Universidad Continental

Guía de Trabajo

Variable Compleja y Transformadas

Jhosselin Flores Camayo

Contenido

Semana 8: Sesión 2

Teorema de Morera y desigualdad de Cauchy

Tercera Unidad

Transformada Z

Semana 9: Sesión 2

Sistemas en tiempos discretos, transformada Z

Semana 10: Sesión 2

Ecuaciones Diferenciales por el Modelo de Transformada Z

Semana 11: Sesión 2

Transformada Z inversa

Semana 12: Sesión 2

Funciones de transferencia de pulsos y análisis de estabilidad en el plazo Z

Cuarta Unidad

Series e integrales de Fourier

Semana 13: Sesión 2

Función periódica, pares, impares

Semana 14: Sesión 2

Series trigonométricas, de Fourier y de Euler*

Semana 15: Sesión 2

Integral de Fourier

Semana 16: Sesión 2

Aplicaciones oscilaciones forzadas

Referencias

Presentación

La Guía de Trabajo para la asignatura Variable Compleja y Transformadas es esencial para que los estudiantes de las diferentes especialidades de Ingeniería comprendan y manejen eficazmente los conceptos fundamentales de la variable compleja y las transformadas. Esta asignatura, al ser transversal en la Facultad de Ingeniería, es crucial para desarrollar competencias en la solución de problemas de ingeniería, brindando a los estudiantes las herramientas teóricas y prácticas necesarias para su futura carrera profesional.

Los contenidos de la asignatura abarcan una variedad de temas fundamentales que son vitales para el campo de la ingeniería. Entre ellos se incluyen los números complejos, las funciones de variable compleja, la derivada de funciones de variable compleja, las integrales de funciones complejas, las series de funciones complejas y las transformadas de Fourier. Estos temas no solo son esenciales para entender el comportamiento de sistemas complejos, sino que también tienen aplicaciones prácticas en diversos campos de la ingeniería, como el análisis de señales y sistemas, la teoría de control y la mecánica de fluidos.

El resultado de aprendizaje principal de la asignatura es que los estudiantes sean capaces de aplicar conceptos y técnicas de la variable compleja y transformadas para la solución de problemas de ingeniería en nivel 1. La asignatura está estructurada en unidades que incluyen el estudio de los números complejos y sus propiedades, las funciones de variable compleja y sus derivadas, las integrales y series de funciones complejas, y las transformadas de Fourier. Cada unidad está diseñada para proporcionar una comprensión profunda y práctica de estos conceptos, preparando a los estudiantes para su aplicación en situaciones reales de ingeniería.

Para aprovechar al máximo esta asignatura, se recomienda a los estudiantes:

Estudiar regularmente: Dedicar tiempo diario al estudio y la práctica de los conceptos presentados en clase.
Participar activamente: Involucrarse en las clases, haciendo preguntas y participando en discusiones.
Utilizar recursos adicionales: Hacer uso de los recursos adicionales proporcionados, como videos, lecturas y aplicaciones, para reforzar su comprensión.
Trabajar en grupo: Formar grupos de estudio para discutir y resolver problemas complejos, lo cual puede facilitar una mejor comprensión de los temas.
Consultar al docente: No dudar en pedir ayuda al docente para aclarar dudas y obtener una orientación más específica sobre los contenidos y su aplicación práctica.

Jhosselin Flores Camayo

Primera **Unidad**

Funciones analíticas complejas

Semana 1: Sesión 2

Teoría de números complejos, operaciones y representación gráfica

Sección: .... Fecha: …/…/...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante comprende los conceptos fundamentales de los números complejos, sus operaciones y su representación gráfica

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve los ejercicios planteados tomando en cuenta la teoría aprendida.

A. Ejercicios de Suma en Forma Polar

1. $(3,30°)+(2,45°)$
2. $(5,60°)+(4,120°)$
3. $(7,90°)+(3,180°)$
4. $(6,45°)+(5,135°)$
5. $(2,60°)+(1,240°)$
6. $(4,30°)+(3,150°)$
7. $(5,210°)+(6,300°)$
8. $(8,45°)+(7,315°)$
9. $(9,60°)+(4,120°)$
10. $(1,90°)+(3,270°)$

B. Ejercicios de Resta en Forma Polar

1. $(5,45°)-(3,30°)$

2. $(7,120°)-(2,60°)$
3. $(6,180°)-(4,90°)$
4. $(8,90°)-(3,270°)$
5. $(9,45°)-(6,315°)$
6. $(4,30°)-(2,150°)$
7. $(3,60°)-(1,240°)$
8. $(7,120°)-(5,210°)$
9. $(8,60°)-(4,180°)$
10. $(6,90°)-(3,270°)$

C. Ejercicios de Multiplicación en Forma Polar

1. $(3,30°)\cdot(2,45°)$
2. $(5,60°)\cdot(4,120°)$
3. $(7,90°)\cdot(3,180°)$
4. $(6,45°)\cdot(5,135°)$
5. $(2,60°)\cdot(1,240°)$
6. $(4,30°)\cdot(3,150°)$
7. $(5,210°)\cdot(6,300°)$
8. $(8,45°)\cdot(7,315°)$
9. $(9,60°)\cdot(4,120°)$
10. $(1,90°)\cdot(3,270°)$

D. Ejercicios de División en Forma Polar

1. $(6,60°)\div(2,30°)$
2. $(8,90°)\div(4,45°)$
3. $(10,120°)\div(5,60°)$
4. $(7,135°)\div(3,45°)$
5. $(9,180°)\div(3,90°)$
6. $(12,210°)\div(6,105°)$
7. $(14,240°)\div(7,120°)$
8. $(16,270°)\div(8,135°)$
9. $(18,300°)\div(9,150°)$

10. $(20,330°)\div(10,165°)$

Semana 2: Sesión 2

Conjugadas de números complejos, fórmulas de Moivre, curvas y regiones

Sección: .... Fecha: .../.../...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante comprende las propiedades de las conjugadas de números complejos, la aplicación de la fórmula de Moivre y la interpretación de curvas y regiones en el plano complejo.

II. Descripción de la actividad por realizar

Resuelve los ejercicios planteados tomando en cuenta la teoría aprendida.

A. Ejercicios de potenciación usando la fórmula de Moivre

1. Encuentra $(2(\cos 45° + i \sin 45°))^3$
2. Calcula $(3(\cos 60° + i \sin 60°))^4$
3. Halla $(1(\cos 90° + i \sin 90°))^2$
4. Resuelve $(4(\cos 30° + i \sin 30°))^5$
5. Encuentra $(5(\cos 120° + i \sin 120°))^2$
6. Calcula $(3(\cos 135° + i \sin 135°))^3$
7. Halla $(2(\cos 180° + i \sin 180°))^4$
8. Resuelve $(1(\cos 210° + i \sin 210°))^3$
9. Encuentra $(2(\cos 240° + i \sin 240°))^2$
10. Calcula $(4(\cos 300° + i \sin 300°))^2$

B. Ejercicios de radicación usando la fórmula de Moivre

1. Encuentra las raíces cúbicas de $8(\cos 60° + i \sin 60°)$

2. Calcula las raíces cuartas de 16(cos120°+i sin120°)
3. Halla las raíces sextas de 64(cos90°+isin90°)
4. Resuelve las raíces cúbicas de 27(cos30°+i sin30°)
5. Encuentra las raíces cuartas de 81(cos150°+i sin150°)
6. Calcula las raíces quintas de 32(cos180°+i sin180°)
7. Halla las raíces cuartas de 256(cos45°+i sin45°)
8. Resuelve las raíces cúbicas de 125(cos210°+i sin210°)
9. Encuentra las raíces sextas de 729(cos240°+i sin240°)
10. Calcula las raíces cuartas de 16(cos270°+i sin270°)

C. Ejercicios en situaciones reales

1. **Análisis de circuitos eléctricos:** En un circuito de corriente alterna, la impedancia total Z se puede expresar como un número complejo. Si Z=4(cos45°+i sin45°) y I es la corriente con I=3(cos30°+i sin30°), encuentra el voltaje V=Z·I usando la fórmula de Moivre.
2. **Oscilaciones mecánicas:** Un sistema de oscilación está representado por un número complejo z=5(cos60°+i sin60°). Calcula el valor de Z^2 para encontrar la amplitud y la fase de la segunda oscilación usando la fórmula de Moivre.
3. **Análisis de señales:** Una señal de radiofrecuencia se representa como un número complejo S=2(cos90°+i sin90°). Encuentra la señal resultante S^3 para analizar la tercera armonía de la señal usando la fórmula de Moivre.
4. **Movimiento en el plano complejo:** Un objeto se mueve en el plano complejo con una posición inicial representada por P=3(cos120°+i sin120°). Si su posición después de un tiempo T es P^2, calcula esta nueva posición usando la fórmula de Moivre.
5. **Transformaciones en el espacio:** Un punto en el espacio tridimensional se transforma mediante una rotación y es representado por un número complejo T=4(cos45°+i sin45°). Calcula T^3 para encontrar la nueva

posición del punto después de tres rotaciones consecutivas usando la fórmula de Moivre.

6. **Campos electromagnéticos:** Un campo electromagnético en una región del espacio se representa por $E=6(\cos 30°+i \sin 30°)$. Encuentra la intensidad del campo después de ser afectado por una magnitud E^4 usando la fórmula de Moivre.
7. **Diseño de antenas:** La respuesta de una antena a una señal se puede modelar como un número complejo $A=5(\cos 60°+i \sin 60°)$. Calcula A^2 para determinar la respuesta de la antena a la señal duplicada usando la fórmula de Moivre.
8. **Mecánica cuántica:** En un sistema cuántico, el estado de una partícula se describe por un número complejo $\psi=2(\cos 75°+i \sin 75°)$. Encuentra el estado de la partícula después de una operación que se puede modelar como ψ3 usando la fórmula de Moivre.
9. **Dinámica de fluidos:** El flujo de un fluido en una tubería se representa por un número complejo $F=4(\cos 90°+i \sin 90°)$. Calcula F^2 para encontrar el flujo después de que el fluido haya recorrido una cierta distancia usando la fórmula de Moivre.
10. **Vibraciones de estructuras:** La vibración de un edificio durante un terremoto se modela por un número complejo $V=3(\cos 135°+i \sin 135°)$. Encuentra V^4 para analizar la cuarta vibración usando la fórmula de Moivre.

III. Referencias

1. Stewart, J. (2009). Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning.
2. Kreyszig, E. (2011). Advanced Engineering Mathematics. Wiley.
3. Brown, J. W., & Churchill, R. V. (2009). Complex Variables and Applications. McGraw-Hill Education.
4. Marsden, J. E., & Hoffman, M. J. (1999). Basic Complex Analysis. W.H.

Freeman and Company.

5. Spiegel, M. R., Lipschutz, S., & Schiller, J. (2009). Complex Variables, with an Introduction to Conformal Mapping and Its Applications. McGraw-Hill Education.
6. Weisstein, E. W. "De Moivre's Formula." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. De Moivre's Formula.
7. Khan Academy. "Complex numbers." Khan Academy.

Semana 3: Sesión 2

Conjuntos abiertos, acotados, cerrados y conexos. Teoría del límite

Sección: .... Fecha: …/…/..... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante comprende los conceptos de conjuntos abiertos, acotados, cerrados y conexos, y a la teoría del límite.

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de identificación de conjuntos abiertos y cerrados

1. Determina si el conjunto $\{z \in C \mid |z|<2\}$ es abierto, cerrado o ninguno.
2. Verifica si el conjunto $\{z \in C \mid Re(z)>1\}$ es abierto, cerrado o ninguno.
3. Comprueba si el conjunto $\{z \in C \mid |z-1|\leq 3\}$ es abierto, cerrado o ninguno.
4. Determina si el conjunto $\{z \in C \mid I\,m(z)=0\}$ es abierto, cerrado o ninguno.
5. Verifica si el conjunto $\{z \in C \mid Re(z)\leq 2\}$ es abierto, cerrado o ninguno.
6. Comprueba si el conjunto $\{z \in C \mid |z-3|<1\}$ es abierto, cerrado o ninguno.
7. Determina si el conjunto $\{z \in C \mid |z|=4\}$ es abierto, cerrado o ninguno.
8. Verifica si el conjunto $\{z \in C \mid I\,m(z)>-1\}$ es abierto, cerrado o ninguno.
9. Comprueba si el conjunto $\{z \in C \mid |z-2|\geq 5\}$ es abierto, cerrado o ninguno.
10. Determina si el conjunto $\{z \in C \mid Re(z)<0\}$ es abierto, cerrado o ninguno.

B. Ejercicios de construcción de conjuntos abiertos y cerrados

1. Construye un conjunto abierto que contenga el punto $z=1+i$

2. Construye un conjunto cerrado que contenga el punto $z=-2+3i$
3. Define un conjunto abierto que esté contenido en el disco $\{z \in C \mid |z|<3\}$
4. Define un conjunto cerrado que contenga el disco $\{z \in C \mid |z-1|\leq 2\}$
5. Crea un conjunto abierto que no contenga ningún punto con parte imaginaria negativa.
6. Crea un conjunto cerrado que incluya todos los puntos con parte real mayor que 1.
7. Define un conjunto abierto que contenga todos los puntos con módulo menor que 2.
8. Define un conjunto cerrado que esté contenido en el semiplano derecho $\{z \in C \mid Re(z)\geq 0\}$
9. Construye un conjunto abierto que contenga el punto $z=0z = 0z=0$ y ningún punto fuera del disco unitario.
10. Construye un conjunto cerrado que contenga todos los puntos con parte real negativa.

C. Ejercicios en situaciones reales

1. **Propagación de ondas:** En un modelo de propagación de ondas electromagnéticas, el conjunto de puntos donde la intensidad de la señal es mayor que un cierto umbral puede ser representado como un conjunto abierto. Define este conjunto y comprueba sus propiedades.
2. **Análisis de circuitos:** En un análisis de circuitos de corriente alterna, los puntos del plano complejo que representan impedancias menores que un valor dado forman un conjunto abierto. Verifica si el conjunto $\{Z\in C \mid |Z|<5\}$ cumple con esta propiedad.
3. **Dinámica de fluidos:** En la dinámica de fluidos, el conjunto de puntos donde la velocidad del fluido es constante a lo largo de una línea puede formar un conjunto cerrado. Define este conjunto para una velocidad específica y verifica sus propiedades.
4. **Temperatura en una placa:** En un modelo de distribución de

temperatura en una placa, los puntos donde la temperatura es mayor que un cierto valor forman un conjunto abierto. Representa este conjunto y verifica si es abierto.

5. **Física cuántica:** En mecánica cuántica, los estados cuánticos pueden ser representados como puntos en un espacio complejo. Define un conjunto abierto de estados cuánticos con energías menores que un cierto valor y verifica sus propiedades.

6. **Economía y finanzas:** En la representación de portafolios financieros, los conjuntos de portafolios con un riesgo menor que un cierto umbral pueden formar conjuntos abiertos. Define este conjunto y verifica si es abierto.
7. **Geomorfología:** En estudios de geomorfología, los puntos de una superficie terrestre con elevación mayor que un cierto nivel pueden formar un conjunto abierto. Representa este conjunto y verifica sus propiedades.
8. **Ingeniería de control:** En el diseño de sistemas de control, los puntos en el plano complejo que representan polos de un sistema de control con cierta estabilidad forman un conjunto cerrado. Define este conjunto y verifica sus propiedades.
9. **Modelado climático:** En modelos climáticos, los puntos donde la presión atmosférica es mayor que un cierto valor forman un conjunto abierto. Representa este conjunto y verifica sus propiedades.

Referencias

1. Stewart, J. (2009). *Calculus: Early Transcendentals*. Cengage Learning.
2. Kreyszig, E. (2011). *Advanced Engineering Mathematics*. Wiley.
3. Brown, J. W., & Churchill, R. V. (2009). *Complex Variables and Applications*. McGraw-Hill Education.
4. Marsden, J. E., & Hoffman, M. J. (1999). *Basic Complex Analysis*. W.H. Freeman and Company.

5. Spiegel, M. R., Lipschutz, S., & Schiller, J. (2009). *Complex Variables, with an Introduction to Conformal Mapping and Its Applications*. McGraw-Hill Education.
6. Weisstein, E. W. "Open Set." From *MathWorld--A Wolfram Web Resource*. Open Set.

Semana 4: Sesión 2

Ecuaciones de Cauchy-Riemann

Sección: .... Fecha: .../.../..... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante entiende las ecuaciones de Cauchy-Riemann y su importancia en la teoría de funciones complejas.

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de las ecuaciones de Cauchy-Riemann

1. Determina si la función $f(z)=z^2$ es analítica utilizando las ecuaciones de Cauchy-Riemann.
2. Verifica si la función $f(z)=e^z$ cumple con las ecuaciones de Cauchy-Riemann.
3. Comprueba si la función f(z)=sin(z) es analítica en todo el plano complejo.
4. Determina si la función f(z)=cos(z) satisface las ecuaciones de Cauchy-Riemann.
5. Verifica si la función f(z)=ln(z) es analítica en su dominio.
6. Comprueba si la función f(z)=z3+2z cumple con las ecuaciones de Cauchy-Riemann.
7. Determina si la función f(z)=1zf es analítica en su dominio.
8. Verifica si la función $f(z)=z^2+\bar{z}$ cumple con las ecuaciones de Cauchy-Riemann.
9. Determina si la función $f(z)=e^{iz}$ satisface las ecuaciones de Cauchy-

Riemann.

B. Ejercicios en situaciones reales

1. **Análisis de flujos electromagnéticos:** En un campo electromagnético, la función compleja f(z)=E(z) representa el campo eléctrico. Verifica si la función $E(z)=e^z$ es analítica en todo el plano complejo.
2. **Modelado de ondas:** Las ecuaciones de Cauchy-Riemann se utilizan en el análisis de ondas. Determina si la función f(z)=sin(z) es analítica y describe el comportamiento de la onda.
3. **Fluidos en movimiento:** En la dinámica de fluidos, las funciones complejas representan el flujo del fluido. Verifica si la función $f(z)=z^2$ cumple con las ecuaciones de Cauchy-Riemann para un flujo ideal.
4. **Ingeniería eléctrica:** En circuitos de corriente alterna, la impedancia puede ser modelada como una función compleja. Comprueba si la función f(z)=z+1/z es analítica en su dominio.
5. **Termodinámica:** En la termodinámica, las funciones complejas se utilizan para modelar procesos. Determina si la función $f(z)=e^{iz}$ es analítica y describe su aplicación en un sistema termodinámico.
6. **Aeroespacial:** En el diseño de alas de aviones, se utilizan funciones complejas para modelar el flujo del aire. Verifica si la función f(z)=1/z cumple con las ecuaciones de Cauchy-Riemann.
7. **Robótica:** En la robótica, las trayectorias de movimiento pueden ser modeladas por funciones complejas. Determina si la función $f(z)=z^3$ es analítica en todo el plano complejo.

Referencias

1. Stewart, J. (2009). *Calculus: Early Transcendentals*. Cengage Learning.
2. Kreyszig, E. (2011). *Advanced Engineering Mathematics*. Wiley.
3. Brown, J. W., & Churchill, R. V. (2009). *Complex Variables and Applications*. McGraw-Hill Education.
4. Marsden, J. E., & Hoffman, M. J. (1999). *Basic Complex Analysis*. W.H.

Freeman and Company.

Segunda

Unidad

Integrales complejas

Semana 5: Sesión 2

Integral de línea en el plano complejo, propiedades básicas de la integral de línea compleja y Teorema de la integral de Cauchy

Sección: .... Fecha: .../.../...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica la Integral de línea en el plano complejo, propiedades básicas de la integral de línea compleja y Teorema de la integral de Cauchy

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

Campo electrostático

Situación: Se tiene una distribución de carga eléctrica en un plano complejo que se puede describir mediante la función f(z)=1/z.

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo |z|=2.

Movimiento circular de un fluido

Situación: Un fluido está fluyendo en un plano complejo, y la velocidad del fluido está dada por f(z)=$\frac{z^2}{z^2+1}$

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo |z|=3

Campo magnético en una bobina

Situación: Se considera el campo magnético alrededor de una bobina descrita por la función f(z)= $\frac{e^z}{z-1}$

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo ∣z−1∣=0.5.

Densidad de carga

Situación: Se tiene una distribución de carga con densidad descrita por f(z)= $\frac{1}{z^2+1}$

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo ∣z∣=2.

Flujo de calor

Situación: Se analiza el flujo de calor en un material usando la función f(z)=$\frac{sinsin\ z}{z}$

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo ∣z∣=4

B. Ejercicios de aplicación de nivel intermedio

Circuito RLC

Situación: En un circuito RLC, la impedancia está dada por f(z)= $\frac{1}{z^2+2z+2}$

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo ∣z+1∣=2

Flujo de corriente en un conductor

Situación: La corriente en un conductor está descrita por f(z)= $\frac{z}{z^2-1}$

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo ∣z∣=1.5

Diseño de antenas

Situación: La función que describe la radiación de una antena es f(z)=$\frac{e^z}{z^2+1}$

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo ∣z∣=1.5

Transferencia de calor en un tubo

Situación: La función que describe la transferencia de calor en un tubo es f(z)= $\frac{coscos\ z}{z-1}$

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo ∣z−1∣=1.

C. Ejercicios de Aplicación de nivel avanzado

Diseño de filtros de señales

Situación: Se analiza un sistema de filtrado de señales utilizando la función f(z)=ei/z(z−2)3

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo |z−2|=1.

Resonancia en sistemas mecánicos

Situación: La función que describe la resonancia en un sistema mecánico es f(z)=z2(z2+1)2.

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo |z|=2.

Corrientes de Eddy en transformadores

Situación: En un transformador, las corrientes de eddy pueden ser descritas por la función f(z)=z(z2−2z+2)

Problema: Calcule la integral de f(z) alrededor del círculo |z−1|=1.

III. Referencias

1. Stewart, J. (2009). Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning.
2. Kreyszig, E. (2011). Advanced Engineering Mathematics. Wiley.
3. Brown, J. W., & Churchill, R. V. (2009). Complex Variables and Applications. McGraw-Hill Education.
4. Marsden, J. E., & Hoffman, M. J. (1999). Basic Complex Analysis. W.H. Freeman and Company.
5. Spiegel, M. R., Lipschutz, S., & Schiller, J. (2009). Complex Variables, with an Introduction to Conformal Mapping and Its Applications. McGraw-Hill Education.

Semana 6: Sesión 2

Evaluación de integrales de línea por integración indefinida y fórmula de la integral de Cauchy

Sección: .... Fecha: .../.../...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica la evaluación de integrales de línea por integración indefinida y Fórmula de la integral de Cauchy

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

Ejercicio 1.1: Flujo en un campo eléctrico

Situación: Un campo eléctrico uniforme se representa por el vector E=2i+3j en el plano xy.

Problema: Calcule la integral de línea de E a lo largo de la línea recta desde el punto A(1,1)A(1,1)A(1,1) hasta el punto B(4,5)B(4,5)B(4,5).

Ejercicio

1.2: Trabajo realizado por una fuerza constante

Situación: Una fuerza constante F=5i+2j se aplica para mover un objeto en línea recta desde (0,0) hasta (3,4).

Problema: Calcule el trabajo realizado por la fuerza.

Ejercicio 1.3: Desplazamiento en un campo vectorial simple

Situación: Un campo de velocidad constante v=3i representa el flujo de un río.

Problema: Determine la integral de línea de v a lo largo de un trayecto recto desde (0,0) hasta (2,0).

Ejercicio 1.4: Campo gravitacional simplificado

Situación: Un campo gravitacional simple se da como g=−9.8j.

Problema: Calcule la integral de línea a lo largo de un desplazamiento vertical desde (0,5) hasta (0,1).

Ejercicio 1.5: Fuerza de fricción constante

Situación: Una fuerza de fricción constante F=−4i actúa sobre un objeto que se desplaza de (2,3) a (5,3).

Problema: Determine la integral de línea de la fuerza de fricción.

B. Ejercicios de aplicación de nivel intermedio

Ejercicio 2.1: Circuito eléctrico simple

Situación: En un circuito eléctrico, la función de potencial es V(x,y)=3x+4y.

Problema: Calcule la integral de línea de ∇V a lo largo del trayecto desde (1,1) hasta (4,5).

Ejercicio 2.2: Trabajo en un campo eléctrico no uniforme

Situación: Un campo eléctrico en el plano xy está dado por E=2xi+3yj.

Problema: Encuentre el trabajo realizado al mover una carga desde (0,0) hasta (2,3).

Ejercicio 2.3: Potencial gravitacional en una pendiente

Situación: Un campo gravitacional se representa por g=−9.8j. Un objeto se desplaza desde (0,0) hasta (3,4).

Problema: Determine el cambio en la energía potencial.

Ejercicio 2.4: Integración de campo de velocidad en un flujo

Situación: Un campo de velocidad de un flujo es v=yi−xj

Problema: Calcule la integral de línea a lo largo del trayecto x=y desde (0,0) hasta (2,2).

Ejercicio 2.5: Campo magnético y trabajo en una curva circular

Situación: Un campo magnético en el plano se da como $B=xi+yj$

Problema: Determine la integral de línea de B a lo largo de un círculo de radio 1 centrado en el origen.

C. Ejercicios de aplicación de nivel avanzado

Ejercicio 3.1: Movimiento de una partícula en un campo vectorial complejo

Situación: Una partícula se mueve en un campo vectorial $F=(xy+y2)i+(x2-y)j$ desde (1,2) hasta (3,4).

Problema: Calcule la integral de línea a lo largo del trayecto.

Ejercicio 3.2: Fuerza y trabajo en una hélice en un campo de velocidad

Situación: Un campo de velocidad tridimensional se da por $v=yzi+xzj+xyk$ Una partícula sigue la trayectoria de una hélice desde (1,0,0) hasta (1,2,4).

Problema: Calcule el trabajo realizado por la fuerza.

Ejercicio 3.3: Campo magnético y trabajo en un tubo de flujo

Situación: Un campo magnético en un tubo de flujo se da por $B=(x2-y2)i+2xyj$. La curva es una parábola $y=x2$ desde (−1,1) hasta (1,1).

Problema: Calcule la integral de línea a lo largo de la curva.

I. Referencias

1. Stewart, J. (2009). Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning.
2. Kreyszig, E. (2011). Advanced Engineering Mathematics. Wiley.
3. Brown, J. W., & Churchill, R. V. (2009). Complex Variables and Applications. McGraw-Hill Education.
4. Marsden, J. E., & Hoffman, M. J. (1999). Basic Complex Analysis. W.H. Freeman and Company.

Semana 7: Sesión 2

Derivadas de una función analítica

Sección: .... Fecha: …/…/...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica las derivadas de una función analítica en situaciones prácticas

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

Ejercicio 1.1: Crecimiento de una inversión

Situación: El valor de una inversión V(t) en un banco se describe mediante la función analítica $V(t)=500e^{0.05t}$.

Problema: Encuentra la tasa de crecimiento de la inversión en t=2 años.

Ejercicio 1.2: Temperatura en un material

Situación: La temperatura T en grados Celsius de un material varía con el tiempo y está dada por $T(t)=20+10\sin(\pi t)$.

Problema: Calcula la tasa de cambio de la temperatura en t=1 segundo.

Ejercicio 1.3: Propagación de una onda

Situación: La posición s(t) de una onda en un medio está descrita por s(t)=4t2−3t.

Problema: Determina la velocidad de la onda en t=2 segundos.

Ejercicio 1.4: Enfriamiento de un objeto

Situación: La temperatura $T(t)$ de un objeto que se enfría sigue la ley $T(t)=100e^{-0.1t}$.

Problema: Encuentra la tasa de cambio de la temperatura en $t=5$ minutos.

Ejercicio 1.5: Crecimiento de una población

Situación: La población $P(t)$ de una bacteria crece exponencialmente y está dada por $P(t)=200e^{0.02t}$.

Problema: Encuentra la tasa de crecimiento de la población en $t=10$ horas.

B. Ejercicios de Aplicación de nivel intermedio

Ejercicio 2.1: Enfriamiento de una bebida

Situación: La temperatura de una bebida $T(t)$ que se enfría en un refrigerador sigue la función $T(t)=5+25e−0.1t$.

Problema: Determina la tasa de enfriamiento en $t=10$ minutos.

Ejercicio 2.2: Cambio en la concentración de un producto químico

Situación: La concentración de un producto químico $C(t)$ en una solución está dada por $C(t)=100(1-e^{-0.2t})$.

Problema: Encuentra la tasa de cambio de la concentración en $t=5$ minutos.

Ejercicio 2.3: Movimiento de un proyectil

Situación: La posición vertical $y(t)$ de un proyectil lanzado hacia arriba se describe por $y(t)=20t−5t2$.

Problema: Determina la velocidad del proyectil en $t=3$ segundos.

Ejercicio 2.4: Consumo de combustible de un automóvil

Situación: El consumo de combustible $F(t)$ de un automóvil se modela como $F(t)=50e0.05t$.

Problema: Encuentra la tasa de consumo de combustible en $t=6$ horas.

Ejercicio 2.5: Crecimiento de una población de peces

Situación: La población de peces en un estanque $P(t)$ crece según la función $P(t)=200+300\log(t+1)$.

Problema: Calcula la tasa de crecimiento de la población en $t=4$ días.

C. Ejercicios de aplicación de nivel avanzado

Ejercicio 3.1: Flujo de calor en una barra

Situación: La distribución de temperatura $T(x,t)$ en una barra larga y delgada se modela como $T(x,t)=e^{-t}\sin(x)$.

Problema: Encuentra la tasa de cambio de la temperatura con respecto al tiempo en el punto $x=\pi/2x$ $t=1$.

Ejercicio 3.2: Variación de la presión en un fluido

Situación: La presión $P(x,y)$ en un fluido es $P(x,y)=5x^2 y+3y^3$.

Problema: Encuentra la derivada parcial de la presión con respecto a y en el punto (1,2).

Ejercicio 3.3: Optimización de una trayectoria de vuelo

Situación: La altura $h(x)$ de un avión a lo largo de su trayectoria se modela como $h(x)=1000\log(x+1)$.

Problema: Calcula la pendiente de la trayectoria en $x=5$.

Ejercicio 3.4: Cambio en el flujo de un río

Situación: El flujo de agua $Q(t)$ en un río varía con el tiempo y se modela como $Q(t)=500\cos(0.1t)$.

Problema: Encuentra la tasa de cambio del flujo en $t=10$ horas.

Referencias

1. AHLFORS, L. V., 2010. Teoría de funciones de una variable compleja. 3.ª ed. México: Limusa.
2. SAFF, E. B. y A. D. SNIDER, 2003. Fundamentos de análisis complejo. 3.ª ed. México: Pearson Educación.

Tercera **Unidad**

Transformada Z

Semana 9: Sesión 2

Sistemas en tiempos discretos, transformada Z

Sección: .... Fecha: …/…/...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica los Sistemas en tiempos discretos, transformada Z

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

Ejercicio 1.1: Análisis de señales financieras

Situación: Un analista financiero está estudiando la evolución diaria del precio de una acción. Ha registrado los precios en una secuencia discreta de tiempo.

Problema: Usa la transformada Z para determinar si la señal $x[n]=\{100,102,101,103,102\}$ es estable.

Ejercicio 1.2: Filtrado digital de señales

Situación: Un ingeniero de telecomunicaciones debe diseñar un filtro digital para eliminar el ruido de una señal discreta.

Problema: Determina la transformada Z de la señal de entrada $x[n]=\{1,2,1\}$ y describe cómo usarla para diseñar un filtro que atenúe el ruido.

Ejercicio 1.3: Control de temperatura discreto

Situación: Un sistema de control de temperatura registra la temperatura en intervalos discretos.

Problema: Utiliza la transformada Z para analizar la respuesta del sistema $x[n]=\{20,21,19,22,21\}$ y determina si es estable.

Ejercicio 1.4: Predicción de ventas

Situación: Un gerente de ventas necesita predecir las ventas semanales utilizando datos históricos discretos.

Problema: Usa la transformada Z para analizar la secuencia $x[n]=\{500,520,510,530,515\}$ y predice el valor futuro.

Ejercicio 1.5: Control de tráfico

Situación: Un ingeniero de tráfico está estudiando la densidad de tráfico en intervalos de tiempo discreto.

Problema: Determina la transformada Z de la señal de tráfico $x[n]=\{30,32,29,31,30\}$ y evalúa su estabilidad.

B. Ejercicios de Aplicación de nivel intermedio

Ejercicio 2.1: Diseño de filtros digitales

Situación: Un ingeniero de audio necesita diseñar un filtro digital para mejorar la calidad de una grabación de sonido.

Problema: Utiliza la transformada Z para diseñar un filtro que atenúe el ruido en la señal $x[n]=\{1,-1,1,-1\}$.

Ejercicio 2.2: Análisis de sistemas de control

Situación: Un ingeniero está evaluando la respuesta de un sistema de control discreto.

Problema: Utiliza la transformada Z para analizar la función de transferencia de un sistema $H(z)=1/(1-0.5z^{-1})$ y determina su estabilidad.

Ejercicio 2.3: Análisis de vibraciones en una máquina

Situación: Un ingeniero mecánico está monitoreando las vibraciones de una máquina.

Problema: Usa la transformada Z para analizar la señal de vibración $x[n]=\{0,2,1,-1,-2\}$ y determina su estabilidad.

Ejercicio 2.4: Modelado de flujo de agua

Situación: Un ingeniero hidráulico está modelando el flujo de agua en intervalos discretos.

Problema: Utiliza la transformada Z para analizar la secuencia de flujo $x[n]=\{10,12,11,13,12\}$ y determina la estabilidad del sistema.

Ejercicio 2.5: Control de velocidad de un motor

Situación: Un ingeniero está controlando la velocidad de un motor utilizando una señal discreta.

Problema: Usa la transformada Z para analizar la señal $x[n]=\{1000,1020,1010,1030,1020\}$ y verifica la estabilidad del sistema de control.

C. Ejercicios de aplicación de nivel avanzado

Ejercicio 3.1: Diseño de un filtro paso bajo

Situación: Un ingeniero de señales debe diseñar un filtro digital paso bajo para procesar señales de audio.

Problema: Usa la transformada Z para diseñar un filtro que pase frecuencias bajas y atenúe las altas en la señal $x[n]=\{1,2,3,4,5\}$.

Ejercicio 3.2: Análisis de estabilidad de un sistema de control

Situación: Un ingeniero de sistemas está evaluando un sistema de control en tiempo discreto.

Problema: Utiliza la transformada Z para analizar la estabilidad del sistema con función de transferencia $H(z)=z+0.5/(z^2-1.5z+0.7)$

Ejercicio 3.3: Control de procesos industriales

Situación: Un ingeniero de procesos está utilizando un sistema de control discreto para regular la temperatura en un reactor.

Problema: Usa la transformada Z para analizar la señal de entrada $x[n]=\{30,32,34,33,31\}$ y diseña un controlador para mantener la estabilidad.

Referencias

1. AHLFORS, L. V., 2010. Teoría de funciones de una variable compleja. 3.ª ed. México: Limusa.
2. SAFF, E. B. y A. D. SNIDER, 2003. Fundamentos de análisis complejo. 3.ª ed. México: Pearson Educación.

Semana 10: Sesión 2

Solución de ecuaciones diferenciales por el modelo de transformada Z

Sección: .... Fecha: …/…/...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica la solución de ecuaciones diferenciales por el modelo de transformada Z

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

Ejercicio 1.1: Sistema de resorte y amortiguador

Situación: Un ingeniero mecánico está modelando un sistema de resorte y amortiguador que se mueve con fricción.

Problema: La ecuación diferencial del sistema es $\frac{d^2x(t)}{dt^2}+2\frac{dx(t)}{dt}+x(t)=0$ Transforma la ecuación al dominio Z y determina la función de transferencia.

Ejercicio 1.2: Análisis de circuitos eléctricos

Situación: Un ingeniero eléctrico analiza un circuito RC, donde la ecuación diferencial del voltaje es $\frac{dv(t)}{dt}+v(t)=i(t)$.

Problema: Usa la transformada Z para resolver la ecuación diferencial si la entrada i(t) es un impulso discreto.

Ejercicio 1.3: Control de temperatura

Situación: Un ingeniero de control necesita mantener la temperatura de un horno. La ecuación diferencial que describe el sistema es $\frac{dT(t)}{dt} + T(t) = U(t)$.

Problema: Usa la transformada Z para determinar la función de transferencia si U(t) es un escalón unitario.

Ejercicio 1.4: Sistema de masa y resorte

Situación: Un físico modela el movimiento de una masa unida a un resorte, descrito por $\frac{d^2x(t)}{dt^2} + kx(t) = 0$.

Problema: Transforma la ecuación al dominio Z y resuelve para x(z).

Ejercicio 1.5: Control de nivel de agua

Situación: Un ingeniero de procesos controla el nivel de agua en un tanque. La ecuación diferencial del nivel es $\frac{dh(t)}{dt} + h(t) = u(t)$.

Problema: Usa la transformada Z para encontrar la función de transferencia del sistema.

B. Ejercicios de aplicación de nivel intermedio

Ejercicio 2.1: Análisis de vibraciones

Situación: Un ingeniero está estudiando las vibraciones de una estructura descrita por la ecuación diferencial $\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 3\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = 0$

Problema: Transforma la ecuación al dominio Z y determina la solución para x(z).

Ejercicio 2.2: Control de posición de un robot

Situación: Un ingeniero de control está regulando la posición de un brazo robótico. La ecuación diferencial es $\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + 2\frac{d\theta(t)}{dt} + \theta(t) = u(t)$

Problema: Usa la transformada Z para determinar la función de transferencia.

Ejercicio 2.3: Control de presión en un reactor

Situación: Un ingeniero químico está controlando la presión en un reactor, con la ecuación diferencial $\frac{dP(t)}{dt} + 4P(t) = U(t)$

Problema: Usa la transformada Z para encontrar la solución en el dominio Z.

Ejercicio 2.4: Modelo de ecuaciones diferenciales en economía

Situación: Un economista modela la tasa de crecimiento de una inversión con la ecuación diferencial $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0$

Problema: Usa la transformada Z para resolver la ecuación diferencial.

Ejercicio 2.5: Análisis de sistemas térmicos

Situación: Un ingeniero térmico analiza la disipación de calor descrita por $\frac{dT(t)}{dt} + 5P(t) = U(t)$

Problema: Usa la transformada Z para encontrar la función de transferencia.

C. Ejercicios de Aplicación de nivel avanzado

Ejercicio 3.1: Diseño de controlador PID

Situación: Un ingeniero de control está diseñando un controlador PID para un sistema con la ecuación diferencial $\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 3\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = u(t)$

Problema: Usa la transformada Z para diseñar un controlador PID que estabilice el sistema.

Ejercicio 3.2: Modelado de un sistema de control de tráfico

Situación: Un ingeniero de tráfico está modelando el flujo de vehículos con la ecuación diferencial $\frac{df(t)}{dt} + 2f(t) = u(t)$

Problema: Usa la transformada Z para analizar y controlar el flujo de tráfico.

Referencias

1. AHLFORS, L. V., 2010. Teoría de funciones de una variable compleja. 3.ª ed. México: Limusa.
2. SAFF, E. B. y A. D. SNIDER, 2003. Fundamentos de análisis complejo. 3.ª ed. México: Pearson Educación.

Semana 11: Sesión 2

Transformada Z inversa

Sección: .... Fecha: …/…/...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica la Transformada Z inversa en situaciones aplicadas en la vida real.

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

Ejercicio 1.1: Análisis de un sistema de filtrado

Situación: Un ingeniero de audio está trabajando con un filtro digital descrito por la función de transferencia $H(z)=z/(z-0.5)$

Problema: Encuentra la respuesta temporal $h(n)$ utilizando la transformada Z inversa.

Ejercicio 1.2: Circuito RC en dominio discreto

Situación: Un ingeniero eléctrico analiza un circuito RC con la función de transferencia $H(z)=1/(z-0.8)$

Problema: Determina la respuesta temporal $h(n)$ del sistema.

Ejercicio 1.3: Sistema de control de temperatura

Situación: Un ingeniero de control necesita determinar la respuesta a un impulso de un sistema de control de temperatura con la función de transferencia $H(z)=z/(z-0.7)$.

Problema: Utiliza la transformada Z inversa para encontrar $h(n)$.

Ejercicio 1.4: Análisis de vibraciones

Situación: Un ingeniero mecánico está estudiando las vibraciones de un sistema con la función de transferencia $H(z)=2z/(z-0.9)$

Problema: Encuentra la respuesta temporal $h(n)$.

Ejercicio 1.5: Control de nivel de líquidos

Situación: Un ingeniero químico analiza el control de nivel de líquidos en un tanque con la función de transferencia $H(z)=1/(z-0.6)$.

Problema: Determina la respuesta temporal $h(n)$.

B. Ejercicios de Aplicación de nivel intermedio

Ejercicio 2.1: Control de un brazo robótico

Situación: Un ingeniero de control está trabajando con un brazo robótico cuya función de transferencia es $H(z)=z+0.5/(z2-0.8z+0.2)$.

Problema: Usa la transformada Z inversa para encontrar la respuesta temporal $h(n)$.

Ejercicio 2.2: Análisis de circuitos digitales

Situación: Un ingeniero eléctrico analiza un circuito digital con la función de transferencia $H(z)=z-0.3/(z2-1.2z+0.36)$.

Problema: Encuentra la respuesta temporal $h(n)$.

Ejercicio 2.3: Sistema de control de posición

Situación: Un ingeniero de control analiza un sistema de control de posición con la función de transferencia $H(z)=1/(z-0.7)(z-0.9)$.

Problema: Determina la respuesta temporal $h(n)$ utilizando la transformada Z inversa.

Ejercicio 2.4: Análisis de señales de audio

Situación: Un ingeniero de audio está trabajando con un filtro digital cuya función de transferencia es $H(z)=z+1/(z2-1.5z+0.5)$.

Problema: Usa la transformada Z inversa para encontrar la respuesta temporal $h(n)$.

Ejercicio 2.5: Sistema de control de presión

Situación: Un ingeniero químico analiza un sistema de control de presión con la función de transferencia $H(z)=z-0.4(z2-0.8z+0.16)$.

Problema: Encuentra la respuesta temporal $h(n)$

C. Ejercicios de aplicación de nivel avanzada

Ejercicio 3.1: Diseño de filtros digitales

Situación: Un ingeniero de señales está diseñando un filtro digital con la función de transferencia $H(z)=z2-z+0.25\ /(z3-1.5z2+0.5z-0.2\ )$

Problema: Usa la transformada Z inversa para encontrar la respuesta $h(n)$

Ejercicio 3.2: Análisis de sistemas multivariables

Situación: Un ingeniero de control trabaja con un sistema multivariable cuya función de transferencia es $H(z)=z2+2z+1/(z3-1.8z2+0.9z-0.1\ )$

Problema: Determina la respuesta temporal $h(n)$ usando la transformada Z inversa.

Referencias

1. AHLFORS, L. V., 2010. Teoría de funciones de una variable compleja. 3.ª ed. México: Limusa.
2. SAFF, E. B. y A. D. SNIDER, 2003. Fundamentos de análisis complejo. 3.ª ed. México: Pearson Educación.

Semana 12: Sesión 2

Funciones de transferencia de pulsos y análisis de estabilidad en el plazo Z

Sección: .... Fecha: .../.../...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica la Transformada Z inversa en situaciones aplicadas en la vida real.

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

1. **Control de temperatura en un horno**
   Situación: Un horno industrial tiene un sistema de control que ajusta la temperatura cada segundo.
   Ejercicio: Dado que el sistema se puede modelar con una función de transferencia de pulsos $H(z)=0.51-0.5z-1$, encuentra la respuesta del sistema cuando la entrada es un pulso unitario.
2. **Control de velocidad de un motor**
   Situación: Un motor se controla mediante una señal discreta que ajusta la velocidad cada 0.1 segundos.
   Ejercicio: La función de transferencia de pulsos del sistema es $H(z)=0.21-0.8z-1$. Determina la respuesta del sistema a una entrada escalón.

3. **Sistema de iluminación controlado por pulsos**
   Situación: Un sistema de iluminación LED es controlado por una señal de pulso discreto.
   Ejercicio: La función de transferencia del sistema es $H(z)=0.61-0.4z-1$. Encuentra la respuesta del sistema a un pulso de entrada de magnitud 1.
4. **Control de flujo de agua en una planta de tratamiento**
   Situación: En una planta de tratamiento de agua, el flujo es controlado mediante pulsos cada 2 segundos.
   Ejercicio: Con una función de transferencia $H(z)=0.31-0.7z-1$, determina la respuesta del sistema cuando se aplica un pulso de entrada constante de 1 unidad.
5. **Regulación de voltaje en una fuente de alimentación**
   Situación: Una fuente de alimentación regula el voltaje de salida en base a una señal de control discreta.
   Ejercicio: La función de transferencia de pulsos del sistema es $H(z)=0.41-0.6z-1$. Encuentra la respuesta del sistema a una entrada de pulso unitario.

B. Ejercicios de Aplicación de nivel intermedio

1. **Control de presión en una caldera**
   Situación: La presión en una caldera industrial se controla mediante pulsos de señal discreta cada 0.5 segundos.
   Ejercicio: Dada la función de transferencia de pulsos $H(z)=0.7z-11-0.7z-1$, encuentra la respuesta del sistema a una entrada de pulso escalón y analiza el tiempo de estabilización.
2. **Sistema de navegación por GPS**
   Situación: Un sistema de navegación por GPS ajusta su posición cada segundo en base a señales discretas.
   Ejercicio: Con una función de transferencia $H(z)=0.51-0.5z-1$,

determina la respuesta del sistema a una entrada de pulso que cambia de posición en cada paso.

3. **Control de nivel de líquido en un tanque**
   Situación: El nivel de líquido en un tanque se controla mediante pulsos de señal cada 1.5 segundos.
   Ejercicio: La función de transferencia del sistema es $H(z)=0.4z-11-0.6z-1$. Encuentra la respuesta a una entrada escalón y discute la estabilidad del sistema.
4. **Regulación de la temperatura en un sistema HVAC**
   Situación: Un sistema de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC) ajusta la temperatura en base a señales de control discretas.
   Ejercicio: La función de transferencia es $H(z)=0.31-0.7z-1$. Determina la respuesta a una entrada de pulso escalón y analiza cómo se estabiliza el sistema.
5. **Control de velocidad en una cinta transportadora**
   Situación: La velocidad de una cinta transportadora se ajusta mediante una señal de control discreta cada 0.2 segundos.
   Ejercicio: Con una función de transferencia de $H(z)=0.51-0.5z-1$, encuentra la respuesta a una entrada de pulso y evalúa la estabilidad y tiempo de respuesta del sistema.

C. Ejercicios de Aplicación de nivel avanzada

1. **Control de vuelo en un avión no tripulado**
   Situación: Un avión no tripulado ajusta su altitud mediante una señal de control discreta cada 0.1 segundos.
   Ejercicio: Con una función de transferencia de pulsos $H(z)=0.8z-11-0.6z-1+0.1z-2$, determina la respuesta a una entrada de pulso de magnitud 1 y analiza la estabilidad y tiempo de estabilización.

2. **Regulación de velocidad en un sistema ferroviario**
   Situación: Un sistema ferroviario controla la velocidad del tren mediante pulsos de señal discreta cada segundo.
   Ejercicio: La función de transferencia del sistema es $H(z)=0.4z-11-0.4z-1+0.2z-2$. Encuentra la respuesta a una entrada de pulso escalón y discute la estabilidad del sistema.
3. **Sistema de control de clima en una planta de fabricación**
   Situación: El clima en una planta de fabricación se controla mediante pulsos de señal discreta cada 2 segundos.
   Ejercicio: Con una función de transferencia $H(z)=0.51-0.6z-1+0.1z-2$, determina la respuesta a una entrada escalón y analiza la estabilidad del sistema.
4. **Control de presión en un reactor nuclear**
   Situación: La presión en un reactor nuclear se regula mediante señales de control discretas cada 0.5 segundos.
   Ejercicio: Dada la función de transferencia $H(z)=0.31-0.5z-1+0.1z-2$, encuentra la respuesta a una entrada de pulso y analiza la estabilidad del sistema.
5. **Regulación de la altitud en una misión espacial**
   Situación: La altitud de una nave espacial en una misión se ajusta mediante pulsos de señal cada 0.1 segundos.
   Ejercicio: Con una función de transferencia $H(z)=0.61-0.7z-1+0.15z-2$, determina la respuesta a una entrada de pulso escalón y evalúa la estabilidad y precisión del sistema.

Referencias

1. AHLFORS, L. V., 2010. Teoría de funciones de una variable compleja. 3.ª ed. México: Limusa.
2. SAFF, E. B. y A. D. SNIDER, 2003. Fundamentos de análisis complejo. 3.ª ed. México: Pearson Educación.

Cuarta **Unidad**

Series e integrales de Fourier

Semana 13: Sesión 2

Función periódica, pares, impares

Sección: .... Fecha: …/…/...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica en situaciones reales las funciones periódicas, pares e impares.

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

Ejercicio 1.1.: Un reloj de pared tiene un péndulo que oscila de izquierda a derecha. La posición del péndulo se puede describir mediante la función $f(t)=\cos(\omega t)$, donde ω es la frecuencia angular. ¿Es $f(t)$ una función periódica? ¿Cuál es su periodo?

Ejercicio 1.2.: La intensidad de la luz en una bombilla varía sinusoidalmente a lo largo del tiempo y se describe por la función $f(t)=I0\cos(2\pi t)$, donde $I0$ es la intensidad máxima. ¿Es esta función par, impar o ninguna de las dos?

Ejercicio 1.3.: En un parque de diversiones, un columpio oscila hacia adelante y hacia atrás. Si la posición del columpio se describe por $f(t)=\sin(\omega t)$, ¿es $f(t)$ una función periódica? ¿Cuál es su periodo?

Ejercicio 1.4.: Un resorte se estira y comprime con el tiempo de acuerdo a la función $f(t)=\cos(3t)$. ¿Es esta función par, impar o ninguna de las dos?

Ejercicio 1.5.: La temperatura en una habitación varía durante el día según la función $f(t)=20+5\cos(\pi 12t)$, donde t es el tiempo en horas. ¿Es $f(t)$ una función periódica? ¿Cuál es su periodo?

B. Ejercicios de aplicación de nivel intermedio

Ejercicio 2.1.: La señal de una radio se modula en amplitud y se describe por $f(t)=A.\cos(2\pi ft))$. Si A y f son constantes, ¿es esta función periódica? ¿Cuál es su periodo?

Ejercicio 2.2.: En una planta industrial, la presión del vapor cambia de acuerdo a $f(t)=P0\cos(2\pi t)$, donde P0 es la presión máxima. ¿Es esta función par, impar o ninguna de las dos?

Ejercicio 2.3.: Un ciclista pedalea en una pista circular y su velocidad varía sinusoidalmente según $f(t)=V0\sin(\omega t)$. ¿Es $f(t)$ una función periódica? ¿Cuál es su periodo?

Ejercicio 2.4.: La corriente en un circuito eléctrico alterno se describe por $f(t)=I0\cos(\omega t)$. ¿Es esta función par, impar o ninguna de las dos?

Ejercicio 2.5.: La altura de la marea en un puerto varía con el tiempo según la función $f(t)=h0+A\cos(\omega t)$. ¿Es $f(t)$ una función periódica? ¿Cuál es su periodo? .

C. Ejercicios de aplicación de nivel avanzada

Ejercicio 3.1. : La vibración de una cuerda de guitarra se puede modelar por $f(t)=\sin(\omega 1t)+\sin(\omega 2t)$. Determina si f(t) es una función periódica y, en caso afirmativo, encuentra su periodo.

Ejercicio 3.2.: El desplazamiento de un punto en una placa vibrante está dado por $f(t)=A.\cos(\omega t)+B.\sin(2\omega t)$. ¿Es esta función par, impar o ninguna de las dos? Solución: La función no es ni par ni impar.

Ejercicio 3.3.: La temperatura de un motor varía según $f(t)=T0+A\cos(\omega t)+B\cos(2\omega t)$. ¿Es f(t) periódica? Encuentra su periodo.

Ejercicio 3.4.: La presión de un gas en un cilindro cambia con el tiempo de acuerdo a $f(t)=P0\cos(\omega t)+Q\sin(\omega t)$. ¿Es esta función par, impar o ninguna de las dos?

Ejercicio 3.5.: La señal de salida de un sistema de comunicación es $f(t)=\sin(\omega t)+\cos(2\omega t)$. ¿Es f(t) una función periódica? ¿Cuál es su periodo? Solución: Sí, f(t) es periódica con un periodo de $2\pi/\omega$.

IV. Referencias

1. Stewart, J. (2009). Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning.
2. Kreyszig, E. (2011). Advanced Engineering Mathematics. Wiley.
3. Brown, J. W., & Churchill, R. V. (2009). Complex Variables and Applications. McGraw-Hill Education.
4. Marsden, J. E., & Hoffman, M. J. (1999). Basic Complex Analysis. W.H. Freeman and Company.
5. Spiegel, M. R., Lipschutz, S., & Schiller, J. (2009). Complex Variables, with an Introduction to Conformal Mapping and Its Applications. McGraw-Hill Education.

Semana 14: Sesión 2

Series trigonométricas, de Fourier y de Euler

Sección: .... Fecha: .../.../...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica en situaciones reales Series trigonométricas, de Fourier y de Euler

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

Ejercicio 1.1.: Una cuerda vibrante de longitud L tiene una forma inicial que se describe por f(x)=sin(πxL). Encuentra su expansión en serie de Fourier.

Ejercicio 1.2.: La temperatura en una barra de longitud L varía según f(x)=cos(2πxL). Escribe la serie de Fourier de esta función.

Ejercicio 1.3.: En un circuito, la señal de entrada es f(t)=cos(ωt). ¿Cuál es su serie de Fourier?

Ejercicio 1.4.: Un tambor vibra con una frecuencia que se puede describir por f(t)=sin(ωt). Escribe la expansión en serie de Fourier de esta función.

Ejercicio 1.5.: La densidad de carga en una línea de transmisión se describe por $f(x)=\cos(\pi x)$. Encuentra su serie de Fourier.

B. Ejercicios de aplicación de nivel intermedio

Ejercicio 2.1.: **Forma de una cuerda**

- **Situación**: La forma de una cuerda de guitarra se puede aproximar por $f(x)=x$ en el intervalo $[-L,L]$.
- **Pregunta**: Encuentra la serie de Fourier de $f(x)$.

Ejercicio 2.2.: **Distribución de calor en una barra**

- **Situación**: La distribución de temperatura en una barra de longitud LLL es $f(x)=x2$ en el intervalo $[-L,L]$.
- **Pregunta**: Calcula la serie de Fourier de $f(x)$.

Ejercicio 2.3.: **Señal de corriente alterna**

- **Situación**: En un sistema eléctrico, la corriente alterna se puede describir por $f(t)=|t|$ en el intervalo $[-T,T]$.
- **Pregunta**: Encuentra la serie de Fourier de $f(t)$.

Ejercicio 2.4.: **Vibración de una cuerda con deformación cúbica**

- **Situación**: La vibración de una cuerda se modela por $f(x)=x3$ en el intervalo $[-L,L]$.
- **Pregunta**: Calcula la serie de Fourier de $f(x)$.

Ejercicio 2.5.: **Señal de audio compuesta**

- **Situación**: La señal de salida de un sistema de audio se describe por $f(t)=\sin(2\pi t)+\sin(4\pi t)$.
- **Pregunta**: Escribe la expansión en serie de Fourier de esta señal.

C. Ejercicios de aplicación de nivel avanzada

Ejercicio 3.1.: **Vibración compleja de una cuerda**

- **Situación**: La vibración de una cuerda de longitud L se puede modelar por $f(x)=x2-x$ en el intervalo $[-L,L]$.
- **Pregunta**: Encuentra la serie de Fourier de $f(x)$.

Ejercicio 3.2.: **Distribución de temperatura compleja**

- **Situación**: La distribución de temperatura en una barra de longitud L es $f(x)=|x|$ en el intervalo $[-L,L]$.
- **Pregunta**: Calcula la serie de Fourier de $f(x)$.

Ejercicio 3.3.: **Señal de onda cuadrada**

- **Situación**: La señal de salida de un generador de ondas cuadradas se puede aproximar por $f(t)=sgn(sin(2\pi t))$.
- **Pregunta**: Encuentra la serie de Fourier de esta función.

Ejercicio 3.4.: **Distribución de carga en un conductor**

- **Situación**: La distribución de carga en un conductor es $f(x)=x2-2|x|$ en el intervalo $[-L,L]$.
- **Pregunta**: Encuentra la serie de Fourier de $f(x)$.

Ejercicio 3.5.: **Vibración de una membrana circular**

- **Situación**: La vibración de una membrana circular se puede modelar por $f(r,\theta)=rcos(\theta)$ en coordenadas polares.
- **Pregunta**: Encuentra la expansión en serie de Fourier de esta función.

V. Referencias

1. Stewart, J. (2009). Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning.
2. Kreyszig, E. (2011). Advanced Engineering Mathematics. Wiley.
3. Brown, J. W., & Churchill, R. V. (2009). Complex Variables and

Applications. McGraw-Hill Education.
4. Marsden, J. E., & Hoffman, M. J. (1999). Basic Complex Analysis. W.H. Freeman and Company.
5. Spiegel, M. R., Lipschutz, S., & Schiller, J. (2009). Complex Variables, with an Introduction to Conformal Mapping and Its Applications. McGraw-Hill Education.

Semana 15: Sesión 2

Integral de Fourier

Sección: .... Fecha: .../.../..... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica de manera práctica en situaciones reales Integral de Fourier

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

Transformada de una señal de radio Una señal de radio se puede modelar como una función f(t)=cos(2π·1000t). Calcula la transformada de Fourier de esta señal y determina su espectro de frecuencias.

Señal cuadrada Una señal periódica cuadrada tiene un período de 2π. Utiliza la integral de Fourier para encontrar su representación en el dominio de la frecuencia.

Filtrado de ruido en una señal Una señal de audio contiene ruido a una frecuencia específica de 50 Hz. Usa la transformada de Fourier para identificar esta frecuencia y sugiere un filtro para eliminar el ruido.

Temperatura en una barra La temperatura en una barra delgada se modela como f(x)=e−x2. Encuentra la transformada de Fourier de esta función para analizar cómo se distribuyen las componentes de frecuencia en el espacio.

Análisis de una vibración Se registra una vibración en una máquina con la función $f(t)=\sin(2\pi\cdot 10t)$. Encuentra la transformada de Fourier de esta función para identificar las frecuencias de vibración predominantes.

B. Ejercicios de aplicación de nivel intermedio

Análisis de una señal compuesta Una señal está compuesta por varias frecuencias: $f(t)=\cos(2\pi\cdot 100t)+\cos(2\pi\cdot 300t)$. Calcula la transformada de Fourier y determina la amplitud de cada frecuencia componente.

Señal de ECG Una señal de electrocardiograma (ECG) se puede modelar como una función periódica. Calcula la transformada de Fourier para una sección de la señal y analiza sus componentes en frecuencia.

Ruido en una grabación Una grabación de audio tiene ruido blanco superpuesto. Usa la transformada de Fourier para analizar el espectro de frecuencias y propone un método para reducir el ruido sin afectar la señal principal.

Difusión de calor en una placa La distribución de temperatura en una placa de metal está dada por $f(x,y)=e{-}x2{-}y2$. Calcula la transformada de Fourier en dos dimensiones para entender cómo se distribuye el calor en el espacio.

Análisis de vibración en un puente La vibración en un puente se registra como $f(t)=\cos(2\pi\cdot 0.5t)+\cos(2\pi\cdot 5t)$. Usa la transformada de Fourier para identificar las frecuencias de resonancia que podrían ser peligrosas.

C. Ejercicios de Aplicación de nivel avanzada

Análisis de una señal modulada: Una señal está modulada en amplitud y se modela como $f(t)=\cos(2\pi\cdot 10t)\cdot\cos(2\pi\cdot 1000t)$. Calcula la transformada de Fourier y discute cómo la modulación afecta el espectro de frecuencias.

Procesamiento de imágenes médicas: En el procesamiento de imágenes médicas, una imagen de resonancia magnética puede modelarse como una función $f(x,y)$. Calcula la transformada de Fourier bidimensional y discute cómo se utiliza esta información para mejorar la calidad de las imágenes.

Predicción de patrones climáticos: Los patrones climáticos pueden modelarse con series temporales complejas. Usa la transformada de Fourier para analizar datos de temperatura y precipitación y prever tendencias climáticas a largo plazo.

Análisis de señal de radar: Una señal de radar que detecta aviones se modela como f(t)=cos(2π·50t)·e−t2. Calcula la transformada de Fourier para analizar la señal reflejada y determinar la distancia y velocidad del objeto detectado.

Control de vibraciones en edificios: Las vibraciones en un edificio alto debido a vientos fuertes se pueden modelar como f(t)=cos(2π·0.1t)+cos(2π·0.05t). Usa la transformada de Fourier para identificar las frecuencias de vibración y diseñar sistemas de control para mitigar sus efectos.

VI. Referencias

1. Stewart, J. (2009). Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning.
2. Kreyszig, E. (2011). Advanced Engineering Mathematics. Wiley.
3. Brown, J. W., & Churchill, R. V. (2009). Complex Variables and Applications. McGraw-Hill Education.
4. Marsden, J. E., & Hoffman, M. J. (1999). Basic Complex Analysis. W.H. Freeman and Company.
5. Spiegel, M. R., Lipschutz, S., & Schiller, J. (2009). Complex Variables, with an Introduction to Conformal Mapping and Its Applications. McGraw-Hill Education.

Semana 16: Sesión 2

Aplicaciones oscilaciones forzadas

Sección: .... Fecha: …/…/...... Duración: 60 minutos

Docente: .... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Lee atentamente los ejercicios y/o situaciones planteadas en la presente y resuelve en tu cuaderno de apuntes. Sé ordenado

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica en situaciones reales las funciones periódicas, pares e impares.

II. Descripción de la actividad por realizar

A. Ejercicios de aplicación de nivel básico

Oscilación de un columpio

Situación: Un columpio de parque es empujado regularmente por un niño. **Ejercicio**: Supón que el columpio tiene una longitud de 2 metros y se empuja con una fuerza $F(t)=10\cos(0.5t)$ N. Encuentra la ecuación de movimiento del columpio y determina la amplitud de la oscilación.

Vibración de una cuerda de guitarra

Situación: Al tocar una cuerda de guitarra, ésta vibra debido a la fuerza ejercida por la púa.
Ejercicio: Modela la cuerda como un sistema masa-resorte con una fuerza externa periódica $F(t)=5\cos(440\pi t)$F(t) = 5 \cos(440 \pi t)$F(t)=5\cos(440\pi t)$. Determina la frecuencia natural de la cuerda y la respuesta de la cuerda a la fuerza aplicada.

Oscilación de un péndulo en una feria

Situación: Un péndulo en una atracción de feria es forzado a oscilar por un motor.

Ejercicio: Si el péndulo tiene una longitud de 5 metros y el motor aplica una fuerza $F(t)=20\cos(2t)$, encuentra la ecuación de movimiento y la amplitud de la oscilación forzada.

Sistema de masa-resorte en una cama elástica

Situación: Un niño saltando en una cama elástica puede ser modelado como un sistema masa-resorte.

Ejercicio: Si el niño aplica una fuerza periódica $F(t)=15\cos(1.5t)$N sobre la cama elástica, encuentra la frecuencia natural del sistema y la respuesta en amplitud.

Amortiguador en una bicicleta

Situación: La rueda trasera de una bicicleta con amortiguador recibe fuerzas periódicas al pasar por baches.

Ejercicio: Modela el sistema como un sistema masa-resorte con una fuerza externa $F(t)=30\cos(5t)$N. Determina la frecuencia natural del sistema y la amplitud de la oscilación resultante.

B. Ejercicios de aplicación de nivel intermedio

Oscilación de un puente colgante por viento

Situación: Un puente colgante oscila debido a las ráfagas de viento que lo azotan periódicamente.

Ejercicio: Modela el puente como un sistema masa-resorte con una fuerza externa $F(t)=50\cos(0.1t)$ N. Encuentra la frecuencia de resonancia del puente y la respuesta en amplitud para determinar si la estructura puede soportar la oscilación.

Vibración de un motor en una fábrica

Situación: Un motor en una fábrica produce vibraciones que se transmiten a la estructura del edificio.

Ejercicio: Si el motor aplica una fuerza periódica $F(t)=100\cos(60t)$ N, modela la estructura como un sistema masa-resorte. Determina la frecuencia de resonancia y la amplitud de las vibraciones inducidas.

Oscilación de una antena de radio por viento

Situación: Una antena de radio es forzada a oscilar debido a las ráfagas de viento.

Ejercicio: La antena, con una longitud de 10 metros, recibe una fuerza $F(t)=75\cos(0.2t)$ N. Encuentra la ecuación de movimiento y la amplitud de la oscilación. Determina si la antena está en riesgo de resonancia.

Vibraciones en una tubería industrial

Situación: Una tubería en una fábrica vibra debido a una máquina que aplica una fuerza periódica.

Ejercicio: Si la tubería está sometida a una fuerza $F(t)=200\cos(3t)$ N, modela la tubería como un sistema masa-resorte. Encuentra la frecuencia de resonancia y la respuesta del sistema para evaluar posibles daños.

Sistema de suspensión de un automóvil

Situación: La suspensión de un automóvil está sometida a fuerzas periódicas debido a los baches en la carretera.

Ejercicio: Si la suspensión recibe una fuerza externa $F(t)=150\cos(2t)$ N, modela el sistema como un sistema masa-resorte y determina la frecuencia de resonancia y la amplitud de la oscilación resultante.

C. Ejercicios de aplicación de nivel avanzada

Resonancia en un puente debido a vientos fuertes

Situación: Un puente es sometido a vientos fuertes que lo obligan a oscilar periódicamente.

Ejercicio: Modela el puente como un sistema masa-resorte con amortiguación y una fuerza externa F(t)=300cos⁡(0.05t)F(t) = 300 \cos(0.05 t)F(t)=300cos(0.05t) N. Calcula la frecuencia de resonancia crítica, la amplitud de la oscilación y analiza las posibles medidas para evitar el colapso del puente.

Control de vibraciones en una torre de comunicaciones

Situación: Una torre de comunicaciones está expuesta a vientos que causan oscilaciones forzadas.

Ejercicio: Modela la torre como un sistema masa-resorte con una fuerza externa $F(t)=400\cos(0.1t)F(t) = 400 \cos(0.1 t)F(t)=400\cos(0.1t)$ N. Encuentra la frecuencia de resonancia y la amplitud de las oscilaciones. Propón un sistema de control activo para mitigar las vibraciones y garantizar la estabilidad de la estructura.

Vibraciones en un edificio alto por viento

Situación: Un edificio alto sufre vibraciones debido a ráfagas de viento periódicas.

Ejercicio: Modela el edificio como un sistema masa-resorte con amortiguación y una fuerza externa $F(t)=500\cos(0.03t)$ N. Calcula la frecuencia de resonancia y la amplitud de las oscilaciones. Diseña un sistema de amortiguación para reducir las vibraciones y proteger la estructura.

Oscilaciones en un sistema de tuberías industriales

Situación: Un sistema de tuberías en una planta industrial está sometido a vibraciones forzadas debido a maquinaria.

Ejercicio: Modela las tuberías como un sistema masa-resorte con amortiguación y una fuerza externa $F(t)=250\cos(2t)$ N. Encuentra la frecuencia de resonancia y la amplitud de las vibraciones. Discute las implicaciones para la integridad estructural y las posibles medidas de mitigación.

Oscilaciones forzadas en un sistema eléctrico

Situación: Un sistema eléctrico experimenta oscilaciones debido a variaciones periódicas en la corriente.

Ejercicio: Modela el sistema como un sistema masa-resorte con amortiguación y una fuerza externa $F(t)=100\cos(60t)$ N. Calcula la frecuencia de resonancia y la amplitud de las oscilaciones. Propón soluciones para minimizar las oscilaciones y garantizar la estabilidad del suministro eléctrico.

Referencias

Ahlfors, L. V. (1979). Complex analysis: An introduction to the theory of analytic functions of one complex variable (3rd ed.). McGraw-Hill.

Conway, J. B. (1978). Functions of one complex variable (2nd ed.). Springer.

Gamelin, T. W. (2001). Complex analysis. Springer.

Greene, R. E., & Krantz, S. G. (2006). Function theory of one complex variable (3rd ed.). American Mathematical Society.

Lang, S. (1999). Complex analysis (4th ed.). Springer.

Marsden, J. E., & Hoffman, M. J. (1999). Basic complex analysis (3rd ed.). W. H. Freeman.

Needham, T. (1997). Visual complex analysis. Clarendon Press.

Rudin, W. (1987). Real and complex analysis (3rd ed.). McGraw-Hill.

Saff, E. B., & Snider, A. D. (2003). Fundamentals of complex analysis with applications to engineering, science, and mathematics (3rd ed.). Pearson Education.

Stein, E. M., & Shakarchi, R. (2003). Complex analysis. Princeton University Press.