Universidad Continental

Guía de Trabajo

Cálculo Diferencial

Yuri Juan Balcona Mamani

Guía de Trabajo
Cálculo Diferencial

Material publicado con fines de estudio.
Código: (24UC00194)
Huancayo, 2023
De esta edición
© Universidad Continental, Oficina de Gestión Curricular Av. San Carlos 1795, Huancayo-Perú
Teléfono: (51 64) 481-430 anexo 7361
Correo electrónico: recursosucvirtual@continental.edu.pe http://www.continental.edu.pe/

Cuidado de edición Fondo Editorial

Diseño y diagramación Fondo Editorial

Todos los derechos reservados.

La *Guía de Trabajo*, recurso educativo editado por la Oficina de Gestión Curricular, puede ser impresa para fines de estudio.

Contenido

Presentación

Les ofrecemos la guía integral de la asignatura de Cálculo Diferencial, creada con la intención de reforzar tanto la teoría como la aplicación práctica que se abordarán de manera progresiva durante el curso, guiando a los estudiantes a través de cada sesión sincrónica. Esta herramienta detallada proporciona un recurso completo para complementar el aprendizaje, facilitando una comprensión más profunda de los conceptos clave y permitiendo una participación más activa en las discusiones y actividades planificadas. Además, se fomenta la conexión entre la teoría presentada y su aplicación práctica, brindando a los estudiantes una base sólida para el éxito continuo en la asignatura.

La materia aborda los siguientes temas en términos generales: límites y continuidad, derivadas, aplicaciones de las derivadas y derivadas parciales.

Al concluir la primera unidad, cada alumno estará en condiciones de abordar ejercicios y problemas matemáticos mediante la aplicación de conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos relacionados con las nociones de límite y continuidad en funciones reales de variable real. Al terminar la segunda unidad, cada estudiante podrá resolver ejercicios y problemas matemáticos utilizando conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos asociados a las derivadas de funciones reales de variable real. Al finalizar la tercera unidad, cada estudiante estará capacitado para resolver ejercicios y realizar modelados aplicando conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos relacionados con las aplicaciones de las derivadas en funciones reales de variable real. Finalmente, al concluir la cuarta unidad, cada estudiante será capaz de abordar ejercicios y problemas de derivadas parciales en funciones de varias variables, aplicando métodos y recursos apropiados.

Finalmente, se recomienda a los estudiantes organizar su tiempo de manera efectiva, crear un ambiente de estudio libre de distracciones, tomar notas de manera efectiva durante las clases y participar activamente en discusiones. Colaborar con compañeros, utilizar recursos disponibles, y programar descansos regulares contribuyen al rendimiento académico. Establecer metas realistas, revisar constantemente el material en el aula virtual.

Yuri Juan Balcona Mamani

Primera **Unidad**

Límite y continuidad

Semana 1: Sesión 2

Determinación de límites de manera gráfica y numérica

Sección: .... Fecha: …./…../…... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación del concepto y definición de límite y su importancia en el cálculo. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si requiera aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al concluir la sesión, el estudiante reconoce, desde un punto de vista geométrico, cuándo existe el límite de una función real de variable real, y calcula los límites de funciones reales de variable real (cuando existan) a través de ejemplos planteados en la sesión.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de límite y desarrollar sus habilidades para calcularlos e interpretarlos. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre qué son los límites en cálculo y por qué son esenciales para comprender cómo se comportan las funciones.
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos de cálculo de límites. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos, desde límites sencillos hasta aquellos que requieran técnicas más avanzadas como la factorización, la racionalización etc. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma individual o en parejas
3. Después de la práctica individual, los estudiantes se agruparán en equipos reducidos con el propósito de discutir sus soluciones y enfoques.
4. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución.

Ejercicios propuestos

Semana 1

Límite de una función

1. Considere la función $f(x) = \frac{\sqrt{4-x}-3}{x+5}$

   a) ¿Existe $f(-5)$?

   b) Realice una tabla de valores de $f(x)$ con valores de x cercanos a -5.

x	-5.1	-5.01	-5.001	-4.999	-4.99	-4.9
$f(x)$						

2. Considere la función $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

   a) ¿Existe $f(0)$?

   b) Realice una tabla de valores de $f(x)$ con valores de x cercanos a 0.

x	-0.1	-0.01	-0.001	0.001	0.01	0.1
$f(x)$						

3. Sea $f(x) = 2x^3 - x$, use la gráfica de f para determinar el valor de:

   a) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

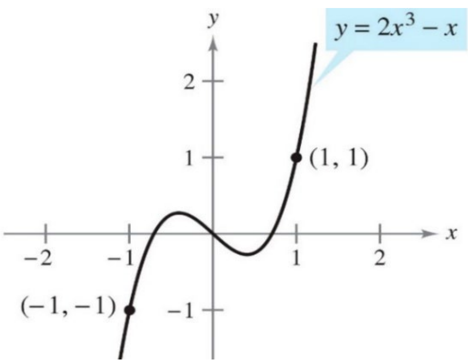
   b) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

   c) $\lim_{x\to -1^+} f(x)$

   d) $\lim_{x\to -1^-} f(x)$

Figura 1

Gráfica de $f(x) = 2x^3 - x$



Nota: Adaptado de CALCULUS (p. 5), por Larson & Edwards (2010), Brook/Cole, Cengage Learning.

4. Sea $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$, use la gráfica de f para determinar el valor de:

   a) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

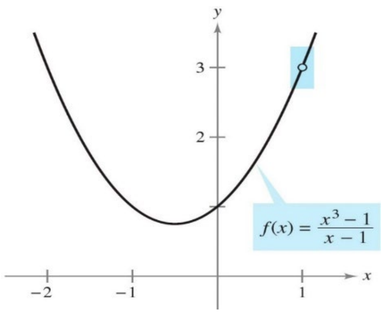
   b) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

c) $\lim_{x \to 0^+} f(x)$

d) $\lim_{x \to 0^-} f(x)$

Figura 2

Gráfica de $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$



Nota: Adaptado de CALCULUS (p. 48), por Larson & Edwards (2010)*, Brook/Cole, Cengage Learning.*

5. Sea $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$, use la gráfica de f para determinar el valor de: (caso exista)

   a) $\lim_{x \to 0^+} f(x)$

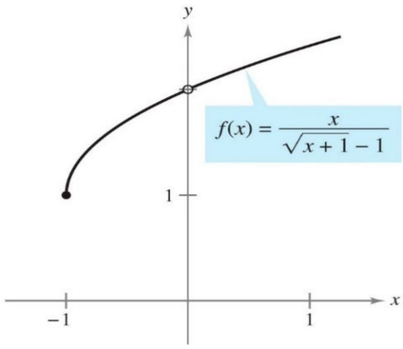
   c) $\lim_{x \to -1^+} f(x)$

   b) $\lim_{x \to 0^-} f(x)$

   d) $\lim_{x \to -1^-} f(x)$

Figura 3

Gráfica de $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$



Nota: Adaptado de CALCULUS (p. 49), por Larson & Edwards (2010)*, Brook/Cole, Cengage Learning.*

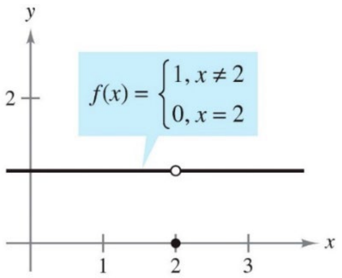
6. Sea $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 2 \\ 0, & x = 2 \end{cases}$, use la gráfica de f para determinar el valor de:

   a) $\lim_{x \to 2^+} f(x)$

   b) $\lim_{x \to 2^-} f(x)$

Figura 4

Gráfica de $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 2 \\ 0, & x = 2 \end{cases}$



Nota: Adaptado de CALCULUS (p. 49), por Larson & Edwards (2010), *Brook/Cole, Cengage Learning.*

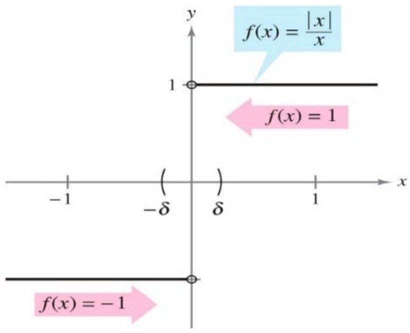
7. Sea $f(x) = \frac{|x|}{x}$, use la gráfica de f para determinar el valor de:

   a) $\lim_{x \to 0^+} f(x)$

   b) $\lim_{x \to 0^-} f(x)$

Figura 5

Gráfica de $f(x) = \frac{|x|}{x}$



Nota: Adaptado de CALCULUS (p. 50), por Larson & Edwards (2010), *Brook/Cole, Cengage Learning.*

8. Use la gráfica de f para determinar los siguientes límites, justifique su respuesta.

   a) $\lim_{x \to -2} f(x)$

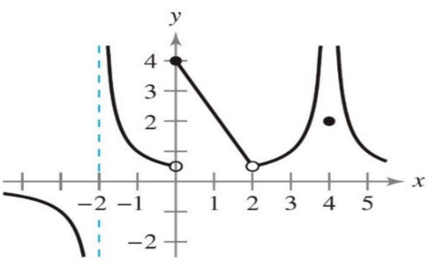
   b) $\lim_{x \to 0} f(x)$

   c) $\lim_{x \to 2} f(x)$

   d) $\lim_{x \to 4} f(x)$

Figura 6

Gráfica de $f(x)$



Nota: Adaptado de CALCULUS (p. 55), por Larson & Edwards (2010), *Brook/Cole, Cengage Learning.*

9. Sea la función $f(x)=\begin{cases} x+1 & -2<x\leq -1 \\ 1-x^2 & -1<x<0 \\ \sqrt{1-x} & 0<x<1 \\ x^3-5 & 1\leq x\leq 2 \end{cases}$. Determine los siguientes límites (caso existan) y justifique su respuesta

a) $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

b) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

c) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

d) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} f(x)$

10. Evalúe los siguientes límites y justifique cada paso

a) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x^2+x+1}{x-3}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^{100}+x^{60}+x^{40}+1}{x-1}$

c) $\lim\limits_{x\to -2} \left(\sqrt{\frac{4-x^2}{\ln(-x)}}+\pi^e\right)$

d) $\lim\limits_{x\to 4} \left(\sqrt[3]{\frac{4+e^{\ln x}}{x-5}}-\sqrt{2}\right)$

e) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{200\cdot e^{\sin x}}{x^{x+1}+1}$

f) $\lim\limits_{x\to 4} \sqrt{\sqrt{\pi^x}}$

g) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{e^x}{x^2+1}\right)^{2x+1}$

h) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt{x}}{x^x-1}$

i) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{e^{x^2+1}}{2^x-x^x}$

j) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\frac{x^3-x^2+65x-63}{x+1}\right)^{\ln x}$

k) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{5x^4+32x^3-33x^2-88x-28}{x+1}$

l) $\lim\limits_{x\to 7} \frac{25x^4-1346x^2+5929}{\pi^x}$

m) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+1}+1}+\frac{x^2-4}{x+2}\right)$

n) $\lim\limits_{x\to 3} \left(\frac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^2-8}-2e^x\right)$

o) $\lim\limits_{x\to -1} \left(\frac{x}{x^2+13}+\frac{x^x}{x^2+1}\right)$

p) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \frac{x^2+100x}{x}\cdot\frac{x^{x^x}}{2}$

q) $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{x^3+1}{x+1}\cdot\frac{\sqrt{x^8}}{-x}$

r) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \frac{x^3+x^2+x+1}{x+2}\cdot e^{\ln x}$

s) $\lim\limits_{x\to 7} \left[\frac{1}{x+2}-100!\left(\frac{x}{\sqrt{5}}\right)\right]$

11. Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones tales que $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=3$ y $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=5$, determine:

a) $\lim\limits_{x\to 2} [(f^2+3g^2+5f\cdot g)(x)+11f(x)]$

b) $\lim\limits_{x\to 2} \left(\frac{(f^2+3g^2+5f\cdot g)(x)}{(f^2+7f\cdot g+g^3)(x)}+(f\cdot g)(x)\right)$

c) $\lim\limits_{x\to 2} \left(\frac{(f+4f\cdot g)(x)}{(f^3+g^3)(x)}+\frac{(f^4+5g^4-6f\cdot g)(x)}{(f^4+7f\cdot g+g^4)(x)}-\frac{(f^2+3g^2-f\cdot g)(x)}{(f^2+f\cdot g+g^2)(x)}\right)$

Semana 2: Sesión 2

La definición precisa del límite y límites indeterminados

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

La sesión de aprendizaje colaborativo sobre la definición precisa de límites y límites indeterminados en cálculo se estructura en torno a la introducción de los conceptos clave, como la definición matemática de límite y los límites indeterminados, seguida de ejemplos y ejercicios prácticos. Los estudiantes se dividen en grupos para resolver problemas relacionados con estos temas, aplicando la definición de límite en situaciones reales. Posteriormente, presentan sus soluciones y participan en discusiones en clase para intercambiar enfoques y aclarar dudas. La sesión fomenta la colaboración, la resolución de problemas y la comprensión profunda de los conceptos de límite en un contexto de aprendizaje interactivo.

I. Propósitos

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica la definición precisa del límite de funciones en demostraciones y en la resolución de problemas específicos, identificando y solucionando formas indeterminadas de límites en ciertas funciones, incluyendo funciones trigonométricas, mediante ejemplos planteados durante la sesión.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto y definición de límite y desarrollar sus habilidades para calcularlos e interpretarlos. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre qué son los límites en cálculo y por qué son esenciales para comprender cómo se comportan las funciones.
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos de cálculo de límites. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos, desde límites sencillos hasta aquellos que requieran técnicas más avanzadas como la factorización, la racionalización etc. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma individual o en parejas

3. Después de la práctica individual, los estudiantes se agruparán en equipos reducidos con el propósito de discutir sus soluciones y enfoques.

Ejercicios propuestos

Semana 2

I. La definición precisa del límite

1. Mediante la definición precisa del límite **demostrar** que:

a) $\lim\limits_{x\to 1}(x+5)=6$

b) $\lim\limits_{x\to 2}(2x-3)=4$

c) $\lim\limits_{x\to 3}(2x-7)=-1$

d) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}=2$

e) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+1}{x+1}=3$

f) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}=3$

g) $\lim\limits_{x\to 0}(x^2-2x+1)=1$

h) $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+x+1)=3$

i) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{3x+1}{x-2}=10$

j) $\lim\limits_{x\to 10}\sqrt{x-1}=3$

k) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{5x+4}=2$

l) $\lim\limits_{x\to -2}\sqrt{x+27}=5$

2. Si $\lim\limits_{x\to x_0}(ax+b)=ax_0+b$ (donde $a\in\mathbb{R}-\{0\}$). Dado un $\varepsilon>0$, determine $\delta>0$, tal que

$$0<|x-x_0|<\delta \quad \Rightarrow \quad 0<|(ax+b)-ax_0-b|<\varepsilon$$

3. Si $\lim\limits_{x\to x_0}(ax^2+b)=ax_0^2+b$ (donde $a\in\mathbb{R}-\{0\}$). Dado un $\varepsilon>0$, determine $\delta>0$, tal que

$$0<|x-x_0|<\delta \quad \Rightarrow \quad 0<\left|(ax^2+b)-(ax_0^2+b)\right|<\varepsilon$$

4. Sea a un número real positivo. Demuestre que: $\lim\limits_{x\to a}3x^2=3a^2$

II. Límites indeterminados

1. Evalúe los siguientes límites (caso exista):

a) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{x^2+13x}$

b) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+1}{x+1}$

c) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2-4}{x+2}$

d) $\lim\limits_{x\to \sqrt{3}}\frac{x^2-3}{x-\sqrt{3}}$

e) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+2x+1}{x+1}$

f) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+9x+8}{x+1}$

g) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^6+5x^5+6x^4}{x^5+3x^4}$

h) $\lim\limits_{x\to \sqrt[4]{2}}\frac{x^{16}-16}{x^2-\sqrt{2}}$

i) $\lim\limits_{x\to -7}\frac{x^3+7x^2-x-7}{x+7}$

j) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3-x^2+65x-63}{x+1}$

k) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{5x^4+32x^3-33x^2-88x-28}{x-2}$

l) $\lim\limits_{x\to 7}\frac{25x^4-1346x^2+5929}{x-7}$

m) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}$

n) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^2}$

o) $\lim\limits_{t\to 0}\frac{t^2}{\sqrt{t^2+16}-4}$

p) $\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sqrt{t^2+5}-3}{t-2}$

q) $\lim\limits_{t\to 0}\frac{t^2+2t}{\sqrt{25-t}-\sqrt{t^2+t+25}}$

r) $\lim\limits_{t\to 0}\frac{\frac{3+x}{x^2}}{\frac{5}{x^2}}$

s) $\lim\limits_{x\to -2}\left(\frac{12x}{x^4+8x}-\frac{x}{x^2+2x}\right)$

t) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{4x}{3x^2-6x}-\frac{4}{2x^2-5x+2}\right)$

u) $\lim\limits_{t\to 0}\left(\frac{\pi t}{t^2}-\frac{\pi}{t^2+t}\right)$

v) $\lim\limits_{t\to 2}\frac{\sqrt{6-t}-2}{\sqrt{3-t}-1}$

2. Sean

$$L_1=\lim_{t\to 6}\frac{\sqrt{2t-4}-\sqrt{8}}{\sqrt{t-3}-\sqrt{3}} \quad ; \quad L_2=\lim_{t\to 5}\frac{\sqrt{t-1}-2}{1-\sqrt[3]{3-\sqrt{t-1}}}$$

Determine el valor de $L_1 \cdot L_2$

III. Límites trigonométricos

1. Calcule los siguientes límites trigonométricos:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\sin x}}{1+\cos x}$

b) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{5\cos^2 x+3\cos x+2}{1+\sin x}$

c) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{x}$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1+\sqrt{\cos x}}{3x^2+7}$

2. Calcule los siguientes límites trigonométricos:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\cos x}}{3x^2}$

b) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{2x}$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\sin 2x}$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{3x}$

e) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{5x^2}$

f) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\sin\frac{\pi}{3}}{x}$

g) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-\tan\frac{\pi}{4}}{x}$

h) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\tan(2x)}{\sin(2x)}$

i) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos(3x)}{1-\cos(5x)}$

j) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{\cos x-\sin x}{3\cos(2x)}$

k) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{7\tan^2(4X)}{1-\cos(5X)}$

l) $\lim\limits_{t\to 0}\frac{1-\cos^3 t}{t^2}$

3. Sean

$$L_1=\lim_{x\to 0}\left(\frac{2}{1-\cos^2 x}-\frac{1}{1-\cos x}\right) \quad ; \quad L_2=\lim_{x\to 0}\frac{1-2\tan x+\tan^2 x}{1-\cos(4x)}$$

Determine el valor de $L_1 \cdot L_2$

Semana 3: Sesión 2

Límites infinitos y al infinito

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación del concepto y definición del límite infinito y al infinito. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve y aplica problemas de límites infinitos y límites al infinito a través de ejemplos planteados durante la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de límite y desarrollar sus habilidades para calcularlos e interpretarlos. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre qué son los límites infinitos y al infinito a través de ejemplos propuestos
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos de cálculo de límites. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos, desde límites sencillos hasta aquellos que requieran técnicas más avanzadas como la factorización, la racionalización etc. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma individual o en parejas
3. Después de la práctica individual, los estudiantes se agruparán en equipos reducidos con el propósito de discutir sus soluciones y enfoques.

Ejercicios propuestos

Semana 3

I. Límites infinitos

1. Calcular los límites indicados:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2}{(x-2)^6}$

b) $\lim\limits_{x\to 3}\left(\frac{5}{|x-3|}\right)^2$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sin^2(3x)}$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{-2}{x^2}$

e) $\lim\limits_{t\to 0}\frac{t-1}{t^2}$

f) $\lim\limits_{t\to 3}\frac{t-5}{(t-3)^2}$

2. Calcular los límites indicados:

a) $\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{5}{x-2}$

b) $\lim\limits_{x\to 4^-}\frac{2x+3}{x-4}$

c) $\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{21x^3-20x^2-31x+10}{7x^3-9x^2-12x+4}$

d) $\lim\limits_{x\to 3^+}\frac{45x^4+8x^3-122x^2-8x+77}{5x^4-8x^3-26x^2+8x+21}$

II. Límites al infinito

1. Evalúe los siguientes límites (caso exista):

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3}{x^4+3x}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4+8x^3-12x^2+7x+1}{2x^5+1}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-4}{x^4+2}+1\right)$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4-3}{x^3-\sqrt{5}}$

e) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4+7x+1}{7x^3+1}$

f) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+9x+8}{x^3+1}$

g) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^6+5x^5+6x^4}{x^7+3x^4}$

h) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^{17}+5x+1}{x^{17}-\sqrt{2}}$

i) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4-x-7}{2x^4+7}$

j) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-3x}}{2x+6}$

k) $\lim\limits_{t\to\infty}\frac{\sqrt{1+t^2}+3t}{5\sqrt[3]{t^4+t+1}+5\sqrt{t^2+t+1}}$

l) $\lim\limits_{t\to\infty}\left(\sqrt{t+1}-\sqrt{t}\right)$

m) $\lim\limits_{t\to\infty}\left(\pi\sqrt{t^2+2}-\pi\sqrt{t^2+3}\right)$

n) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{t^2+t+1}-\sqrt{t^2+t+2}\right)$

2. Sean

$$L_1=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+3x+k}{x+2}-\frac{x^2+x+k}{x+1}\right)\quad;\quad L_2=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x+k}{x+2}-\frac{x^2+x+k}{x+1}\right)$$

Donde k es un número real diferente de cero. Determine el valor de $L_1\cdot L_2$

3. Sean

$$L_1=\lim_{x\to\infty}\frac{7+5\cdot 3^x}{5+3^x}\quad;\quad L_2=\lim_{x\to\infty}\sqrt{6x^2+x}-\sqrt{6}x$$

Determine el valor de $L_1\cdot L_2$

Semana 4: Sesión 2

Continuidad

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 1

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación del concepto y definición de continuidad de una función. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve problemas de continuidad de funciones en un punto, a través de los diferentes ejemplos propuestos.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de continuidad y desarrollar sus habilidades para interpretarlos. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre la idea intuitiva de continuidad y su interpretación geométrica a través de ejemplos propuestos
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos de continuidad. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma individual o en parejas
3. Después de la práctica individual, los estudiantes se agruparán en equipos reducidos con el propósito de discutir sus soluciones y enfoques.
4. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución.

Ejercicios propuestos

Semana 4

I. Continuidad de una función en un punto

1. Indique si las siguientes funciones son continuas en el punto dado, justifique su respuesta:

   a) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & si \quad x < 0 \\ -x^2+1 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$. En $x = 0$

   b) $f(x) = \begin{cases} x+1 & si \quad x < 0 \\ x^2+2 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$. En $x = 0$

   c) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} & si \quad x < 6 \\ -x^2+1 & si \quad x \geq 6 \end{cases}$. En $x = 6$

   d) $f(x) = \begin{cases} \left|\frac{x+3}{2}\right| & si \quad x < 0 \\ x^2 - x & si \quad x \geq 0 \end{cases}$. En $x = 0$

   e) $f(x) = \begin{cases} \sin(x)+1 & si \quad x < 3 \\ \sqrt[3]{2x+2} & si \quad x \geq 3 \end{cases}$. En $x = 3$

2. Considere las siguientes funciones reales de variable real e indique cuales son continuas en el punto $x = 1$

   a) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

   b) $g(x) = \frac{x^{2024}+x^{1024}+x^{1000}+1}{x^{1024}+1}$

   c) $h(x) = \ln\left(\sqrt{x^{100}+1}\right)$

   d) $J(x) = \sin\left(\frac{x^4-1}{x^2-1}\right)$

3. Considere la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\pi}{3x-3} & si \quad x \neq 1 \\ k & si \quad x = 1 \end{cases}$$

   ¿Es posible escoger un número real k de tal manera que la función sea continua en $x = 1$? Justifique su respuesta.

4. Considere la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^{16}-1}{x+1} & si \quad x \neq -1 \\ k & si \quad x = -1 \end{cases}$$

   ¿Es posible escoger un número real k de tal manera que la función sea continua en $x = -1$? Justifique su respuesta.

5. Considere la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{x^3-1}{x-1}} & si \quad x \neq 1 \\ k & si \quad x = 1 \end{cases}$$

   ¿Es posible escoger un número real k de tal manera que la función sea continua en $x = 1$? Justifique su respuesta.

6. Considere la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\dfrac{x^4 + x^3 + x + 1}{x+1}\right) & si \quad x \neq -1 \\ k & si \quad x = -1 \end{cases}$$

¿Es posible escoger un número real k de tal manera que la función sea continua en $x = -1$? Justifique su respuesta.

II. Continuidad de una función en un intervalo

1. Demuestre que la función definida de la siguiente forma

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + 6 & si \quad x < 0 \\ \dfrac{x+1}{2} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

Es continua en el intervalo $\langle -1, 0\rangle$ pero es discontinua en el intervalo $[-1, 1]$

2. Analice la continuidad de las siguientes funciones en el intervalo dado
   a) $f(x) = \frac{2}{x-3}$ en el intervalo $\langle 1, 4\rangle$
   b) $f(x) = \frac{2}{x-3}$ en el intervalo $\langle 1, 2\rangle$
   c) $f(x) = \begin{cases} x+3 & si\ x < 0 \\ -\sqrt{x} & si\ \ x \geq 0 \end{cases}$ en el intervalo $\langle -1, 1\rangle$
   d) $f(x) = \begin{cases} x+3 & si\ x < 0 \\ -\sqrt{x} & si\ \ x \geq 0 \end{cases}$ en el intervalo $\langle 0, 1\rangle$
   e) $f(x) = \begin{cases} x+3 & si\ x < 0 \\ -\sqrt{x} & si\ \ x \geq 0 \end{cases}$ en el intervalo $[0, 1]$
3. Analice la continuidad en el intervalo $\langle -2,\ 2\rangle$ de las siguientes funciones:
   a) $f(x) = \frac{1}{x^2-1} + 1$
   b) $f(x) = \frac{1}{x^2+1} + 1$

Segunda **Unidad**

Derivadas

Semana 5: Sesión 2

La derivada y sus propiedades

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

La sesión de aprendizaje colaborativo sobre derivadas y sus propiedades comienza con una introducción al concepto de derivada y su relevancia en matemáticas y aplicaciones prácticas. Se explora la derivada como tasa de cambio y luego se presentan las propiedades clave de las derivadas, como la linealidad y las reglas del producto y cociente. Los estudiantes se dividen en grupos para resolver problemas que requieren la aplicación de estas propiedades y luego presentan sus soluciones y participan en discusiones en clase. La sesión fomenta la colaboración, la comprensión profunda de las derivadas y su aplicación en problemas matemáticos más avanzados.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica la definición de la derivada, reglas de derivación y la regla de la cadena a través de los diferentes ejemplos planteados en la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de derivada y desarrollar sus habilidades para calcularlos e interpretarlos. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comienza la clase con una breve revisión de las derivadas y su importancia en cálculo. Plantea preguntas como "¿Por qué son útiles las derivadas?" para estimular la discusión y activar el conocimiento previo.
2. Presenta las reglas básicas de derivación, como la regla de potencias, la regla de la suma, la regla del producto y la regla del cociente. Explica cada regla de manera concisa y utiliza ejemplos simples.
3. Divide a los estudiantes en grupos pequeños y asigna a cada grupo un conjunto de problemas relacionados con las reglas de derivación. Pide a los grupos que resuelvan los problemas colaborativamente, discutiendo sus

enfoques y resoluciones.

4. Invita a un representante de cada grupo a compartir sus soluciones y explicar cómo abordaron los problemas. Anima a la discusión y al intercambio de ideas entre los grupos.
5. Introduce el concepto de la regla de la cadena, derivación implícita y su importancia en el cálculo. Ofrece ejemplos simples que muestren cómo se aplica la regla de la cadena y derivación implícita.
6. Proporciona a cada grupo problemas que requieran el uso de la regla de la cadena. Los grupos deben trabajar juntos para resolver estos problemas, aplicando la regla de la cadena según sea necesario.
7. Invita a los grupos a compartir sus soluciones y sus enfoques para aplicar la regla de la cadena. Anima a la discusión y resuelve cualquier pregunta o confusión.
8. Invita a los grupos a compartir sus soluciones a los problemas de derivación implícita. Anima a la discusión y resuelve cualquier pregunta o confusión.

Ejercicios propuestos

Semana 5

I. La derivada de una función

1. Use la definición de derivada para determinar la derivada de las siguientes funciones dadas:
   a) $f(x) = 50$
   b) $f(x) = \pi x + 1$
   c) $f(x) = 2x^2 + 2x + 1$
   d) $f(x) = \frac{2x}{x+1}$
   e) $f(x) = (2x+5)^2$
   f) $f(x) = \ln(x)$
   g) $f(x) = \sin x$
   h) $f(x) = \cos x$
   i) $f(x) = \tan x$
   j) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$
2. Use la definición de derivada para determinar la derivada de las siguientes funciones en el punto indicado:
   a) $f(x) = 4x^2 - 7$ en $x = 3$
   b) $f(x) = 2x^3 - \pi x^2$ en $x = \pi$
   c) $f(x) = \sqrt{x+2}$ en $x = 7$
   d) $f(x) = \frac{3}{x+2}$ en $x = 1$
   e) $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$ en $x = 2$
   f) $f(x) = \ln(x)$ en $x = e$
   g) $f(x) = \sin x$ en $x = 0$
   h) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ en $x = 1$

3. En las siguientes funciones, use la definición para encontrar su derivada. Determine la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica de la función f en el punto cuya abscisa x es dada.
   a) $f(x) = 4x^2 + 2x - 2$ en el punto cuya abscisa es $x = -1$.
   b) $f(x) = x^2 - 3x - 3$ en el punto cuya abscisa es $x = 1$.
   c) $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ en el punto cuya abscisa es $x = 0$.
   d) $f(x) = -3x^2 + x - 7$ en el punto cuya abscisa es $x = 2$.
4. Use la definición para encontrar la derivada de la función dada. Encuentre todos los puntos de la gráfica $f(x) = x^3 - 5x + 2$ donde la recta tangente es perpendicular a la recta $2x + 14y + 8 = 0$

II. Reglas de derivación

1. Use las reglas de derivación para determinar las derivadas de las siguientes funciones:
   a) $f(x) = 3x^4 + x + \frac{2}{x} + 5$
   b) $f(x) = -7x^8 + 3x - \frac{2}{x} + 7$
   c) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x} + 3$
   d) $f(x) = 3\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - 100^{100}$
   e) $f(x) = e^3x^3(e^3 + x^3)$
   f) $f(x) = 2\pi + 3\pi x^{-1} - 4\pi x^{-2}$
   g) $f(x) = (4x - 6)^2 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
   h) $f(x) = \frac{4x^3+x^2-x+1}{x^2}$
   i) $f(x) = \frac{5x^2-1}{x}$
   j) $f(x) = \frac{4x^3+9}{2x^2-1}$
   k) $f(x) = \frac{1}{3x-1} - \frac{6}{x^2+1}$
   l) $f(x) = x(3x - 7)(5x - 1)$
   m) $f(x) = x^2(3x - 2)(x^3 + 1)$
   n) $f(x) = (3x^{-2})(x^{-3} + 3x^{-4})$
   o) $f(x) = \frac{1+\frac{2}{x}}{1+\frac{8}{x}}$
   p) $f(x) = (x^3 + 2x) \cdot \sin x$
   q) $f(x) = e^x \cdot \cos x$
   r) $f(x) = \frac{4 \cdot \sin x}{e^{2x}}$

2. Suponga que $f(x), g(x)\ y\ h(x)$ son funciones derivables cuyas gráficas pasan por el punto (1,1). Si $f'(1) = 0$, $g'(1) = 1$ $h'(1) = 2$. Calcule en cada caso la derivada.
   a) $(f + g.f + h)'(1)$.
   b) $(4f + 2g - 7h)'(1)$.
   c) $\left(\frac{8f}{g+3h}\right)'(1)$.
3. Encuentre una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ tal que $f(-1) = -2$, $f'(-1) = 3$, y $f''(-1) = -4$.

4. ¿Para qué valores a y b ,la recta $2x + y = 2a$ es tangente a la parábola $y = 3bx^2$ cuando $x = 2$.

III. Regla de la cadena

1. Encuentre la derivada de las funciones a continuación:

   a) $f(x) = e^{5x+1} \cdot \ln(x^4 + 4x^2 + 1)$

   b) $f(x) = \sin\left(\frac{e^x}{x^{100}+1}\right) \cdot \log x^4$

   c) $f(x) = (1 + (1 + (1 + x^4)^5)^6)^7$

   d) $f(x) = \left[x^2 - \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{-4}\right]^2$

   e) $f(x) = x^x + 1$

   f) $f(x) = \cot\left(\frac{e^{x^2+1}}{\sqrt{x^6+x^4+1}}\right)$

   g) $f(x) = (2x + 100)^{\sin x}$

   h) $f(x) = \tan\left(\frac{|3x-1|}{\sqrt[3]{\tan(x^2+1)}}\right)$

2. Suponga $f(x)$ y $g(x)$ son funciones derivables definidas en todo $\mathbb{R}$. Calcule la derivada de la función $F(x)$ indicada:

   a) $F(x) = f(x^2)^{g(-x)}$

   b) $F(x) = f(x^x)^{g(2x+1)}$

   c) $F(x) = f(e^{-x})^{g(|2x+1|)}$

   d) $F(x) = f\big(g(e^{2x})\big)$

   e) $F(x) = f\big(g(e^{2x})\big)$

   f) $F(x) = f\big(e^x \cdot g(x^2)\big)$

   g) $F(x) = g\big(\sqrt[3]{1 + f(x^2)} + \sqrt[3]{1 + f(e^x)}\big)$

IV. Derivada implícita

1. Obtenga la derivada de la función $y = f(x)$ dada implícitamente por la expresión indicada: (a) haciendo primeramente explícita la función $y = f(x)$ y derivando directamente, (b) derivando implícitamente la expresión dada.

   a) $3x + 8y - xy = 2$

   b) $xe^{2y+3} + 2 - x = 0$

   c) $x^2 + 2y^3 - 2x = 2$

   d) $x \sin y + 4 - x^2 = 0$

2. Obtenga la derivada de la función $y = f(x)$ dada implícitamente por la expresión indicada:

   a) $x^2 + 5xy + y^3 - 6 = 0$

   b) $y^2 - 5xe^y - y^4 = xy$

   c) $xy + \frac{x}{y^2+1} = e^y$

   d) $x^{100} + x \sin y + x = \sqrt{y^2 + 1}$

   e) $xy + \sqrt[3]{xy} - xe^y = 1$

   f) $\sin(x + y) + x + 7y = 2$

   g) $x^y + 2xy = y$

   h) $\sin(xy) + e^y = \sqrt{x^2 + y^2}$

   i) $\cos y + e^{xy} = \sqrt{x^2 + y^2}$

Semana 6: Sesión 2

Derivada de funciones trascendentes

Sección: .... Fecha: …./…../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación sobre las derivadas de funciones trascendentes y su importancia en el cálculo. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante calcula y aplica la derivada de funciones trascendentes a través de los diferentes ejemplos propuestos en la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar el tema de derivada de una función real de variable real y desarrollar sus habilidades para calcularlos e interpretarlos. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Se comienza la clase con una breve revisión de las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas. Luego, divide a los estudiantes en grupos de tres o cuatro, asegurándote de que haya una mezcla de niveles de habilidad en cada grupo.
2. Proporciona a cada grupo una lista de ejercicios de la guía de trabajo que contiene algunas funciones exponenciales y logarítmicas para derivar.
3. Pide a cada grupo que elija una función (por integrante) y trabaje en calcular su derivada. Proporciona una breve explicación inicial de las reglas de

derivación de estas funciones.

4. Los grupos trabajan en sus derivadas, discuten estrategias y se ayudan mutuamente a comprender y resolver los problemas. Fomenta la colaboración y la comunicación activa en los grupos.
5. Invita a un representante de cada grupo a presentar su solución al aula.
6. Anima a que expliquen su proceso y las estrategias utilizadas para calcular la derivada. Esto fomenta la discusión y el intercambio de enfoques entre los grupos.

Ejercicios propuestos

Semana 5

I. Derivadas de funciones exponenciales y logarítmicas

1. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x - 3e^x$

b) $f(x) = x^3 - 4xe^x$

c) $f(x) = \frac{7e^x}{1+x}$

d) $f(x) = \frac{x^2}{2e^x}$

e) $f(x) = x^2\sqrt{x}\,\sqrt{e^x}$

f) $f(x) = \frac{2+e^x}{1-x^2}$

g) $f(x) = \frac{2e^x-3e^x}{e^x}$

h) $f(x) = \frac{2e^{3x}-5e^{2x}}{e^{6x}}$

i) $f(x) = 3^x - 2^{-x}$

j) $f(x) = x(3^x)(2^{-x})$

k) $f(x) = \frac{3^x-2^x}{e^{2x}}$

l) $f(x) = \frac{\ln x}{2x^3}$

m) $f(x) = x^5 \ln(2x)$

n) $f(x) = \frac{3+\ln x}{e^{2x}}$

o) $f(x) = \frac{e^{2x}\ln x}{e^x+\ln x}$

p) $f(x) = (2 + (1 + \ln x)^2)^3$

q) $f(x) = x^2e^xe^{2x}e^{3x}$

r) $f(x) = x^2 2^x 3^x 4^x$

s) $f(x) = \frac{x-\ln x}{e^x+e^{3x}}$

t) $f(x) = \ln\left(\frac{\sqrt{e^x+1}}{\log_2(x^2+2)}\right)$

2. Determine la derivada de las siguientes funciones en el punto dado

a) $f(x) = 4e^{2x} - 7\log_3(x^2 + 1)$ en $x = 1$

b) $f(x) = 2^{3x} - \ln(e^x)$ en $x = 0$

c) $f(x) = e^x \cdot \ln(x^4 + 1) + \frac{x}{e^{2x}+100}$ en $x = 1$

d) $f(x) = \frac{3\ln(x^{100}+20)}{e^{4x}+2}$ en $x = 1$

e) $f(x) = 2\log_7(e^x) - \frac{1}{e^x}$ en $x = 2$

f) $f(x) = \left(1 + e^{2x}\sqrt{xe^{-2x}}\ \right)(1 + ln^2(2x))^4$ en $x = 10$

3. Determine la derivada de orden superior indicada de cada una de las siguientes funciones

a) $f(x) = 7\log_3(x^2+1)$; $f''(x) = ?$

b) $f(x) = e^{5x} - \ln(e^{4x}+5x)$; $f''(x) = ?$

c) $f(x) = e^x \cdot \ln\frac{x}{e^{2x}+100}$; $f'''(x) = ?$

d) $f(x) = \frac{3}{e^{4x}+2}$; $f'''(x) = ?$

e) $f(x) = 2\log_7(e^x) - \frac{1}{e^x}$; $f^{(4)}(x) = ?$

f) $f(x) = \left(1 + e^{2x}\sqrt{xe^{2x}}\ \right)^2$; $f^{(5)}(x) = ?$

II. Derivadas de funciones trigonométricas

1. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = senx\,(4+cosx)$

b) $f(x) = 6senx + 4\,cosx$

c) $f(x) = (5-3\,cosx)(1-4\,senx) + \tan x$

d) $f(x) = \frac{3+\,cos\,(2x)}{1+\,sen(2x)} + \tan(x)$

e) $f(x) = sen^2x + cos^2\,x + 8$

f) $f(x) = 2tan\,x + 2senx\,cosx$

g) $f(x) = 2 + x + 4\,tan\,x$

h) $f(x) = 4\,sec\,x$

i) $f(x) = \frac{3x\,sen\,x}{1+cos\,x}$

j) $f(x) = (2x-3)(2cosx+3)$

k) $f(x) = x\sqrt{x}\,cos\,x$

l) $f(x) = \frac{4sen\,x}{x}$

m) $f(x) = \frac{senx+cosx}{2x+\sqrt{x}}$

n) $f(x) = \frac{x^2+1}{4+2\,cos\,x}$

o) $f(x) = \left(\frac{x+xsen\,x}{1+2\,tan^2\,x}\right)^3$

p) $f(x) = sec\,x\,(x+2\,tan^2\,x)^2$

q) $f(x) = -(1-sec^2\,x)^2(1+sec^2\,x)^3$

r) $f(x) = (1-xsenx\,cos\,x)^{-2}$

2. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{3}{(3+4\,tan^2\,x)^2} + \sec(\tan^2 x + 1)$

s) $f(x) = \frac{3+\,cos\,(e^x)}{1+\,sen(2x)} + \tan(\sin x)$

t) $f(x) = \frac{3\cot(x^2+1)\,sen\,x}{1+\tan^2 x} + \csc\left(\frac{1}{\sin^2(x)+1}\right)$

Semana 7: Sesión 2

Derivada de funciones trigonométricas inversas

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación sobre las derivadas de funciones trigonométricas inversas y su importancia en el cálculo. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

III. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante calcula y aplica la derivada de funciones trigonométricas inversas a través de los diferentes ejemplos propuestos en la sesión de clase

IV. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar el tema de derivadas de funciones trigonométricas inversas y desarrollar sus habilidades para calcularlos e interpretarlos. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Se comienza la clase con una breve revisión de las funciones trigonométricas inversas clave, como $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$ y $\arctan(x)$.
2. Proporciona a cada grupo una lista de ejercicios de la guía de trabajo que contiene ejercicios propuestos sobre el tema.
3. Pide a cada grupo que elija una función (por integrante) y trabaje en calcular su derivada. Proporciona una breve explicación inicial de las reglas de derivación de estas funciones.
4. Los grupos trabajan en sus derivadas, discuten estrategias y se ayudan mutuamente a comprender y resolver los problemas. Fomenta la colaboración y la comunicación activa en los grupos.
5. Invita a un representante de cada grupo a presentar su solución al aula.

6. Anima a que expliquen su proceso y las estrategias utilizadas para calcular la derivada. Esto fomenta la discusión y el intercambio de enfoques entre los grupos.

Ejercicios propuestos

Semana 7

I. Derivadas de funciones trigonométricas inversas

1. Determine la derivada de las siguientes funciones. Además, recuerde que la notación para indicar la función inversa será ($\arccos(x) = \cos^{-1}(x)$, $\arcsin(x) = \sin^{-1}(x)$, $\arctan(x) = \tan^{-1}(x)$, etc.)

   a) $f(x) = \arcsin(x) - 4\arccos(x)$

   b) $f(x) = 2\arccos(x)\arccos(x)$

   c) $f(x) = \frac{\arccos(x)+\arccos(x)}{1+(\arctan(x))^2} + 1$

   d) $f(x) = sen^{-1}(5x+1)$

   e) $f(x) = 2\cos^{-1}\left(\frac{x+1}{3}\right)$

   f) $f(x) = 5\cot^{-1}\frac{x}{2}$

   g) $f(x) = 4x - 20\sec^{-1} 5x$

   h) $f(x) = 4\sqrt{x}\tan^{-1}\sqrt{x}$

   i) $f(x) = 2(\tan^{-1} x)(\cot^{-1} x)$

   j) $f(x) = -\frac{sen^{-1}2x}{cos^{-1}2x}$

   k) $f(x) = \frac{sen^{-1}x}{2sen\, x}$

   l) $f(x) = \frac{3}{tan^{-1}x^2}$

   m) $f(x) = 2\, sen^{-1} + x\, cos^{-1} x$

2. Determine la derivada de orden superior indicada de cada una de las siguientes funciones

   a) $f(x) = \frac{x^2}{\arccos(x)+1}$; $f''(x) = ?$

   b) $f(x) = (\arctan(x)+1)^3$; $f''(x) = ?$

   c) $f(x) = \frac{\sin x}{arcsin(x^2+1)}$; $f'''(x) = ?$

   d) $f(x) = \frac{3}{arctan(x^{100}+1)}$; $f'''(x) = ?$

Semana 8: Sesión 2

Derivada de funciones hiperbólicas

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 2

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación la derivada de funciones hiperbólicas y su importancia en el cálculo. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante calcula la derivada de funciones hiperbólicas a través de los diferentes ejemplos propuestos en la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de derivada de funciones hiperbólicas y sus habilidades para calcularlos e interpretarlos. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre qué son las funciones hiperbólicas.
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos de cálculo de límites. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos, desde límites sencillos hasta aquellos que requieran técnicas más avanzadas. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma individual o en parejas
3. Después de la práctica individual, los estudiantes se agruparán en equipos reducidos con el propósito de discutir sus soluciones y enfoques.
4. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución.

Ejercicios propuestos

Semana 8

I. Derivadas de funciones trigonométricas inversas

1. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 8senh\, x - 4\cosh x$

b) $f(x) = 2senh\, x\ \cosh x$

c) $f(x) = \frac{3+\cosh x}{1+\tanh^2 x} + 1$

d) $f(x) = senh^2\, x + \cosh^2 x + 1$

e) $f(x) = \frac{1+\text{senh}\, x}{1+\cosh x} + 2$

f) $f(x) = 2x \tanh x$

g) $f(x) = -x\, senh^2 x\ \ \cosh^3 x$

h) $f(x) = -\frac{senh\, x}{x} - \frac{x}{\cosh x}$

i) $f(x) = sen\, x\, senh\, x + \cos x \cosh x$ +2

j) $f(x) = sen\, x \cos x + \text{senh}\, x\ \cosh x - 1$

k) $f(x) = sen\, x\, senh\, x \cos x \cosh x + x$ +2

l) $f(x) = x^2 senh\, x - 3x \cosh x + x$

m) $f(x) = (2x^2 + 3x - 1) senh\, x$

n) $f(x) = -x^2 senh\, x\ \cosh x$

o) $f(x) = e^{2x}\ \cosh x + e^{-x} senh\, x + 2$

p) $f(x) = 2^x senh^2\, x$ +$3^x \cosh^3 x$ +x

q) $f(x) = -(x^2 + 1)(senh^2\, x + 1)\ (\cosh^2 x + 1)$

r) $f(x) = -\frac{1}{1+senh\, x} - \frac{1}{1+\cosh^2 x}$

s) $f(x) = tanx\ tanhx - 1$

t) $f(x) = \frac{x+3+2senx}{2x-4+5coshx}$ $+2x$.

2. Determine la derivada de orden superior indicada de cada una de las siguientes funciones

e) $f(x) =\ sen\, x \cos x - \text{senh}\, x\ \cosh x$; $f''(x) =?$

f) $f(x) =\ \frac{senh\, x}{x^2+1} - \frac{e^x}{\cosh x}$; $f''(x) =?$

g) $f(x) =\ e^x \cdot \cosh\left(\frac{x}{e^{2x}+100}\right)$; $f'''(x) =?$

h) $f(x) = \frac{3}{(\tanh x)^2+10}$; $f^{(4)}(x) =?$

Tercera **Unidad**

Aplicaciones de las derivadas

Semana 9: Sesión 2

Aplicaciones geométricas de la derivada

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación sobre máximos y mínimos de funciones en un intervalo. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

III. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante calcula los valores máximos y mínimos (locales y absolutos) y gráficas de funciones reales de variable real a través de los diferentes ejemplos propuestos en la sesión de clase.

IV. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de derivada de funciones y en las aplicaciones del cálculo de extremos de funciones. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

5. Comenzaremos con una breve presentación sobre los extremos absolutos de funciones en un intervalo definido.
6. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos, desde ejercicios sencillos hasta aquellos que requieran técnicas más avanzadas. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma individual o en parejas
7. Después de la práctica individual, los estudiantes se agruparán en equipos reducidos con el propósito de discutir sus soluciones y enfoques.
8. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución.

Ejercicios propuestos

Semana 9

I. Aplicaciones geométricas de la derivada

1. Determine los puntos críticos de las siguientes funciones:
   a) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$
   b) $f(x) = \sqrt{100 - x^2}$
   c) $f(x) = 2\tan x - \tan^2 x$ en el intervalo $[0, \pi/3]$
   d) $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 10$
   e) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 2$
   f) $f(x) = x^{4/3}(1 - x)^{1/3}$
   g) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
   h) $f(x) = x \ln x$
   i) $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$
   j) $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$
   k) $f(x) = e^x \sin x$
   l) $f(x) = \frac{4\sqrt{3}}{9x\sqrt{1-x}}$
   m) $f(x) = \frac{1+3x}{\sqrt{4+5x^2}}$
   n) $f(x) = x - \ln(1 + x)$
   o) $f(x) = (x^2 - 2x)\ln x - \frac{3}{2}x^2 + 4x$
   p) $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 1)\arctan(x) - \frac{\pi}{8}x^2 - \frac{1}{2}(x - 1)$
   q) $f(x) = x\sin x + \cos x - \frac{1}{4}x^2, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
2. Aplicando el criterio de la primera derivada determine los extremos locales de las funciones
   a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 13$
   b) $f(x) = x^{\frac{5}{3}}(x - 1)$
   c) $f(x) = \cos(x) + \frac{1}{2}\cos(2x), \ \ x \in [0, 2\pi]$
   d) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 2$

3. Aplicando el criterio de la primera derivada determine los extremos locales de las funciones y realice su gráfico.
   a) $f(x) = -x^2 + 2x + 1$
   b) $f(x) = x^3 - 3x$

c) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1$

d) $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 1$

e) $f(x) = x^3 + x - 3$

f) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 3$

g) $f(x) = (x^2 - 1)^2$

h) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + 2x^2$

4. Trace una gráfica de una función f que tenga las siguientes propiedades:

$$f(-1) = 0,\ \ f(0) = 1$$
$$f'(3)\ no\ existe,\ \ f'(5) = 0$$
$$f'(x) > 0,\ x < 3\ \ y\ \ x > 5$$
$$f'(x) < 0,\ 3 < x < 5$$

5. Trace una gráfica de una función f que tenga las siguientes propiedades

$$f(0) = 0$$
$$f'(-1) = 0,\ \ f'(0) = 0,\ f'(1) = 0$$
$$f'(x) > 0,\ x < -1,\ \ -1 < x < 0$$
$$f'(x) > 0,\ 0 < x < 1,\ x > 1$$

6. Trace una gráfica de una función f que tenga las siguientes propiedades

$$f(1) = -2,\ \ f(0) = -1$$
$$\lim_{x \to 3} f(x) = \infty,\ \ f'(4) = 0$$
$$f'(x) < 0,\ x < 1$$
$$f'(x) > 0,\ x > 4$$

7. Dadas las siguientes funciones. Use la segunda derivada para determinar los intervalos sobre los cuales la gráfica de la función f es cóncava hacia arriba y los intervalos sobre los cuales es cóncava hacia abajo. Grafique

a) $f(x) = -x^2 + 7x$

b) $f(x) = -(x + 2)^2 + 8$

c) $f(x) = -x^3 + 6x^2 + x - 1$

d) $f(x) = 6x^4 + 2x^3 - 12x^2$

e) $f(x) = x^{8/3} - 20x^{2/3}$

f) $f(x) = x + \frac{9}{x}$

g) $f(x) = \sqrt{x^2 + 10}$

h) $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$

i) $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

Semana 10: Sesión 2

Razón de cambio, Regla de L' Hospital y Problemas de optimización

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación sobre razón de cambio, regla de L'Hospital y problemas de optimización. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve problemas de razón de cambio, formas indeterminadas (usando la regla de L' Hospital) y problemas de optimización, a través de los diferentes ejemplos y ejercicios propuestos en la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de razón de cambio, formas indeterminadas (usando la regla de L' Hospital) y problemas de optimización. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre qué es razón de cambio, formas indeterminadas (usando la regla de L' Hospital) y problemas de optimización.
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma individual o en grupos pequeños.
3. Después del desarrollo de los ejercicios, los estudiantes debaten con los integrantes de sus grupos con el propósito de discutir sus soluciones y enfoques.
4. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución.

Ejercicios propuestos

Semana 10

I. Razón de cambio

1. La longitud de un rectángulo disminuye a una velocidad (o razón) de 2 cm/s, al mismo tiempo que el ancho aumenta a una velocidad (o razón) de 2 cm/s. Dada una longitud inicial de 13 cm y un ancho de 6 cm, se busca determinar la variación en el área del rectángulo.
2. Cuando una esfera de nieve con un radio inicial de 8 centímetros se derrite, su radio disminuye a una tasa (o razón) constante. Empieza a descongelarse en t=0 (horas) y toma 12 horas en completarse. Encuentre la tasa de variación del volumen para t es igual a 4.
3. Un depósito de agua tiene el diseño de un cono circular invertido, con una base que tiene un radio de 3 m y una altura de 6 m. Si se bombea agua a una velocidad de $1.6m^3/min$ por minuto, se busca determinar la velocidad (o razón) a la cual desciende el nivel del agua cuando alcanza una profundidad de 1.9 m.
4. Un punto se mueve a lo largo de la curva representada por $y = \sqrt{x^2 + 16}$, y durante este movimiento, su coordenada x experimenta un cambio constante a una velocidad (o razón) de 4 cm/s. Se solicita determinar la velocidad (o razón) de la coordenada y en el momento en que x es igual a 2 cm.
5. José utiliza una pajilla para consumir agua a una velocidad (o razón) de 3 cm^3/s, el vaso donde se encuentra el agua tiene la forma de un cono (con el vértice hacia abajo). Con una altura de 10 cm y un diámetro en la parte superior de 5 cm, se busca determinar la velocidad con la que desciende el nivel del agua en el vaso cuando la profundidad alcanza 5 cm. También se quiere calcular la variación en el radio en ese mismo instante.
6. Un helicóptero se desplaza a una velocidad uniforme a una altitud de 2900 m, siguiendo una trayectoria en línea recta que lo llevará directamente sobre un observador en tierra. En un momento específico, el observador nota que el ángulo de elevación del helicóptero es de π/3 radianes y está incrementando a una velocidad de 1/60 radianes por segundo. Se busca calcular la velocidad del helicóptero.

7. La longitud de un abrevadero es de 13 pies, y en sus extremos presenta la configuración de un triángulo isósceles invertido, con una altura de 3 pies y una base de 3 pies. Se está agregando agua al abrevadero a una velocidad de 2 pies cúbicos por minuto. ¿Cuál es la velocidad con la que el nivel del agua aumenta cuando alcanza una profundidad de 2 pie?
8. Una luz se encuentra en el suelo a una distancia de 45 metros de un edificio. Un hombre, con una estatura de 2 m, se desplaza desde la luz hacia el edificio a una velocidad (o razón) constante de 3 m/s. ¿Cuál es la velocidad a la que la sombra del hombre sobre el edificio está reduciéndose en el momento en que el hombre se encuentra a 15 m del edificio?

II. Regla de L' Hospital

1. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x\cos x}$

b) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x-\tan x}$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{4\ln(1+x)-4x+2x^2-\frac{4}{3}x^3+x^4}{6\sin x-6x+x^3}$

e) $\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$

f) $\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-4}}-\frac{1}{x-2}\right)$

g) $\lim\limits_{x\to 0}(x-1)^{\ln x}$

h) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{\sin(x^3-1)}$

i) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x\sin x}$

j) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}$

k) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\arcsin x}{x-\sin x}$

l) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)}{\cos x-e^x}$

m) $\lim\limits_{x\to 0} x\cot x$

n) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1+\tan x}{1+\sin x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$

2. Calcule los siguientes límites

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^{4x}}{x^2}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} x\left(e^{1/x}-1\right)$

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)^{x^4}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2-1}{5x^2+3x}$

e) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x\ln x}{x^2+1}$

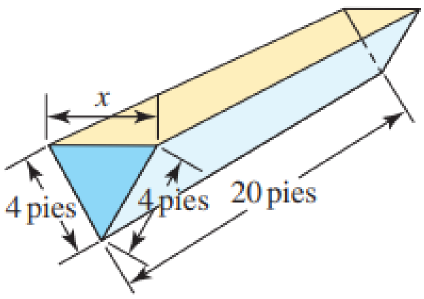
III. Problemas de optimización

1. Encuentre dos números cuya diferencia es 100 y cuyo producto es un mínimo (Stewart James, 2012, p. 331).
2. Encuentre dos números cuya diferencia es 100 y cuyo producto es un mínimo (Stewart James, 2012, p. 331).
3. Si la suma de dos números positivos es 16, ¿cuál es el menor valor posible de la suma de sus cuadrados? (Stewart James, 2012, p. 331).

4. ¿Cuál es la distancia vertical máxima entre la recta $y = x + 2$ y la parábola $y = x^2$ para $-1 \leq x \leq 2$? (James, 2012, p. 331).
5. Encuentre las dimensiones de un rectángulo con un perímetro de 100 metros, cuya área sea tan grande como sea posible (James, 2012, p. 332).
6. Encuentre las dimensiones de un rectángulo con área de 1 000 m^2 cuyo perímetro sea tan pequeño como sea posible (James, 2012, p. 332).
7. Un agricultor quiere cercar un área de 1.5 millones de pies cuadrados en un terreno rectangular y luego dividirlo por la mitad, con una cerca paralela a uno de los lados del rectángulo. ¿Cómo puede el agricultor hacer esto para minimizar el costo de la barda? (James, 2012, p. 332).
8. Una caja con una base cuadrada, abierta en la parte superior, debe tener un volumen de 32000 cm^3. Encuentre las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material que ha de utilizarse (James, 2012, p. 332).
9. Si se dispone de 1200 cm^2 de material para hacer una caja con una base cuadrada y sin tapa; encuentre el mayor volumen posible de la caja (James, 2012, p. 332).
10. Un contenedor rectangular de almacenamiento sin tapa ha de tener un volumen de 10 m^3. La longitud de su base es dos veces el ancho. El material para la base cuesta $10 por metro cuadrado y el material para los costados cuesta $6 por metro cuadrado. Encuentre el costo de los materiales que hagan más barato el contenedor (James, 2012, p. 332).
11. Encuentre el punto sobre la recta $y = 2x + 3$ que está más cerca del origen (James, 2012, p. 332).
12. Halle el punto sobre la curva $y = \sqrt{x}$ que está más cerca del punto (3,0) (James, 2012, p. 332).
13. Halle las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede ser inscrito en un círculo de radio r (James, 2012, p. 332).
14. Encuentre las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede ser inscrito en un triángulo equilátero de lado L si uno de los lados del rectángulo se encuentra sobre la base del triángulo (James, 2012, p. 332).
15. Encuentre el área del rectángulo más grande que puede ser inscrito en un triángulo rectángulo con catetos de longitudes de 3 cm y 4 cm si dos lados del rectángulo se encuentran a lo largo de los catetos (James, 2012, p. 332).
16. Un pedazo de alambre de 10 m de largo está cortado en dos piezas. Una pieza está doblada en forma de cuadrado y la otra de un triángulo equilátero. ¿Cómo debe cortarse el alambre para que el área total encerrada sea a) un máximo?, ¿b) un mínimo? (James, 2012, p. 333).
17. recipiente de vidrio para beber, en forma de cono, se diseña para contener 27 cm^3 de agua. Encuentre la altura y el radio del cono que utilizará la menor cantidad de vidrio (James, 2012, p. 333).

18. Un canalón para agua de 20 pies de longitud tiene extremos en forma de triángulos isósceles cuyos lados miden 4 pies de longitud. Determine la dimensión a través del extremo triangular de modo que el volumen del canalón sea máximo. Encuentre el volumen máximo (Zill, D y Wright, W., 2011, p. 237).

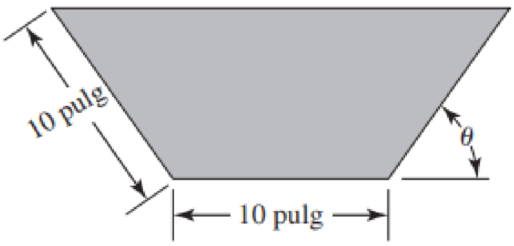
Figura 6



Nota: Adaptado de Cálculo de una variable Trascendentes tempranas (p. 237), por Zill y .Wright (2011)*, McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.*

19. Se producirá un canalón cuya sección transversal es un trapezoide isósceles con dimensiones indicadas en la figura. Determine el valor de θ tal que maximice el volumen (Zill, D y Wright, W., 2011, p. 241).

Figura 7



Nota: Adaptado de Cálculo de una variable Trascendentes tempranas (p. 241), por Zill, D. y Wright, W. (2011)*, McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.*

Semana 11: Sesión 2

El método de Newton-Raphson

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación sobre el método de Newton-Raphson y su importancia en el cálculo. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica el Método de Newton a través de los diferentes ejemplos y problemas propuestos en la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de derivada y sus aplicaciones en el método de Newton-Raphson. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre qué son las funciones hiperbólicas.
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos de cálculo de límites. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos, desde límites sencillos hasta aquellos que requieran técnicas más avanzadas. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma individual o en parejas
3. Después de la práctica individual, los estudiantes se agruparán en equipos reducidos con el propósito de discutir sus soluciones y enfoques.
4. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución.

Ejercicios propuestos

Semana 11

I. Aplicaciones geométricas de la derivada

1. Determinar las raíces de la ecuación
$$f(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$$
Usando el método de Newton (Claudio Pita Ruiz, 1998, p. 307).
2. Determinar los puntos de intersección de las gráficas de las funciones $f(x) = e^{2x}$ y $g(x) = 3 - x^2$, usando el método de Newton (Ruiz, 1998, p. 308).
3. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la raíz de la función $f(x) = 2x^3 - 19x^2 + 54x - 46$ que se encuentra entre 0 y 2 (Claudio Pita Ruiz, 1998, p. 314).
4. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la raíz de la función $f(x) = 2x^4 + 4x^3 - x^2 - 3x - 5$ que se encuentra entre 0 y 2 (Claudio Pita Ruiz, 1998, p. 314).
5. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la raíz de la función $f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 18x + 7$ que se encuentra entre 0 y 2 (Claudio Pita Ruiz, 1998, p. 314).
6. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la raíz de la función $f(x) = \frac{1}{x^4+x^3+x+1} - 2x$ que se encuentra entre 0 y 2 (Claudio Pita Ruiz, 1998, p. 314).
7. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la raíz de la función $f(x) = 1 - x^2 - ln\, x$ que se encuentra entre 0 y 2 (Claudio Pita Ruiz, 1998, p. 314).
8. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la raíz de la función $f(x) = ln\left(1 + \sqrt{1 + x^2}\right) - x$ que se encuentra entre 0 y 2 (Claudio Pita Ruiz, 1998, p. 314).
9. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la raíz de la función $f(x) = arctan(1 + x^2) + x^2 - 1$ que se encuentra entre 0 y 2 (Ruiz, 1998, p. 314).
10. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la(s) abscisa(s) del (de los) punto(s) de intersección de la graficas de las funciones $f(x) = ln(x - 1)$, $g(x) = -x^3$ (Ruiz, 1998, p. 314).
11. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la(s) abscisa(s) del (de los) punto(s) de intersección de la graficas de las funciones $f(x) = e^{x^2}$, $g(x) = ln^2 x$ (Ruiz, 1998, p. 314).
12. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la(s) abscisa(s) del (de los) punto(s) de intersección de la graficas de las funciones $f(x) = 3x^2 - 1$, $g(x) = \frac{2}{3+x^2}$ (Ruiz, 1998, p. 314).
13. Use el método de Newton-Raphson para determinar con 5 cifras decimales exactas, la(s) abscisa(s) del (de los) punto(s) de intersección de la graficas de las funciones $f(x) = e^{5x}, g(x) = \frac{4}{2+3x^2}$ (Ruiz, 1998, p. 314).

Semana 12: Sesión 2

La diferencial. Formula de Taylor

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 3

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación sobre la diferencial y formula de Taylor. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante aplica las diferenciales de una función real de variable real, a través de los diferentes ejemplos y problemas propuestos en la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de la diferencial y formula de Taylor. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre la diferencial y formula de Taylor
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma grupal.
3. Después de la práctica cada grupo comparte sus soluciones a los problemas.
4. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución

Ejercicios propuestos

Semana 12

I. La diferencial

1. Determine de cada función f la expresión del residuo $r(h)$ de la función f dada en el punto x_0 indicado. Además, verifique en cada caso la propiedad $\lim_{h\to 0} \frac{r(h)}{h} = 0$.

   a) $f(x) = x^2 + 1,\quad x_0 = 2$
   b) $f(x) = x^2 - 2x + 3,\quad x_0 = 1$
   c) $f(x) = x^3 + 5x^2 + 4x,\quad x_0 = 1$
   d) $f(x) = \frac{3}{x},\quad x_0 = 1$
   e) $f(x) = \frac{2}{x+2},\quad x_0 = 0$
   f) $f(x) = \sin x,\quad x_0 = 0$
   g) $f(x) = \cos x,\quad x_0 = \frac{\pi}{2}$
   h) $f(x) = x \cdot \cos x,\quad x_0 = 0$
   i) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2+1}},\quad x_0 = 0$

2. Determine el diferencial de la función dada.

   a) $f(x) = 2x + 1$
   b) $f(x) = x^2 + 1$
   c) $f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x$
   d) $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$
   e) $f(x) = -2\sin x + \cos x$
   f) $f(x) = x \cdot e^x$
   g) $f(x) = x \cdot \ln x$
   h) $f(x) = \cos x \cdot e^x$
   i) $f(x) = x \cdot \sinh x$
   j) $f(x) = 2\ln(\ln x)$

3. Determine el valor aproximado de las siguientes expresiones (Use la diferencial para el desarrollo de estos ejercicios)

   a) $\sqrt{9.14}$
   b) $\ln(1.1)$
   c) $e^{0.011}$
   d) $\sqrt[3]{27.12}$
   e) $(1.01)^3$
   f) $\sqrt{2 + \sqrt[3]{7.97}}$

4. Un círculo, cuyo radio inicial era de IO cm, aumentó su área en 1 cm2. Use diferenciales para calcular aproximadamente el incremento que tuvo el radio del círculo (Ruiz, 1998, p. 492).
5. Un cuadrado, cuyo lado inicial era de 15 cm, disminuyó su área en 2.65 cm2. Use diferenciales para calcular aproximadamente cuánto disminuyó el radio del círculo (Ruiz, 1998, p. 492).
6. Un cubo aumentó su lado, pasando de 13 cm a 13.1 cm. Use diferenciales para calcular aproximadamente el aumento que tuvo el volumen del cubo (Ruiz, 1998, p. 492).
7. Un cono circular recto, cuyo radio de la base es de 5 cm, aumentó su altura pasando de 7cm a 7.1cm. Use diferenciales para calcular aproximadamente el aumento en el volumen del cono (Ruiz, 1998, p. 492).
8. El volumen de un cilindro circular recto, de radio de la base igual a IO cm, aumentó en 15.7 cm3. Use diferenciales para calcular aproximadamente el aumento que tuvo la altura del cilindro (Ruiz, 1998, p. 492).

Cuarta **Unidad**

Derivadas parciales

Semana 13: Sesión 2

Funciones de varias variables

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación sobre funciones de varias variables y su importancia en el cálculo. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante calcula el dominio, curvas de nivel de funciones de varias variables y las derivadas parciales de primer orden a través de los diferentes ejemplos propuestos en la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de funciones de varias variables. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre funciones de varias variables.
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma grupal.
3. Después de la práctica cada grupo mostrará sus soluciones a todo el salón.
4. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución.

EJERCICIOS PROPUESTOS

SEMANA 13

I. Función de varias variables

1. Un modelo para el área de la superficie del cuerpo humano está dado por la función (Stewart, 2018, p. 899).

$$S = f(w, h) = 0.1091w^{0.4249}h^{0.7249}$$

donde w es el peso (en libras), h es la altura (en pulgadas), y S (pies cuadrados).

a) Encuentre $f(160,70)$

b) Interprete el resultado obtenido en a)

2. Un fabricante ha modelado su producción anual como una función P (el valor monetario de toda su producción en millones de dólares) como una función de Cobb-Douglas (Stewart, 2012, p. 888).

$$P(t, x) = 1.47t^{0.65}x^{0.35}$$

donde t es el número de horas de mano de obra (en miles) y x es el capital invertido (en millones de dólares). Encuentre $P(121,23)$ e interprételo.

3. Una compañía fabrica tres tipos de cajas de cartón: pequeñas, medianas y grandes. El costo para elaborar una caja pequeña es de $2.60, para la mediana es de $4.15 y $4.50 para la caja grande. Los costos fijos son de $8500 (Stewart, 2012, p. 888).

a) Exprese el costo de elaborar x cajas pequeñas, y cajas medianas y z cajas grandes como una función de tres variables: $C = f(x, y, z)$.

b) Encuentre $f(2000,3000,4000)$ e interprételo.

c) ¿Cuál es el dominio de f?

4. Sea $f(x, y) = \ln(-x^2 - y + 2)$

a) Evalúe $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -1\right)$.

b) Encuentre el dominio de f.

c) Muestre gráficamente la región del dominio de f en el plano.

5. Sea $g(x, y) = 1 + \sqrt{x^2 - y}$

a) Evalúe $g(3, 1)$.

b) Encuentre el dominio de f.

c) Muestre gráficamente la región del dominio de f en el plano.

6. Sea $f(x,y,z)=\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}+\ln(4-x^2-y^2-z^2)$ (Stewart, 2012, p. 889).

   a) Evalúe $f(1,1,1)$.

   b) Determine y describa el dominio de f.

7. Sea $g(x,y,z)=x^3y^2z\sqrt{10-x-y-z}$.

   a) Evalúe $g(1,2,3)$.

   b) Determine y describa el dominio de g.

8. Determine y grafique el dominio de la función (Stewart, 2012, p. 889).

   a. $f(x,y)=\sqrt{2x-y}$

   b. $f(x,y)=\ln(9-x^2-9y^2)$

   c. $f(x,y)=\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1-y^2}$

   d. $f(x,y)=\sqrt{xy}$

   e. $f(x,y)=\sqrt{x^2-y^2}$

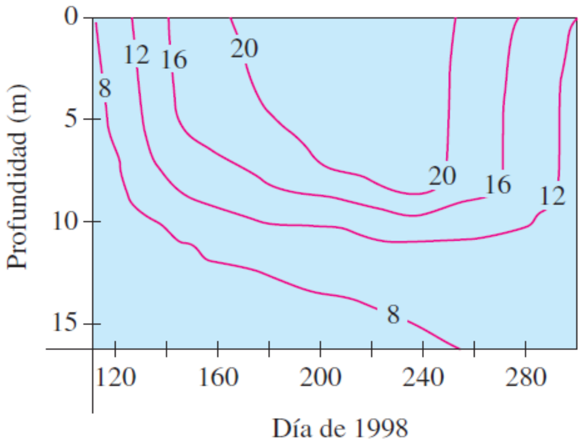
   f. $f(x,y,z)=\ln(16-4x^2-4y^2-z^2)$

   g. $f(x,y)=\frac{\sqrt{y-x^2}}{1-x^2}$

   h. $f(x,y)=\sqrt{y}+\sqrt{25-x^2-y^2}$

9. Se muestran las curvas de nivel (isotermas) para la temperatura del agua (en 7C) en Long Lake (Minnesota) en 1998 como una función de la profundidad y el tiempo en años. Estime la temperatura en el lago el 9 de junio (día 160) a una profundidad de 10 m y el 29 de junio (día 180) a una profundidad de 5 m (Stewart, 2012, p. 890).

Figura 8



Nota: Adaptado de CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES TRASCENDENTES TEMPRANAS (p. 890), Stewart (2012), Brook/Cole, Cengage Learning.

II. Derivadas parciales de primer orden

1. Determine la deriva parcial de primer orden respecto a cada variable de las siguientes funciones:

a) $f(x,y) = y^5 - 3xy$

b) $f(x,y) = e^{-t}\cos\ \pi x$

c) $f(x,y) = \tan(x^2 + y^2)$

d) $f(x,y) = \sqrt{e^x + x^5 y} + xy^4$

e) $f(x,y) = \frac{x}{y} + xy$

f) $f(x,y) = \ln(x^4 + y^6) + xy$

g) $f(x,y) = \frac{x+y}{e^x + y^2}$

h) $f(x,y) = \cot(e^x + y)$

i) $f(x,y) = \frac{ax+by}{cx-dy}$

j) $f(x,y,z) = xz - 5x^2y^3z^4$

k) $f(x,y) = y^5 - 4xy^3 + 100$

l) $f(x,y) = e^{-x}\csc(x^2 + y^2)$

m) $f(t,x) = \frac{t}{e^x + e^{-t}}$

n) $f(x,y) = (2^x + x^y)^4$

o) $f(x,y,z) = \frac{e^{x+y+z}}{x^2+y^2+z^4}$

p) $f(x,y,z) = \sqrt{\sin^2(xyz^2) + e^{x+y+z}}$

q) $\phi(x,y,z) = \frac{2}{e^{x+y+z} + x^2}$

r) $f(x,y,z) = \frac{e^x + xyz}{\sqrt{x^2+y^2}} + z^4x^2y^6$

s) $w(x,y,z) = \ln\,(x + 2y + 3z)$

t) $F(x,y) = \int_y^x \cos\,(e^t)dt$

u) $F(\propto,\beta) = \int_\alpha^\beta \sqrt{t^3 + 1}\,dt$

Semana 14: Sesión 2

Derivadas parciales de orden superior

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación sobre derivadas parciales de orden superior y su importancia en el cálculo. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante calcula la derivada parcial de orden superior de funciones reales de varias variables a través de los diferentes ejemplos propuestos en la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto derivadas parciales de orden superior. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre derivadas parciales de orden superior.
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma grupal.
3. Después de la práctica cada grupo expone sus soluciones e ideas a todo el salón.
4. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución.

EJERCICIOS PROPUESTOS

SEMANA 14

I. Derivadas parciales de orden superior

1. Determine las derivadas parciales indicadas.
   a) $f(x,y) = \ln\left(xy + \sqrt{x^2+y^2}\right)$; $f_{xx}(3,4)$
   b) $f(x,y,z) = \arctan\,(y/x)$; $f_{yx}(2,3)$
   c) $f(x,y) = \sqrt{sen^2 x + sen^2 y + sen^2 z}$; $f_{zz}\,(0,0,\pi/4)$
   d) $u(x,y,z) = x^a y^b z^c$; $\frac{\partial^6 u}{\partial x\,\partial y^2\,\partial z^3}$
   e) $f(x,y,z) = \frac{y}{x+y+z}$; $f_{yy}(2,2,2)$
2. Determine las segundas derivadas parciales con respecto a cada variable.
   a) $f(x,y) = x^3y^5 + 2x^4y$
   b) $f(x,y) = sen^2(mx+ny)$
   c) $w = \sqrt{u^2+v^2}$
   d) $v = \frac{xy}{x-y}$
   e) $z = \arctan\frac{x+y}{1-xy}$
   f) $v = e^{xe^y}$
3. Encuentra la derivada parcial indicada.
   a) $f(x,y) = x^4y^2 - x^3y$; $f_{xxx},\ f_{xyz}$
   b) $f(x,y) = sen(2x+5y)$; f_{yxy}
   c) $g(r,s,t) = e^r sen(st)$; g_{rst}
   d) $u = e^{r\theta}$; $\frac{\partial^3 u}{\partial r^2 \partial\theta}$
   e) $w = \frac{x}{y+2z}$; $\frac{\partial^3 w}{\partial z\,\partial y\,\partial x}, \frac{\partial^3 w}{\partial x^2\,\partial y}$
4. Calcule $\partial z/\partial x$ y $\partial z\,/\,\partial y$
   a) $z = f(x) + g(y)$
   b) $z = f(x)\,g(y)$
   c) $z = f(x/y)$
   d) $z = f(x+y)$
   e) $z = f(xy)$

Semana 15: Sesión 2

Diferencial de una función de varias variables

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación sobre el diferencial de una función de varias variables y su importancia en el cálculo. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante calcula el diferencial de funciones reales de varias variables a través de los diferentes ejemplos propuestos en la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de diferencial de una función de varias variables. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre el diferencial de una función de varias variables.
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuesto. Estos ejercicios cubrirán una variedad de casos. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma Grupal.
3. Despúés de la práctica, cada grupo expone la solución al salón de clases.
4. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución.

EJERCICIOS PROPUESTOS

SEMANA 15

I. Diferenciabilidad

1. Para cada una de las funciones dadas, escriba la expresión del residuo de la definición de Diferenciabilidad en el punto dado.

a) $f(x,y) = 3$; $p = (x_0, y_0)$

b) $f(x,y) = 2x$; $p = (x_0, y_0)$

c) $f(x,y) = 3y + 7$; $p = (1,2)$

d) $f(x,y) = 2x + 7y$; $p = (x_0, y_0)$

e) $f(x,y) = 5x \ \ + y$; $p = (2,4)$

f) $f(x,y) = 7x^2 + xy$; $p = (1,1)$

g) $f(x,y) = 9xy^2 + 2$; $p = (2,2)$

h) $f(x,y) = x^2 + y^2$; $p = (0,0)$

i) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$; $p = (0,0,0)$

j) $f(t,x) = t^2 + \sin x$; $p = (0,0)$

k) $f(s,y) = s^3 y + \cos s$; $p = (0,0)$

2. Suponga que $z = \varphi(x,y)$ es una función real de variable real, diferenciable en $\mathbb{R}$. Calcule las derivadas parciales respecto a todas las variables.

a) $f(x,y) = x^2 \varphi(x,y)$

b) $f(x,y) = \varphi(x,y) \cdot \sin(e^x y)$

II. La diferencial (o diferencial tota)

1. Obtenga la diferencial de las siguientes funciones:

a) $f(x,y) = x + y$

b) $f(x,y) = 2x + y^2$

c) $f(x,y) = x^2 + y^2$

d) $f(x,y) = xy$

e) $f(x,y) = x \sin x$

f) $f(x,y) = x + e^y$

2. Use diferenciales para calcular aproximadamente el valor de las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{(2.12)(1.99)}$

b) $(1.98)^2 + (2.04)^2$

c) $\ln[(3.1)^2 - 8]$

d) $\sqrt[3.1]{(4.9)^2 + 2.1}$

Semana 16: Sesión 2

Diferencial total de una función

Sección: .... Fecha: ...../...../...... Duración: 60 minutos Docente: .... Unidad: 4

Nombres y apellidos: ....

Instrucciones

Cada estudiante presta atención a la explicación sobre el diferencial total de una función y su importancia en el cálculo. Toma nota si es necesario para comprender los fundamentos. Luego desarrolla los Ejercicios propuestos, iniciando con los ejercicios más simples y avanza gradualmente hacia los más desafiantes, colabora con sus compañeros, participa activamente en la discusión en clase compartiendo sus soluciones e ideas que conlleven a la solución del ejercicio y pregunta al docente si tuviera dudas o si deseas aclaraciones sobre algún concepto o problema específico.

I. Propósito

Al finalizar la sesión, el estudiante calcula el diferencial total de funciones reales de varias variables a través de los diferentes ejemplos propuestos en la sesión de clase.

II. Descripción de la actividad por realizar

Durante esta actividad, los estudiantes tendrán la posibilidad de profundizar en el concepto de diferencial total. La actividad se llevará a cabo en varias etapas:

1. Comenzaremos con una breve presentación sobre diferencial total
2. Los estudiantes resolverán los Ejercicios propuestos. Los estudiantes trabajarán en estos ejercicios de forma grupal.
3. Después de la práctica cada grupo expondrá
4. Fomentaremos la colaboración y la discusión entre los grupos, lo que permitirá a los estudiantes aprender diferentes estrategias de resolución.

EJERCICIOS PROPUESTOS

SEMANA 16

I. Diferencial total

Determine el diferencial total de las siguientes funciones

a) $f(x,y) = x^{100}y + \sin(xy)$

b) $f(x,y,z) = 2x^y + \ln(x^2 + zy^2) + 100$

c) $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \frac{x_1}{x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2}$

d) $f(x,y,z) = x^y y + \sin(xyz)$

e) $f(x,y) = 2x^y + \ln(x^2|y|) + 100$

f) $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \frac{1}{\sin(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2)}$

g) $f(x,y,z) = x^z y + \sin(xyz) + 2$

h) $f(x,y,z) = 2x^4 + \cot(yz)$

i) $f(x,y,z,w) = \frac{xyzw}{\log_2(|xy|+1)}$

j) $f(x,y) = 5y + \sqrt{x^4 + 1} + xy$

k) $f(x,y,z) = 5xy + \mathrm{y} \cdot \ln(x^2 + 1)$

l) $f(x,y,z) = x + y + z \cdot \sin(xyz)$

m) $f(x,y,z) = \csc(xyz) + e^{x+y+z}$

n) $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_1^2 + 5x_2^2 + 7x_3^2 + 8x_4^2$

o) $f(x,y,z) = x^z y + \sqrt{(x+y+z)^2 + 1}$

p) $f(x,y,z) = \sin^{-1}(x+y+z)$

q) $f(x,y) = x^{x+y}y + \sin(x-y)$

r) $f(x,y,z) = 2x^y + \ln(zx^2 + y^2)$

s) $f(x,y,z) = x^z y + z\sqrt{(xy+z)^2 + 1}$

t) $f(x,y,z) = x \cdot \sin^{-1}(xy + z)$

u) $f(x,y) = x^{x+y}y + \frac{1}{x^y}$

v) $f(x,y,z) = 3xyz + \frac{\ln(x^2+y^2)}{z^2+1}$

Referencias

Ruiz, C. (1998). *Cálculo de una Variable - libgen.li (1)* (1.ª ed). Editorial Prentice Hall Hispanoamérica.

Zill, D. y Wright, W. (2011). *Cálculo de una variable Trascendentes tempranas* (4.ª ed). McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.

Larson, R., y Edwards, B. (2010). *CALCULUS* (Katle Huha, Ed.; Ninth Edition, Vol. 1). Cengage Learning.

Stewart, J. (2012). *Cálculo de varias variables trascendentes tempranas* (7.ª ed). Brooks/Cole, Cengage Learning.

Stewart, J. (2018). *Cálculo de varias variables trascendentes tempranas* (8.ª ed). Cengage Learning Editores, S.A.

Stewart, J. (2012). *Cálculo de una variable Trascendentes tempranas* (Sergio Cervantes González & Gloria Luz Olguín Sarmiento,(7.ª ed).