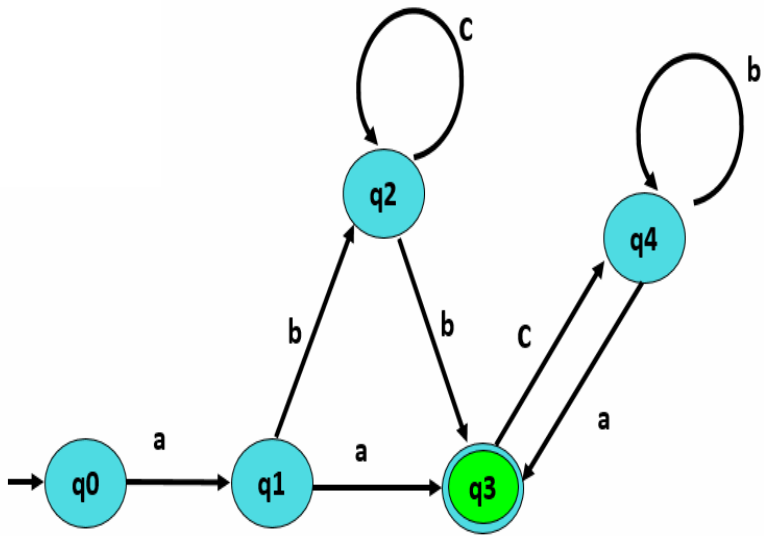


5.

Determina la cadena de salida correspondiente a la cadena de entrada **aabab** para la máquina de estado finito.



6. Determine la expresión regular del lenguaje que reconoce el autómata



# Referencias

- Angus Castañeda Girón. (2012, 22 de octubre). Recorrido de árbol binario. (). [vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=M38hzOW0onM>
- Borenstein, M., Hedges, L., Higgins, J. y Rothstein, H. (2014). *Comprehensive meta-analysis*. (versión 3.3.070) [software]. Biostat. <http://bit.ly/337mCnL>
- Cueva, J. (2001). *Lenguajes gramáticas y autómatas*. (2.ª ed.). Universidad de Oviedo.
- Delgado, C. (2018, 6 de marzo). *Matemáticas Discretas II. Árbol de expansión*. [vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=YpmaSdZsN3k>
- García, F. (2015). *Matemática discreta*. (3.ª ed.). Paraninfo.
- Johnsonbaugh, R. (2005). *Matemáticas discretas*. (6.ª ed.). Prentice Hall.
- Kolman B., Busby R., and Ross S. (2018). *Discrete mathematical structures*. (3.ª ed.). Pearson.
- Susana, S. (2012). *Matemática discreta con aplicaciones*. (4.ª ed.). Cengage Learning.
- Lenguaje y Autómatas. (2021, 25 de mayo). Potencia de cadenas, prefijo, sufijo [vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=SGWIHv1PJFc>
- Matemática Discreta. (2020, 27 de junio). *Expresiones regulares*. [vídeo]. YouTube [https://www.youtube.com/watch?v=TH\\_i2Z3KLsk](https://www.youtube.com/watch?v=TH_i2Z3KLsk)
- Matemática Discreta II. (2020, 18 de febrero). *Expresiones regulares II*. [vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=JCBqw2wLzWs>