

# Guía de Trabajo

## **Matemática 2.2**

Guía de Trabajo

*Matemática 2.2*

Material publicado con fines de estudio.

Código: (24UC00084)

Huancayo, 2024

De esta edición

© Universidad Continental, Oficina de Gestión Curricular Av. San Carlos 1795,  
Huancayo-Perú

Teléfono: (51 64) 481-430 anexo 7361

Correo electrónico: [recursosucvirtual@continental.edu.pe](mailto:recursosucvirtual@continental.edu.pe)

<http://www.continental.edu.pe/>

Cuidado de edición Fondo Editorial

Diseño y diagramación Fondo Editorial

Todos los derechos reservados.

La *Guía de Trabajo*, recurso educativo editado por la Oficina de Gestión Curricular, puede ser impresa para fines de estudio.

# Contenido

<b>Presentación</b>	<b>5</b>
<b>Primera Unidad</b>	<b>7</b>
Funciones	
<b>Semana 1:</b> Sesión 2	
Definición de función. Dominio y rango	8
<b>Semana 2:</b> Sesión 2	
Funciones especiales. Gráficas. Uso del software GeoGebra	9
<b>Semana 3:</b> Sesión 2	
La función lineal y la función cuadrática	10
<b>Semana 4:</b> Sesión 2	
La función exponencial y la función logarítmica	12
<b>Segunda Unidad</b>	<b>13</b>
Matrices y determinantes	
<b>Semana 5:</b> Sesión 2	
Matriz. Tipo de matrices y álgebra matricial.	14
<b>Semana 6:</b> Sesión 2	
Modelos funcionales usando álgebra de matrices	15
<b>Semana 7:</b> Sesión 2	
Determinante de una matriz	16
<b>Semana 8:</b> Sesión 2	
Sistema de ecuaciones lineales. Métodos de solución	17
<b>Tercera Unidad</b>	<b>19</b>
Límites y derivadas	
<b>Semana 9:</b> Sesión 2	
Límite de una función. Límites laterales	20
<b>Semana 10:</b> Sesión 2	

Límites infinitos. Límites al infinito

**Semana 11:** Sesión 2

Derivada de una función. Definición y técnicas de derivación. La regla de la cadena

**Semana 12:** Sesión 2

Criterio de la primera derivada para el cálculo de máximos y mínimos

**Cuarta Unidad**

27

Integrales

**Semana 13:** Sesión 2

28

La integral indefinida. Integración con condición inicial

**Semana 14:** Sesión 2

Técnicas de integración. Integración por sustitución y por partes

29

**Semana 15:** Sesión 2

La integral definida. El Teorema Fundamental del Cálculo Integral

30

**Semana 16:** Sesión 2

Áreas entre curvas

31

**Referencias**

32

# Presentación

El presente material didáctico constituye una guía de trabajo para el curso de matemática 2.2 y contribuye hacia una mejor comprensión de los contenidos mediante actividades prácticas, las cuales permitirá desarrollar en los estudiantes capacidades para resolver problemas y aplicar ideas relacionadas con situaciones del mundo de los negocios.

La estructura temática abarca cuatro elementos fundamentales: funciones, clave para relacionar variables y realizar modelaciones de situaciones de contexto real; estudio de las matrices y determinantes, que son pilares del álgebra lineal y nos ayudarán a resolver sistemas de ecuaciones y comprender la linealidad en los datos. Se explora el terreno del cálculo a partir del estudio de los límites y las derivadas. Por último, se abordará el estudio de las integrales como herramienta fundamental para el cálculo de áreas y aplicaciones en parámetros de negocios, cuyas soluciones implican el uso de métodos de integración indefinida.

Con ello, el estudiante estará en la capacidad de utilizar conocimientos de matemáticas para resolver problemas y entender los métodos cuantitativos, cruciales en las organizaciones. En unidad número uno, el estudiante resuelve problemas vinculados a contextos o situaciones reales, utilizando la teoría de funciones de variable real. En la unidad dos, será capaz de resolver problemas aplicados a contextos o situaciones reales, utilizando los métodos matriciales y determinantes. En la unidad tres, el estudiante utiliza el concepto y propiedades de límite de una función para la interpretación de la derivada mediante la resolución de problemas vinculados con la realidad y en la unidad cuatro, el estudiante será capaz de utilizar el concepto y propiedades de la integral para resolver problemas de análisis de costos, beneficios, producción y precios.

Finalmente, se recomienda usar todo el material didáctico disponible en el aula virtual para una mejor comprensión de las actividades propuestas en esta guía de trabajo.

# Primera **Unidad**

## **Funciones**

# Semana 1: Sesión 2

## Explorando el dominio y rango de una función

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 1

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea detenidamente las indicaciones dadas en cada actividad.

#### I. Propósito

Identificar el dominio y rango de una función mediante la aplicación de problemas y situaciones reales del ámbito empresarial.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro participantes.
2. Cada equipo de trabajo resuelve un problema y ejercicio propuesto (ver parte III). La selección lo determina el (la) docente según criterios establecidos.
3. El desarrollo debe justificar el resultado final del problema o ejercicio.
4. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
5. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios propuestos

3.1. Determina el dominio de la función.

a)  $f(x) = \frac{1-3x}{1-x^2}$     e)  $F(x) = \sqrt{\frac{3x-2}{4}}$     j)  $r(x) = \frac{x}{x-1} - \sqrt{x^2 + 7x - 8} + 1$

b)  $g(x) = \frac{24}{4-x^2}$     f)  $G(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$     k)  $S(x) = 2x^3 - \frac{2x}{\sqrt{4x-1}} + 3$

c)  $h(x) = \frac{1}{x^2-9}$     h)  $H(x) = \sqrt{16-x^2}$     l)  $T(x) = 3x + \frac{1}{x} - \sqrt{1-x}$

d)  $p(x) = \frac{2x-1}{x^2-11x+28}$     i)  $P(x) = \sqrt[4]{\frac{1-12x}{3}}$     m)  $U(x) = \frac{2}{x-4} + 3x\sqrt{3x^2+1}$

3.2. En los siguientes casos, se tiene definido el dominio para cada función.

Resuelve cada situación planteada.

a) Dada la siguiente función:  $f(x) = \begin{cases} 3x - 1; & -5 < x < 3 \\ 2x + 7; & 3 \leq x \leq 8 \\ 20; & 8 < x < 15 \end{cases}$

Calcular:  $P = f(2) + f(5) - f(10)$

b) Dada la siguiente función:  $f(x) = \begin{cases} 5x + 2; & 1 < x < 5 \\ 4x + 8; & 5 \leq x \leq 9 \\ 60 - 2x; & 9 < x < 12 \end{cases}$

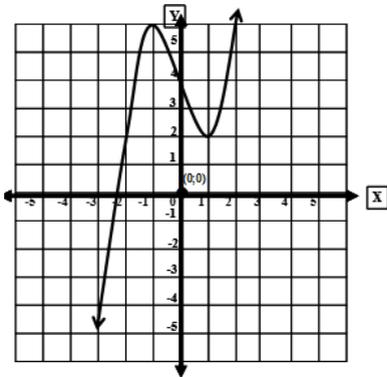
$f(a) = 60$ . Calcule el valor de "a"

c) Los servicios de agua potable y alcantarillado de una ciudad cobran según el consumo de las entidades comerciales mediante la función:

$$C(x) = \begin{cases} 2x + 200; & 0 \leq x \leq 1000 \\ 3x - 800; & 1000 < x \leq 2000 \\ 4x - 2800; & x > 2000 \end{cases}$$

Donde C, es el costo mensual en dólares cuando se consumen "x" metros cúbicos de agua. El mes pasado una entidad comercial pagó 7200 dólares, ¿Cuánto fue su consumo?

d) De acuerdo con la siguiente gráfica:



Tomada de: Quiñones (s. f.)

Determinar:

i) Dominio de la función

ii) Rango de la función

iii) Calcular:  $M = \frac{f(1) - f(-3)}{f(-1) + f(0)}$

e) Las bacterias se están desarrollando en un cultivo. El tiempo "t" (en horas) necesario para duplicarse (tiempo de generación) depende de la temperatura "T" (en °C) del cultivo. Si f(T) es la función proporcionada, tal que:

$$t = f(T) = \begin{cases} \frac{1}{24}T + \frac{11}{4}; & \text{si } 30 \leq T \leq 36 \\ \frac{4}{3}T - \frac{175}{4}; & \text{si } 36 < T \leq 39 \end{cases}$$

Hallar  $f(36)$  e interprete el resultado (Haeussler & Paul, 2003)

# Semana 2: Sesión 2

## Graficando funciones de variable real

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 1

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Utilizar métodos de tabulación y uso de software GeoGebra en las gráficas de funciones reales.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo utiliza el método indicado para realizar la gráfica de la función dada.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios propuestos

3.1. Utiliza método de tabulación para realizar las gráficas de las siguientes funciones reales. Luego identifica:

- |                              |                           |                                         |
|------------------------------|---------------------------|-----------------------------------------|
| a) $f(x) = 3x - 4$           | e) $F(x) = 2x^2 - 4x + 3$ | i) $p(x) = \frac{1}{x}; x \neq 0$       |
| b) $g(x) = \frac{2}{3}x - 5$ | f) $G(x) = 7 - 2x - x^2$  | j) $q(x) = \frac{3x-2}{x+3}; x \neq -3$ |
| c) $h(x) = 15 - 3x$          | g) $H(x) = \sqrt{1-x}$    | k) $s(x) =  3x - 12 $                   |
| d) $r(x) = 9 - x^2$          | h) $R(x) = \sqrt{1-x^2}$  | l) $t(x) =  16 - 4x^2 $                 |

3.2. Usa el software GeoGebra o Symbolab para realizar las gráficas de cada función anterior. Compara tu resultado con las gráficas obtenidas del apartado anterior.

# Semana 3: Sesión 2

## Explorando la función lineal y función cuadrática

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 1

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lea con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resolver problemas aplicado a los negocios utilizando el concepto y propiedades de las funciones: lineal y cuadrática.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve un ejercicio y un problema asignado por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios propuestos

3.1. En cada caso, identifica los elementos de cada función: pendiente (si es una función lineal), vértice, punto mínimo o punto máximo (si es una función cuadrática). Además, para cada caso, intersección con los ejes coordenados. Luego utiliza el software GeoGebra o Symbolab para realizar la representación gráfica identificando su dominio y rango.

a)  $f(x) = 3 - 2x$

e)  $F(x) = 5 - 4x - x^2$

b)  $g(x) = 0.003x - 12$

f)  $G(x) = x^2 + 4x + 3$

c)  $h(x) = 5x - 12.5$

h)  $I(x) = 4x^2 - 12x - 10$

d)  $I(x) = 15 - 0.01x$

i)  $R(x) = 11 - 2x - x^2$

3.2. En cada problema hay datos precisos. Plantea cada caso, luego resuelve interpretando el resultado encontrado, según la pregunta formulada.

#### Caso 1

La empresa de productos de limpieza "RBD. S.A.C." presenta su costo total mensual en dólares por la producción de "x" unidades, representada por la función:  $C(x) = 500x + 400\,000$ . La empresa fija el precio (p) de venta por cada unidad mediante:  $p = 1100 - \frac{x}{10}$ , en dólares, cuando se demanden "x" productos.

- ¿Cuál es la función de utilidad en la producción y venta de "x" productos mensuales?
- Calcule la cantidad de productos que deberá producir y vender la empresa con la finalidad de obtener beneficios de \$100 000.
- Determine la cantidad de productos que deberá producir y vender la empresa para obtener el máximo beneficio. ¿cuál es el beneficio máximo?

#### Caso 2

ROCIORD es una empresa que produce  $q$  pares de zapatillas a un costo de 50 dólares el par. Además, sus costos fijos ascienden a 4 000 dólares semanales y el precio de venta (en dólares) de cada par se determina según  $p = 160 - 0.5q$ ; cuando se demanden  $q$  pares. Con estas condiciones, determinar:

- La función de utilidad
- ¿Cuántos pares de zapatillas maximizan la utilidad?
- ¿A cuánto ascienda la utilidad máxima?

#### Caso 3

El departamento de ventas de una fábrica investigó el precio unitario de venta de sus productos y encontró que al precio de \$125 se ofrecerían 100 unidades o 300 unidades al precio de \$135. Considerando que el comportamiento de la oferta es lineal. Se pide calcular la función que representa el precio unitario y el precio por cada unidad cuando se ofertan unos 800 productos (Cano, 2022).

#### Caso 4

El precio  $p$  (en dólares) de un cierto artículo está en función de la cantidad de demanda  $q$  la cual está dada por:  $p = 150 - 3q$ . Calcular:

- La función de ingreso
- La cantidad de unidades que maximizan el ingreso.
- El ingreso máximo.

#### Caso 5

Antes de pandemia (2019) por la Covid – 19, una empresa contaba con 1200 colaboradores. Las restricciones implementadas por el gobierno peruano para prevenir contagios masivos tuvieron un impacto negativo en esta empresa, y el personal fue reduciéndose progresivamente. En el año 2021 los despidos alcanzaron hasta la tercera parte del año 2019. En estas condiciones, se pide determinar la función que representa la cantidad de colaboradores, suponiendo que es lineal. Además, determine la cantidad de colaboradores en el año 2020.

# Semana 4: Sesión 2

## Modelando funciones: exponencial y logarítmica

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 1

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resolver problemas aplicado a los negocios utilizando el concepto y propiedades de las funciones: exponencial y logarítmica.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve un ejercicio y un caso asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios propuestos

3.1. En cada caso, identifica los elementos de cada función: intersección con el eje "y", asíntotas. Luego utiliza el software GeoGebra o Symbolab para realizar la representación gráfica identificando su dominio y rango.

a)  $f(x) = (0.2)^x$

e)  $F(x) = \log_2(2x)$

b)  $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x+2}$

f)  $G(x) = \log_{0.2}(4x - 1)$

c)  $h(x) = 2^{x+4}$

h)  $H(x) = 0.5 + \log_{0.3}(3x)$

d)  $i(x) = 4^{2x-1} - 1$

i)  $p(x) = 0.01 - \ln(2x - 1)$

3.2. En cada problema hay datos precisos. Plantea cada caso, luego resuelve interpretando el resultado encontrado, según la pregunta formulada.

### Caso 1

Un banco capitaliza siempre. ¿Qué tasa de interés ofrece el banco si depositamos S/. 25000 y se convierte en S/. 32000 en 6 años?

### Caso 2

En 1995, una ciudad tenía 120 000 habitantes, a partir de este año se experimentó un crecimiento del 2,3 % anual.

- Establezca una función que represente la población de  $t$  años.
- Determine cuál fue la población en el año 2005
- Cree una representación gráfica de la situación planteada.

### Caso 3

La función  $P(t)$  se utiliza para calcular la cantidad de personas infectadas con gripe en un establecimiento después de  $t$  días. Determina el número de infectados al principio y después de cinco días. Ilustre la situación presentada.

$$p(t) = \frac{800}{1 + 49e^{-0.2t}}$$

### Caso 4

En una ciudad pequeña con 10,000 habitantes, una enfermedad infecciosa comienza a propagarse. La función  $Q(t)$  se utiliza para modelar la cantidad de personas que han sucumbido al virus después de  $t$  días. De acuerdo con los datos, se pide calcular:

- La cantidad de personas que inicialmente contrajeron el virus.
- Después de uno y cinco días, calcule la cantidad de personas infectadas.
- ¿En qué momento el número de infectados alcanzará los 125 000?

$$Q(t) = \frac{10\,000}{5 + 1245e^{-0.97t}}$$

### Caso 5

Después de  $t$  años, la población de una pequeña comunidad es aproximadamente  $P(t) = 3400e^{k \cdot t}$  ¿Cuál será la población aproximada después de diez años si se produce un aumento del 20 % en la población inicial?

Segunda

**Unidad**

**Matrices y determinantes**

# Semana 5: Sesión 2

## Algebrizando matrices y determinantes

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 2

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Aplicar el álgebra matricial en la solución de ejercicios y problemas con matrices.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve dos ejercicios asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios propuestos

1. Encuentre el producto A.B, si:

$$A = [a_{i,j}]_{2 \times 3} / a_{i,j} = \begin{cases} 3i - 2j; & i < j \\ i^2 - 2j; & i = j \\ 2ij; & i > j \end{cases} \quad \text{y } B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Calcular: " $a - b + 2c$ " en la siguiente igualdad:

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 11 & 4 \\ 5 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 21 \\ 15 & 14 \\ 8 & 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c-21 & a \\ b & a-10 \\ c-15 & c \end{pmatrix}$$

3. En la siguiente ecuación matricial, encuentre: Traz(X)

$$(A^t + B)^t + 2A - X = 0; \text{ donde:}$$
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. La siguiente matriz A, es simétrica. Calcule el valor de  $E = 2x+3y-4z$ .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2x - y & 5 \\ 5 & 12 & 243 \\ x + 2y & 3^{y-z} & 4 \end{pmatrix}$$

5. Dada las matrices:

$$N = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Hallar la matriz M, si}$$

$$M = 3N + A \cdot C. \text{ Luego encuentra el valor de } P = m_{2,3} + 4m_{3,1}$$

6. Dada las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

Encuentra la matriz X, en la siguiente ecuación:  $(A + B)^t = B^2 - 2X$

7. Para cada matriz, use operaciones elementales con filas o columnas y transforme a una matriz triangular superior.

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

d)  $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & -5 \\ 2 & 6 & -1 \end{pmatrix}$

b)  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 4 & -2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

e)  $E = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

c)  $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & -5 & -1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

f)  $F = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

# Semana 6: Sesión 2

## Modelando problemas con matrices

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 2

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resolver problemas aplicado a los negocios usando métodos matriciales.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve dos problemas asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Problemas propuestos

1. **Análisis de ventas.** La empresa Widget utiliza matrices para presentar sus informes de ventas mensuales, en los que los renglones muestran la cantidad de modelos regulares vendidos de lujo y superlujo. Las columnas muestran la cantidad de unidades vendidas de cada color: rojas, blancas, azules y púrpuras vendidas. Las matrices de enero (E) y febrero (F) son:

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 9 & 0 \end{pmatrix} \quad y \quad F = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

2. ¿Cuántas unidades se vendieron de los modelos blancos de lujo en el mes de enero? (b) ¿Cuál fue el número de ventas de modelos de lujo azules en febrero? (c) ¿En qué mes se vendieron más modelos de púrpura? (d) ¿Cuál fue el modelo y color que tuvo la misma acogida en ambos meses? (e) ¿En qué mes tuvo mayor acogida los artículos rojos? (f) ¿En qué mes tuvo mayor

acogida los artículos de lujo? (h) ¿Cuál fue el volumen de ventas durante el mes de enero? (Haeussler & Paul, 2003).

- 3. Producción.** En dos plantas, I y II, se fabrican distribuidores, bujías y magnetos para una empresa de partes automotrices. Dos minoristas X e Y representan su nivel de producción mediante las matrices X e Y respectivamente, de las dos plantas. Escriba una matriz que represente la producción total para ambos minoristas en las dos plantas (Haeussler & Paul, 2003).

$$X = \begin{matrix} & \text{I} & \text{II} \\ \begin{matrix} \text{Dis} \\ \text{Buj} \\ \text{Mag} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 30 & 50 \\ 800 & 720 \\ 25 & 30 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad Y = \begin{matrix} & \text{I} & \text{II} \\ \begin{matrix} \text{Dis} \\ \text{Buj} \\ \text{Mag} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 15 & 25 \\ 960 & 800 \\ 10 & 5 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- 4. Ventas.** Una empresa de juguetes muestra sus ventas (en miles de dólares) en tres ciudades durante el año 2020, representadas en la matriz A. La matriz B muestra las ventas en las mismas ciudades durante el año 2022. ¿Cuál es el cambio en las ventas entre estos dos periodos si la empresa compra un competidor y duplica las ventas en 2023 que logró conseguir en 2022? (Haeussler & Paul, 2003)

$$A = \begin{matrix} \text{Acción} \\ \text{Educativo} \end{matrix} \begin{pmatrix} 400 & 350 & 150 \\ 450 & 280 & 850 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{matrix} \text{Acción} \\ \text{Educativo} \end{matrix} \begin{pmatrix} 380 & 330 & 220 \\ 460 & 320 & 750 \end{pmatrix}$$

- 5.** Una librería tiene cien diccionarios, setenta libros de cocina y noventa tesauros. Utilice un producto de matrices para calcular el valor total del inventario si cada diccionario cuesta \$28, cada libro de cocina \$22 y un tesoro tiene un costo de \$16 (Haeussler & Paul, 2003).
- 6. Acciones.** Un agente de bolsa vendió 200 acciones tipo A, 300 acciones tipo B, 500 acciones tipo C y 250 acciones tipo D a un cliente. A, B, C y D tienen precios por acción de \$100, \$150, \$200 y \$300, respectivamente. Escriba una matriz fila que muestre la cantidad de acciones que se compraron de cada tipo. Se debe crear una matriz columna que muestre el precio por acción de cada tipo. Encuentre el costo total de las acciones utilizando la multiplicación de matrices (Haeussler & Paul, 2003).

# Semana 7: Sesión 2

## Explorando el determinante de una matriz

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 2

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resolver problemas y ejercicios sobre determinantes mediante el álgebra matricial.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve dos ejercicios o problemas asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Problemas propuestos

1. Determine el valor de "x" en la siguiente igualdad:

$$\begin{vmatrix} 1 - 2x & 1 & 3 \\ x - 3 & -5 & 0 \\ -4 & x - 4 & 2 \end{vmatrix} = -22$$

2. Encuentre la matriz inversa de A, si  $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ . (Sugerencia. Encuentre la inversa usando la matriz adjunta de A)

3. Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ . Resuelva la ecuación

matricial:  $AX=B$ .

4. Encuentre los valores de "x" para los cuales se cumple la siguiente igualdad:

$$\begin{vmatrix} x-1 & 0 & 1 \\ -2 & x+2 & -1 \\ 0 & 0 & x+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2-\sqrt{3} & -1 \\ -1 & 2+\sqrt{3} \end{vmatrix}$$

5. Dada la matriz: A, encuentra los valores de "a" para los cuales posee inversa. Además, encuentre la inversa de A, para  $a = -1$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & a & 3 \\ 4 & 1 & -a \end{pmatrix}$$

6. Encuentre la inversa de la matriz A, si existe. (sugerencia. Para hallar el determinante de A, use el método de cofactores)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

# Semana 8: Sesión 2

## Explorando métodos matriciales para resolver problemas de negocios

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 2

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resolver problemas aplicado a los negocios mediante métodos de Crámer y eliminación Gaussiana.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve dos casos asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios y problemas propuestos

3.1. Usa el método de Cramer para resolver cada uno de ellos sistemas de ecuaciones lineales:

$$a) \begin{cases} -3a + b - c = -4 \\ 5a - 2b + c = 6 \\ -a + b + 3c = 0 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + y + z = 110 \\ 4x + 5y + 6z = 540 \\ 12x - 10y - 10z = 0 \end{cases} \quad e) \begin{cases} 2x + y + 2z = 150 \\ 2x + 4y + 4z = 350 \\ 6x + 5y + 4z = 500 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4r + s - 2t = -3 \\ 3r - s + 4t = -2 \\ -r + s + t = 5 \end{cases} \quad d) \begin{cases} -3p + q - r = -4 \\ 5p - 2q + r = 6 \\ -p + q + 3r = 0 \end{cases} \quad f) \begin{cases} 5m + 4n + 3p = 60 \\ 4m + 3n + 5p = 50 \\ 3m + 5n + 4p = 46 \end{cases}$$

3.2. Usa el método de Gauss Jordan para resolver cada uno de los sistemas de ecuaciones lineales.

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} x + y + z = 200 \\ x + 2y + 3z = 425 \\ 2x + y + 3z = 400 \end{cases} \\
 \text{b) } \begin{cases} a + b + c = 2 \\ 3a - 2b - c = 4 \\ -2a + b + 2c = 2 \end{cases} \\
 \text{c) } \begin{cases} 3x - 4y + 2z = 1 \\ -2x - 3y + z = 2 \\ 5x - y + z = 5 \end{cases} \\
 \text{d) } \begin{cases} m - n + 3p = -4 \\ m + n + p = 2 \\ m + 2n - p = 6 \end{cases} \\
 \text{e) } \begin{cases} 2a - b + c = 3 \\ a - 2b - c = 3 \\ 4a - 5b - c = 9 \end{cases} \\
 \text{f) } \begin{cases} 2r + s - t = 1 \\ r - 2s + 2t = 3 \\ 3r - 2s + t = 2 \end{cases}
 \end{array}$$

3.3. Usa el método de Crámer o Gauss Jordan para resolver cada uno de los siguientes problemas.

- a) El gerente de una fábrica crea un plan de producción para dos tipos de un nuevo producto. El tipo A necesita nueve transistores y cuatro resistores. El tipo B necesita quince transistores y cinco resistores. La fábrica recibe diariamente 335 resistores y 850 transistores de sus proveedores. ¿Cuántos productos de cada tipo debe producirse cada día para usar todos los transistores y resistores? (Haeussler et al., 2015).
- b) Una fábrica establece que, para la fabricación de sus productos químicos se requiere de quinientos litros de una solución de ácido al 25 % (veinticinco por ciento del volumen es ácido). ¿Cuántos litros de cada una de las soluciones al 30% y al 18% se deben mezclar para completar el pedido?(Haeussler et al., 2015).
- c) United Products produce auriculares en dos fábricas ubicadas en Exton y Whyton. El costo de producir cada producto en Exton es de \$7.50, y los costos fijos son de \$7000 al mes. Los costos fijos en la fábrica de Whyton ascienden a \$8800 al mes y la producción de cada producto cuesta \$6.00. United Products requiere 1500 auriculares para el mes próximo. Si el costo total de cada fábrica es el mismo, ¿cuántas debe producir cada una? (Haeussler & Paul, 2003).
- d) Tres modelos de muebles son fabricados por una empresa: sillas, mecedoras y sillones reclinables. Cada silla necesita una unidad de madera, una de plástico y dos de aluminio. Cada mecedora necesita una unidad de madera, una de plástico y tres de aluminio. Cada sillón reclinable requiere para su fabricación, una unidad de madera, dos de plástico y cinco de aluminio. La empresa dispone de 400 piezas de madera, 600 de plástico y 1500 de aluminio. Se quiere utilizar todo el inventario para la corrida de fin de temporada. ¿Cuántas sillas, mecedoras y sillones deben fabricarse para

lograr esto? (Haeussler et al., 2015).

- e) Una empresa requiere tres tipos de empleados: calificados, semicalificados y de envío. Cada empleado calificado gana \$16 por hora en el departamento de montaje, un trabajador semicalificado en ese departamento gana \$9.50 por hora y cada trabajador de envío \$10 por hora. La empresa necesita contratar un total de 70 empleados en los departamentos de ensamblaje y envío debido a un aumento en los pedidos. Estos nuevos empleados recibirán un pago de \$725 por hora en total. Debido a un acuerdo con el sindicato de trabajadores, deben contratarse el doble de colaboradores semicalificados que de calificados. ¿Cuántos empleados de cada tipo debe contratar la empresa? (Haeussler et al., 2015).

# Tercera **Unidad**

**Límites y derivadas**

# Semana 9: Sesión 2

## Explorando límites: comprendiendo el comportamiento de una función

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 3

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resolver problemas de límites utilizando el concepto de límites laterales y propiedades.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve dos ejercicios asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios propuestos

3.1. Completa los datos faltantes en cada tabla para estimar el límite de cada función. Se sugiere usar una calculadora.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x + 1}$$

x	-0.9	-0.99	-0.999	-1.001	-1.01	-1.1
f(x)						

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$$

x	-3.1	-3.01	-3.001	-2.999	-2.99	-2.9
f(x)						

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

x	-0.1	-0.01	-0.001	0.001	0.01	0.1
f(x)						

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h}$$

x	-0.1	-0.01	-0.001	0.001	0.01	0.1
f(x)						

3.2. En cada caso, evalúa los siguientes límites y calcula su valor, si existe.

a) Hallar:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ; si  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3; & x > 0 \\ \frac{5x-6}{2}; & x < 0 \end{cases}$

b) Hallar:  $\lim_{x \rightarrow -2} g(x)$ ; si  $g(x) = \begin{cases} 1 - x^2; & x > -2 \\ 2x + 1; & x < -2 \end{cases}$

c) Hallar:  $\lim_{x \rightarrow -3} r(x)$ ; si  $r(x) = \begin{cases} x^3 + 27; & x > -3 \\ x - 3; & x < -3 \end{cases}$

d) Hallar:  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ; si  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2}; & x < 2 \\ x(6x-12); & x > 2 \end{cases}$

3.3. En cada caso, encuentre el valor de "a" para que el límite de la función  $f(x)$  exista.

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ; si  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2-4}{x-2}; & x > 3 \\ -x; & x < 3 \end{cases}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ; si  $f(x) = \begin{cases} \frac{3ax^2-4}{4x-7}; & x > 2 \\ 4x; & x < 2 \end{cases}$

c)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ; si  $f(x) = \begin{cases} 5ax^2 - 3; & x > -1 \\ -5x; & x < -1 \end{cases}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ; si  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2-x}; & x < 2 \\ x^3 + a(x+1); & x \geq 2 \end{cases}$

3.4. **Formas indeterminadas.** Calcular los siguientes límites.

a)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x+3}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4-\sqrt{16+x}}{x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x-1}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-2x^2+x}{x-1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{x}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt[3]{x}-3}{x-27}$

d)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h}-1}{h}$

i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{1-x}$

# Semana 10: Sesión 2

## Explorando límites infinitos

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 3

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resolver problemas de límites infinitos y límites al infinito mediante criterios algebraicos.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve cuatro ejercicios asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios propuestos

3.1. Evaluar los siguientes límites.

a)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x+5}{4-x}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3-x}{(x-2)^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{x-2}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-1}{x^2-3x+2}$

h)  $\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{-x}{(4+x)^2}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x-10}{3-x}$

f)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x}{4-x^2}$

i)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x}{(2+x)^2}$

3.2. Calcular los siguientes límites.

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{3x+1}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^3+x}$

g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x-1} - x$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5-6x^4+3x^2}{3x^3+5x^2+6x}$

e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{4x+5}$

h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x^2+5x+6}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{3x+2} - x$

f)  $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1-z}{\sqrt{1-z^2}}$

i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - \sqrt{4x+2})$

# Semana 11: Sesión 2

## Aplicando técnicas de derivación

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 3

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Comprender el concepto de la derivada mediante técnicas de derivación en la resolución de problemas.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve cuatro ejercicios asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios propuestos

3.1. Use la definición de la derivada como un límite, para calcular la derivada de las siguientes funciones.

- |                          |                           |                              |
|--------------------------|---------------------------|------------------------------|
| a) $f(x) = 3x - 1$       | d) $g(t) = 3t^2 + 2t + 1$ | g) $f(u) = 1 - \frac{u}{2}$  |
| b) $g(x) = x^2 + 2x - 1$ | e) $F(x) = \sqrt{x + 2}$  | h) $g(u) = \frac{1}{u}$      |
| c) $f(t) = 5 - 4t$       | f) $G(x) = \frac{3}{x-2}$ | i) $h(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ |

3.2. Encuentre la pendiente de la curva que se forma por cada función dada, en el punto dado.

- |                                           |                                            |
|-------------------------------------------|--------------------------------------------|
| a) $f(x) = x^2 + 4$ , en el punto (-2; 8) | d) $f(x) = x^2 - 2x$ ; en el punto (-2; 1) |
| b) $f(x) = 1 - x^2$ , en el punto (1; 0)  | e) $f(x) = 4 - 2x^2$ ; en el punto (1; 0)  |
| c) $f(x) = 4x^2 - 5$ , cuando $x = 0$     | f) $f(x) = 3x^2 - 4$ , en el punto (1; -1) |

3.3. Use técnicas de derivación para encontrar la derivada de las siguientes funciones.

a)  $f(x) = 3x^4 - 2x^{-3} + 4$       d)  $F(x) = \frac{3x-4}{x+1}$       g)  $f(t) = (\text{Lnt})(\sqrt{3}e^t)$

b)  $g(x) = 12 - 3x + \sqrt{x}$       e)  $G(x) = (2e^5)(3x^5)$       h)  $g(t) = \frac{t^2}{1-t^2}$

c)  $h(x) = \frac{1}{5}\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{x} + 12x$       f)  $\frac{2}{x^3+x}$       i)  $h(t) = \frac{\text{Lnt}}{e^t}$

3.4. Use la regla de la cadena para encontrar la derivada de las siguientes funciones.

a)  $f(x) = (3x - 1)^3$       d)  $F(x) = (3x^2 - 4)^6$       g)  $f(t) = \sqrt[3]{x^4 + 3x^2}$

b)  $g(t) = \ln(5t - 4)$       e)  $G(x) = \sqrt{12(x - x^3)}$       h)  $F(t) = e^{5t-4}$

c)  $g(x) = e^{x^2-1}$       f)  $F(t) = \left(\frac{2x+1}{x}\right)^3$       i)  $H(t) = \sqrt[3]{1 - 9x^3}$

## Semana 12: Sesión 2

# Resolviendo problemas de negocios con el criterio de la primera derivada

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 3

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resolver problemas relacionado con los negocios aplicando el criterio de la primera derivada.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve un ejercicio y un caso asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios propuestos

3.1. Determina los intervalos de crecimiento o decrecimiento, además calcule su máximo y mínimo para cada función dada.

a)  $f(x) = \frac{x^3}{2} - \frac{x^2}{3}$

d)  $f(x) = 16x^2 + 4$

g)  $y = (x - 2)^2(x + 2)^2$

b)  $f(x) = 3x^3 - x$

e)  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 8x + 1$

h)  $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 1$

c)  $f(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 - 3$

f)  $g(t) = \frac{t-1}{t^2-t+1}$

i)  $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

### 3.2. Resuelve cada caso, usando el criterio de la primera derivada

#### Caso 1

El costo (en dólares) de un puesto de hot dogs se da por la ecuación  $C(q) = 2q^3 - 21q^2 + 60q + 500$ , donde "q" es la cantidad vendida de este producto. Determinar cuándo ocurren los extremos relativos usando el criterio de la primera derivada e interprete el resultado (Haeussler & Paul, 2003).

#### Caso 2

Una sustancia se administra al torrente sanguíneo de un paciente, en la cual  $C(t) = \frac{0.14t}{t^2+4t+4}$  representa la concentración de la sustancia en el torrente  $t$  horas después de la inyección. Determine los extremos relativos de para  $t > 0$  y utilícelos para determinar cuándo la droga alcanza su punto máximo de concentración.

#### Caso 3

Una fábrica produce cierto artículo con un costo de producción de  $C(q) = 200q + 2q^2$ , donde q es la cantidad producida. La fábrica tiene una demanda mensual que puede ser modelada por la función  $D(q) = 100 - 2q$ . Encuentra el nivel de producción que minimizará los costos totales de la fábrica y calcula los costos mínimos.

#### Caso 4

Una empresa de manufactura tiene un costo total de producción de  $C(x) = 500x - 2x^2 + 0.1x^3$  dólares, donde  $x$  representa la cantidad de unidades producidas. Encuentra la cantidad óptima de unidades que la empresa debe producir para minimizar sus costos totales.

#### Caso 5

Un empresario opera una fábrica que produce un artículo y vende cada unidad por \$200. Los costos totales de producción se modelan como una función  $C(q) = 5000 + 20q + 0.1q^2$ , donde "q" es la cantidad de unidades producidas. Utilizando la primera derivada, ¿cuántas unidades debe producir el empresario para maximizar sus beneficios? ¿Cuál será el beneficio máximo?

# Cuarta **Unidad**

## **Integrales**

# Semana 13: Sesión 2

## Resolviendo problemas de condición inicial con la integral indefinida

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 4

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resuelve problemas de integración con condición inicial utilizando em concepto de la integral indefinida.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve un problema asignado por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Problemas propuestos

- 3.1. En cada problema planteado hay datos precisos que debes tomar en cuenta para resolver usando el concepto de la integral indefinida.

Problema 1

La tasa de crecimiento de una especie de bacterias se puede calcular utilizando  $\frac{dN}{dt} = 800 + 200e^t$ , en donde N es la cantidad de bacterias (en miles) después de t horas. Determine N(t) si  $N(5) = 40,000$ .

Problema 2

Unos profesionales en sociología investigaron el ingreso promedio por año **y** (en dólares) que un ciudadano con **x** años de educación esperaría encontrar un empleo ordinario para un grupo urbano específico. Estimaron que:

$\frac{dy}{dx} = 100x^{3/2}$ ;  $4 \leq x \leq 16$ , donde  $y=28,720$  y  $x=9$ , es la razón de cambio del ingreso respecto a la educación. Se pide, encontrar "y" (Haeussler et al., 2015).

### Problema 3

Los costos fijos (rentas y seguros) por semana en la fabricación de un producto son de \$4000 y permanecen constantes durante un período de tiempo a todos los niveles de producción. Encontrar el costo en la producción de 10,000 libras en una semana si la función de costo marginal está dada por  $\frac{dc}{dq} = 0,000001(0,002q^2 - 25q) + 0,2$  donde **c** representa el costo total (en dólares) en la producción de **q** libras de productos semanales.

### Problema 4

La función de costo marginal en la producción de **q** unidades de un cierto producto, está dada por,  $\frac{dc}{dq} = 0,003q^2 - 0,4q + 40$ . ¿Cuál es el costo promedio en la producción de 100 unidades, sabiendo que, al producir 50 unidades, el costo marginal es de \$27.50 y los costos fijos ascienden a \$5000? (Haeussler & Paul, 2003)

### Problema 5

Se realizó una investigación sobre la polilla de invierno en un país europeo. Las larvas de la polilla caen al suelo de los árboles que reciben a los invitados. El número de larvas por pie cuadrado de suelo, o densidad  $y$ , cambia con respecto a la distancia  $x$  (en pies) desde la base de un árbol huésped, que está dada por  $\frac{dy}{dx} = -1,5 - x$ ;  $1 \leq x \leq 9$ . Si  $y=57,3$  cuando  $x=1$ , encuentre  $y$  (Haeussler et al., 2015).

### Problema 6

Un grupo de biólogos investigó cómo una dieta proteica afectaba a las ratas alimentadas con una dieta que contenía 10 % de proteínas. La proteína fue producida por la harina de maíz y la levadura. Pero con respecto al porcentaje de levadura en la mezcla proteínica, el grupo descubrió que  $\frac{dG}{dP} = -\frac{P}{25} + 2$ ;  $0 \leq P \leq 100$  fue la razón de cambio aproximada del aumento promedio de peso de una rata (en gramos) durante un período de tiempo con respecto al porcentaje de levadura en la mezcla proteínica. Si  $G=38$  y  $P=10$ , encuentre  $G$  (Haeussler & Paul, 2003).

# Semana 14: Sesión 2

## Explorando técnicas de integración

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 4

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Utilizar técnicas de integración para resolver problemas de integral indefinida.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve dos ejercicios asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios propuestos

3.1. Resuelve cada integral indefinida. Usa la técnica por sustitución.

- |                                  |                                          |                                         |
|----------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|
| a) $\int 5xe^{x^2} dx$           | d) $\int \frac{3x+2x^3}{x^4+3x^2+12} dx$ | g) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{2x+1}} dx$ |
| b) $\int (x^3 + 2)e^{x^4+8x} dx$ | e) $\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$        | h) $\int x\sqrt{1+x} dx$                |
| c) $\int \frac{3x^2}{x^3+7} dx$  | f) $\int x\sqrt{1-x^2} dx$               | i) $\int x^3\sqrt{x-4} dx$              |

3.2. Resuelve cada integral indefinida. Usa la técnica de integración por partes.

- |                                       |                                   |                                     |
|---------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $\int (x^2 + 3x - 1)e^{2x} dx$     | d) $\int (7 + x - 3x^2)e^{-x} dx$ | g) $\int (x^3 + 5x^2 - 2)e^{2x} dx$ |
| b) $\int \frac{e^x(1+x \ln x)}{x} dx$ | e) $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$    | h) $\int x^2 \ln(x^2) dx$           |
| c) $\int x^2 \ln x dx$                | f) $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$ | i) $\int x \sqrt[3]{x+1} dx$        |

## Semana 15: Sesión 2

# Resolviendo problemas de integración con el Teorema Fundamental del Cálculo Integral

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 4

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resolver problemas de integración utilizando el Teorema Fundamental del Cálculo Integral.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve un ejercicio y un problema asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Ejercicios y problemas propuestos

3.1. Evalúe cada una de las siguientes integrales definidas. Si es necesario, aplique técnicas de derivación (sustitución o por partes)

a)  $\int_{-1}^3 \frac{1}{x^2} dx$

d)  $\int_1^3 (x + 1)e^{x^2+2x} dx$

g)  $\int_4^5 \frac{2}{(x-3)^3} dx$

b)  $\int_4^9 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2\right) dx$

e)  $\int_1^3 x^2 e^{x^3} dx$

h)  $\int_1^2 \left(6\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{2x}}\right) dx$

c)  $\int_{-1}^3 \frac{e^{\ln x}}{x} dx$

f)  $\int_{1/3}^2 \sqrt{10-3t} dt$

i)  $\int_0^{\sqrt{7}} \left[2x - \frac{x}{(x^2+1)^{5/3}}\right] dx$

3.2. Utiliza el teorema Fundamental del Cálculo Integral para resolver cada problema planteado.

### Problema 1

El valor actual (en dólares) de un flujo de ingresos continuo de 2000 dólares al año durante 5 años se puede calcular con  $V(t)$ . Evaluar el valor actual comparándolo con el dólar más cercano.

$$V(t) = \int_0^5 2000e^{-0.06t} dt$$

### Problema 2

$C(t)$  es la cantidad total de minerales utilizados bajo consumo continuo en el intervalo  $[0, t_1]$ , donde  $k$  es la razón de consumo, si  $C_0$  es el consumo anual de un mineral en el tiempo  $t=0$ . Para un mineral de tierras raras, se encontró que  $C_0=3000$  unidades y  $k=0.05$ . Evaluar la integral para estos datos.

$$C(t) = \int_0^{t_1} C_0 e^{kt} dt$$

### Problema 3

Un fabricante presenta la función de costo marginal dado por:  $\frac{dC}{dq} = 0,2q + 8$ .  $C$  representa el costo en dólares. Evalúe el costo de incrementar el nivel de producción de 65 a 75 unidades (Haeussler et al., 2015).

### Problema 4

Si la función de costo marginal de un fabricante se da por:  $\frac{dC}{dq} = 0,003q^2 - 0,6q + 40$ , donde  $C$  es el costo en dólares, determine el costo de incrementar la producción de 100 a 200 unidades (Ortiz et al., 2020).

### Problema 5

La función de ingreso marginal de un fabricante es:  $\frac{dr}{dq} = \frac{1000}{10\sqrt{q}}$ . Encuentre el cambio en el ingreso total del fabricante cuando su producción se incremente de 400 a 900 unidades. Considere "r" en dólares.

### Problema 6

La tasa de crecimiento del ingreso (en dólares) de una cadena de comida rápida se determina por  $f(t) = 10\,000e^{0,02t}$ , donde  $t$ , está en años. La integral  $\int_3^6 f(t)dt$  proporciona el ingreso total de la cadena entre el tercero y sexto años. Evalúe esta integral e interprete el resultado (Haeussler & Paul, 2003).

## Semana 16: Sesión 2

# Calculando áreas bajo una curva o entre dos curvas usando la integral definida

Sección: ..... Fecha: ...../...../..... Duración: 60 minutos

Docente: ..... Unidad: 4

Nombres y apellidos: .....

### Instrucciones

Lee con detenimiento la descripción de la actividad a realizar.

#### I. Propósito

Resolver problemas sobre áreas entre curvas o bajo una curva utilizando el concepto de la integral definida.

#### II. Descripción de la actividad por realizar

1. La actividad es colaborativa y se desarrolla en equipos de cuatro estudiantes.
2. Cada equipo resuelve dos problemas asignados por el(la) docente.
3. El tiempo para desarrollar es no mayor a 20 minutos.
4. Cada equipo de trabajo deberá salir al frente para exponer sus resultados.

#### III. Problemas propuestos

Utiliza el Teorema Fundamental del Cálculo para resolver cada problema planteado. Usa el software GeoGebra para ilustrar la situación planteada.

Problema 1

Encuentre el área limitada por la curva  $y = x^2 - 5x + 6$

Problema 2

Encontrar el área de la región limitada por la curva  $y = 2 + x^2$ , el eje "x" y las rectas  $x = -1$ ,  $x = 2$ .

Problema 3

Encuentre el área de la región generada por la curva  $y = e^x$ , el eje "x" y las rectas  $x = 1$ ,  $x = 2$ .

Problema 3

Calcular el área de la región limitada por la curva  $y = \sqrt{x+9}$ , las rectas  $x = -9$ ,  $x = 0$ .

Problema 4

Encontrar el área de la región generada por la curva  $y = 1 - x - x^3$ , las rectas  $x = -2$ ,  $x = 0$ .

Problema 5

Calcule el área de la región generada por la gráfica de la función  $y = \sqrt[3]{x}$  y la recta  $x = 2$

Problema 6

Encontrar el área de la región obtenida por la gráfica de la curva  $y = |x|$ , las rectas  $x = -2$  y  $x = 2$ .

Problema 7

Calcular el área de la región engendrada por las curvas  $y = 4x - x^2$  e  $y = x^2 - 2x$  (Ortíz et al., 2020).

Problema 8

Encontrar el área de la región generada por las curvas  $y = 9 - x^2$  e  $y = x^2 + 1$ .

Problema 9

Encontrar el área de la región generada por la gráfica de las curvas  $y = x^2$  e  $y = 2x$ .

Problema 10

Encontrar el área de la región limitada por las curvas  $y = -3x$  e  $y = 4 - x^2$

Problema 11

Encontrar el área de la región limitada por las curvas  $y = x^3 - 1$  e  $y = x - 1$

Problema 12

Encontrar el área de la región generada por las curvas  $y = x^3$  e  $y = x^2 + x$  (Ortíz et al., 2020).

# Referencias

Cano, A. (2022). *Prolemas de microeconomía*. Universidad de los Andes.

<https://bit.ly/47aUbW4>

Haeussler, E., & Paul, R. (2003). *Matemáticas para administración y economía*

(V. H. Ibarra, Trad.). Pearson Educación. <https://bit.ly/3Rx3D00>

Haeussler, E., Paul, R., & Wood, R. J. (2015). *Matemáticas para administración*

*y economía* (13a ed.). Pearson. <https://bit.ly/3vp6a50>

Ortíz, F., Ortíz, F. J., & Ortíz, F. J. (2020). *Cálculo Integral* (2da ed.). Patriz

Educación. <https://bit.ly/48ml4rG>

Quiñones, G. (s. f.). Función polinomial. *MATEMÁTICA - TEORÍA EJEMPLOS*

*ACTIVIDADES Y VÍDEOS - GUILLERMO QUIÑONES DIAZ*. Recuperado 28

de diciembre de 2023, de <https://bit.ly/48bpfq3>

## Bibliografía de consulta:

Herrero, A., Matilla, M. & Muñoz, A. (2020). *Cálculo diferencial para economía y empresa*. McGraw-Hill Interamericana de España

Jara, M. (2018). *Cálculo integral y sus aplicaciones en la empresa*. Ecotec.

<https://acortar.link/FAw8Ei>

Javier, J. (2021). *Ejercicios de matemáticas básicas*. Fondo editorial Universidad

del pacífico. <https://acortar.link/F06fKU>

Salazar, L., Bahena, H. & Vega, F. (2020). *Cálculo diferencial*. Grupo editorial

Patria. <https://acortar.link/rygzxr>

Saravia, N., Gaita, C., Bances, D. & Arce, J. (2023). *Cálculo diferencial*. Fondo

editorial PUCP.