



[www.continental.edu.pe](http://www.continental.edu.pe)

# TRANSFORMACIONES DEL PLANO

## Aplicaciones de las Traslaciones

Soy el Profesor Fabio Contreras Oré, integrante la  
Oficina de Calidad Educativa de la Universidad Continental



## PROPÓSITO

Emplean los procesos para efectuar traslaciones verticales y horizontales en  $R^2$ , para trasladar una figura a un punto determinado y hallar el vértice de una parábola.

Recordando, si se tiene la gráfica de una parábola, dada por una función cuadrática, tal como:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto (x^2+2). \quad \text{Es decir :}$$

$$y = f(x) = x^2+2$$

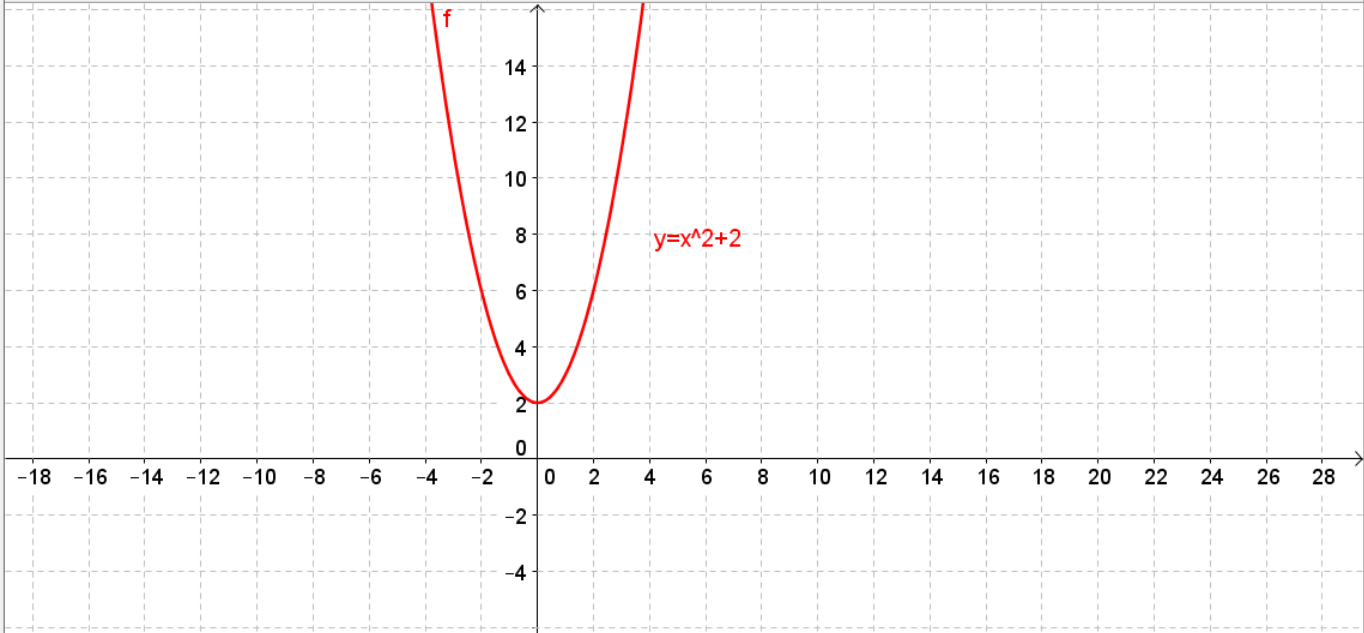
Con la ayuda del GeoGebra podemos obtener su gráfica



Vista Algebraica

Vista Gráfica

Función  
●  $f(x) = x^2 + 2$



Entrada:

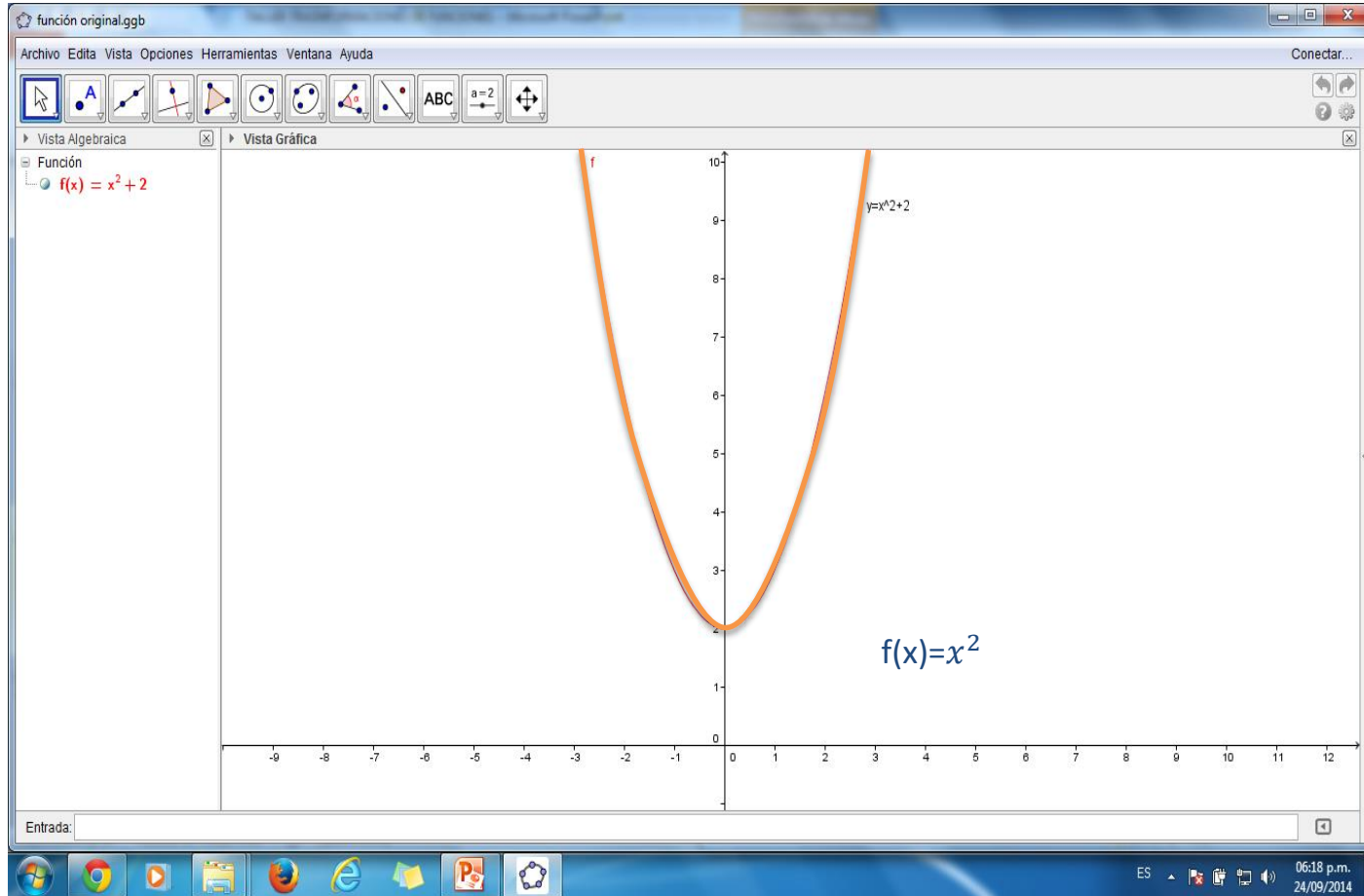
Sabemos que en el cuerpo de los números reales:

La función:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) - 2$  es decir:

$y_1 = (x^2 + 2) - 2$ , la misma que simplificando se escribe:  $y_1 = f(x) = x^2$

es otra parábola, idéntica a la primera pero que se ha trasladado dos unidades hacia abajo en el eje de las ordenadas, o sea, en el eje Y

Nuevamente, utilizando el GeoGebra podemos visualizarla:



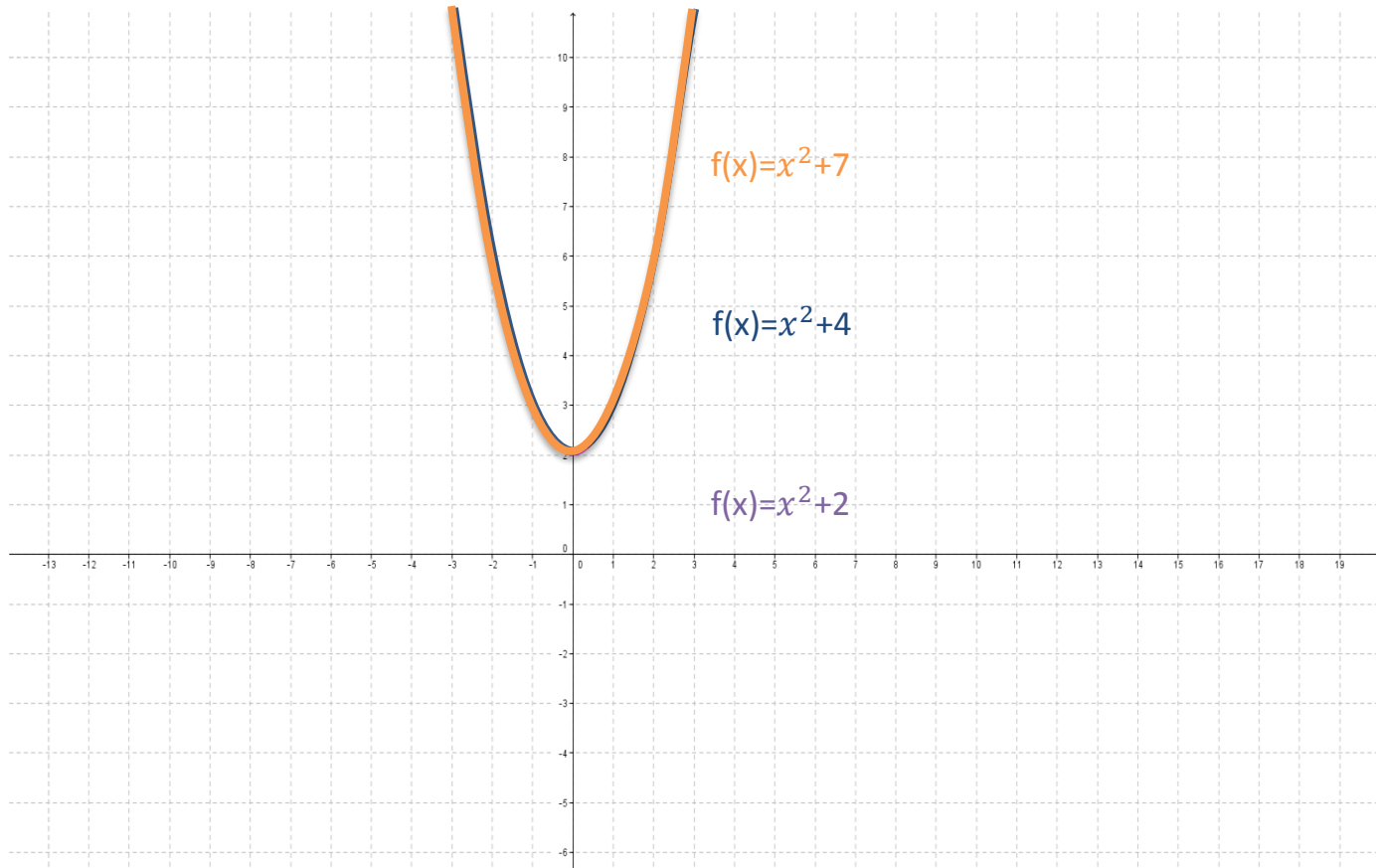
Ahora, si en lugar de restar una cantidad determinada a una función, le sumamos una cantidad determinada, por ejemplo 2 y 5, respectivamente, entonces la traslación se hará hacia arriba siempre en la dirección del eje de las ordenadas o eje de las Y. Por ejemplo:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto (x^2+2) + 2. \quad \text{Es decir:}$$

$$y_3 = f(x) = x^2 + 4$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto (x^2+2) + 5. \quad \text{Es decir:}$$

$$y_4 = f(x) = x^2 + 7$$





También se ha aprendido que si sumamos o restamos una cantidad antes de elevar al cuadrado la variable  $x$ ; en este caso, se produce traslaciones en el eje de las abscisas o eje de las  $X$

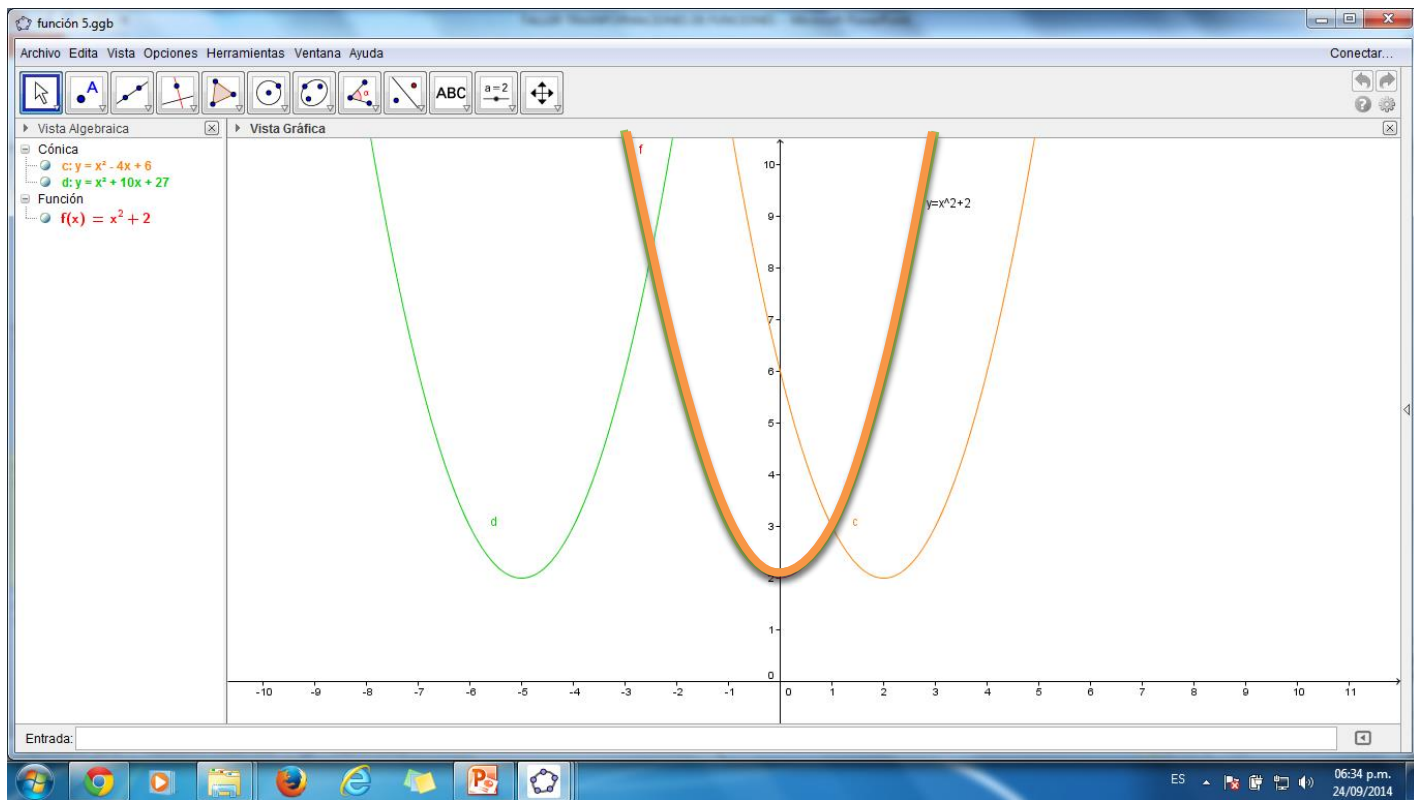
Siempre trabajando en el cuerpo de los reales: utilizando el GeoGebra, graficamos las siguientes funciones:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x - 2 \mapsto (x - 2)^2 + 2. \quad \text{Es decir:}$$

$$y_3 = f(x - 2) = (x^2 - 4x + 4) + 2 = x^2 - 4x + 6$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x + 5 \mapsto (x + 5)^2 + 2. \quad \text{Es decir:}$$

$$y_4 = f(x + 5) = (x^2 + 10x + 25) + 2 = x^2 + 10x + 27$$





Ahora combinemos los dos movimientos ya conocidos

Sea la parábola  $y = x^2$ , evidentemente esta parábola tiene por vértice al origen de coordenadas, es decir (0,0).

Se trata de trasladar la parábola  $y = x^2$ , al punto donde su vértice se encuentre en el punto A(3,4).

Se trata, entonces, de trasladar la parábola inicial  $y = x^2$ , 3 unidades positivas en el eje de las X y 4 unidades positivas en el eje de las Y.

Se trata de combinar los resultados anteriores.

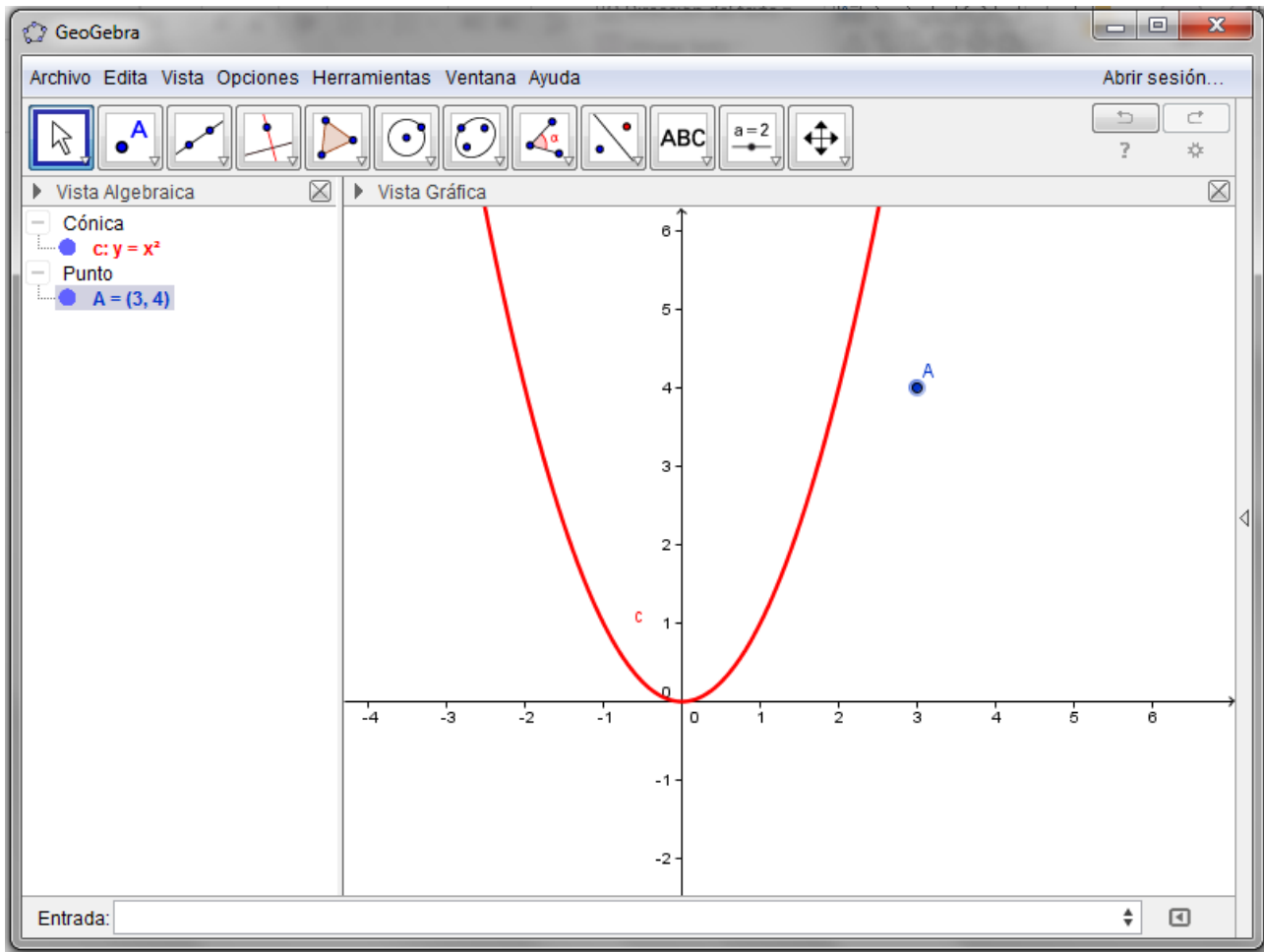
A la parábola  $y = x^2$ , para trasladarlo 3 unidades positivas en el eje X, debemos restarle 3 unidades a la variable antes de elevarlo al cuadrado, es decir:  $y_1 = (x - 3)^2$

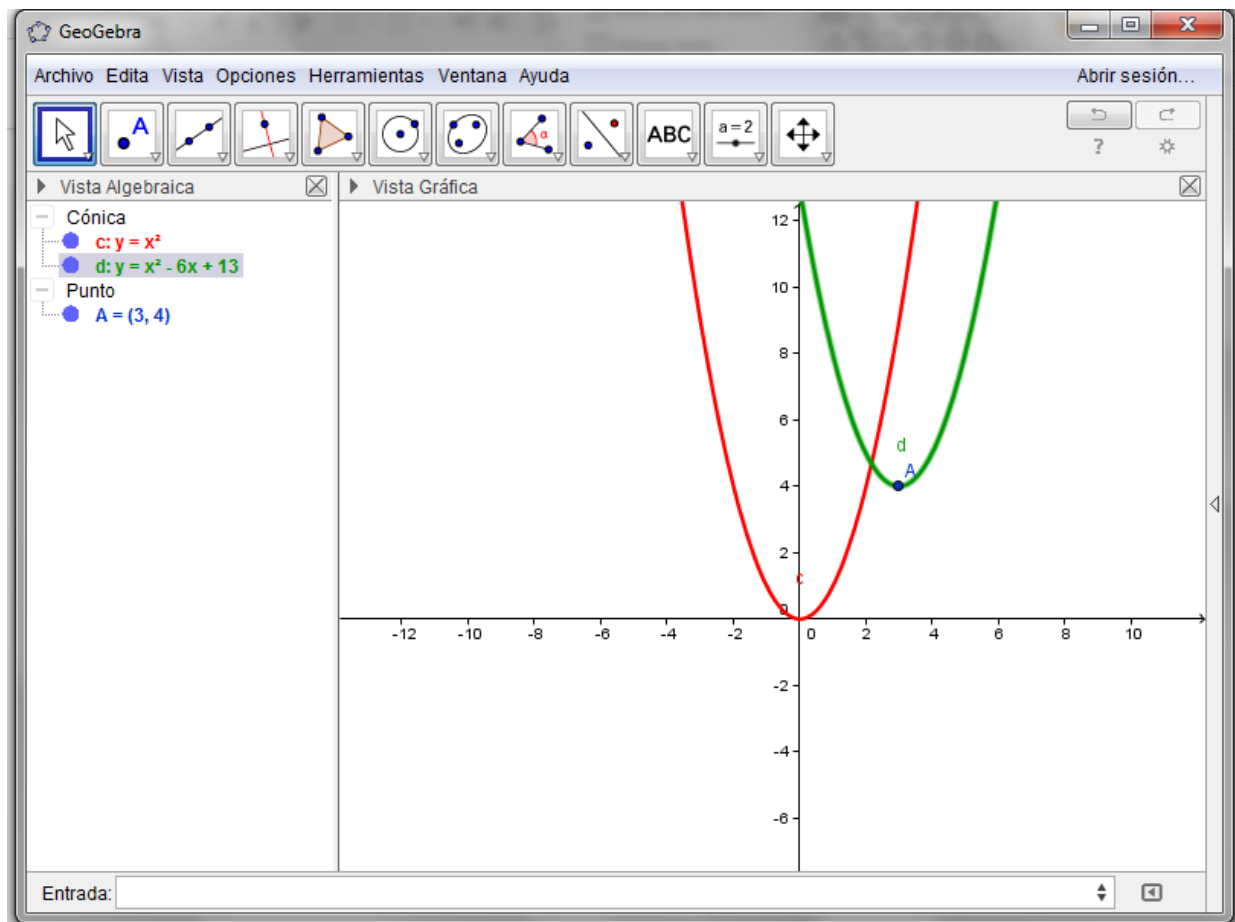
A la parábola  $y_1 = (x - 3)^2$ , para trasladarlo 4 unidades positivas en el eje Y, debemos sumarle 4 unidades a la nueva variable, es decir:  $y_2 = (x - 3)^2 + 4$

Efectuando las operaciones algebraicas, se tiene:

$$y_2 = (x - 3)^2 + 4 = (x^2 - 6x + 9) + 4 = x^2 - 6x + 13.$$

Cuya gráfica se encuentra fácilmente con el GeoGebra







Veamos el problema inverso.

Sea la parábola  $y = x^2 + 10x + 22$ , hallar las coordenadas del vértice  $B(x,y)$ , y verificarlo utilizando el GeoGebra.

Para resolver este problema, será suficiente factorizar el polinomio y ponerla bajo la forma  $y = (x + j)^2 + k$  en cuyo caso el vértice es  $B(-j,k)$

Se tiene:

$$y = x^2 + 10x + 22$$

Separando para completar cuadrados:

$$y = (x^2 + 10x \quad \quad) + 22$$

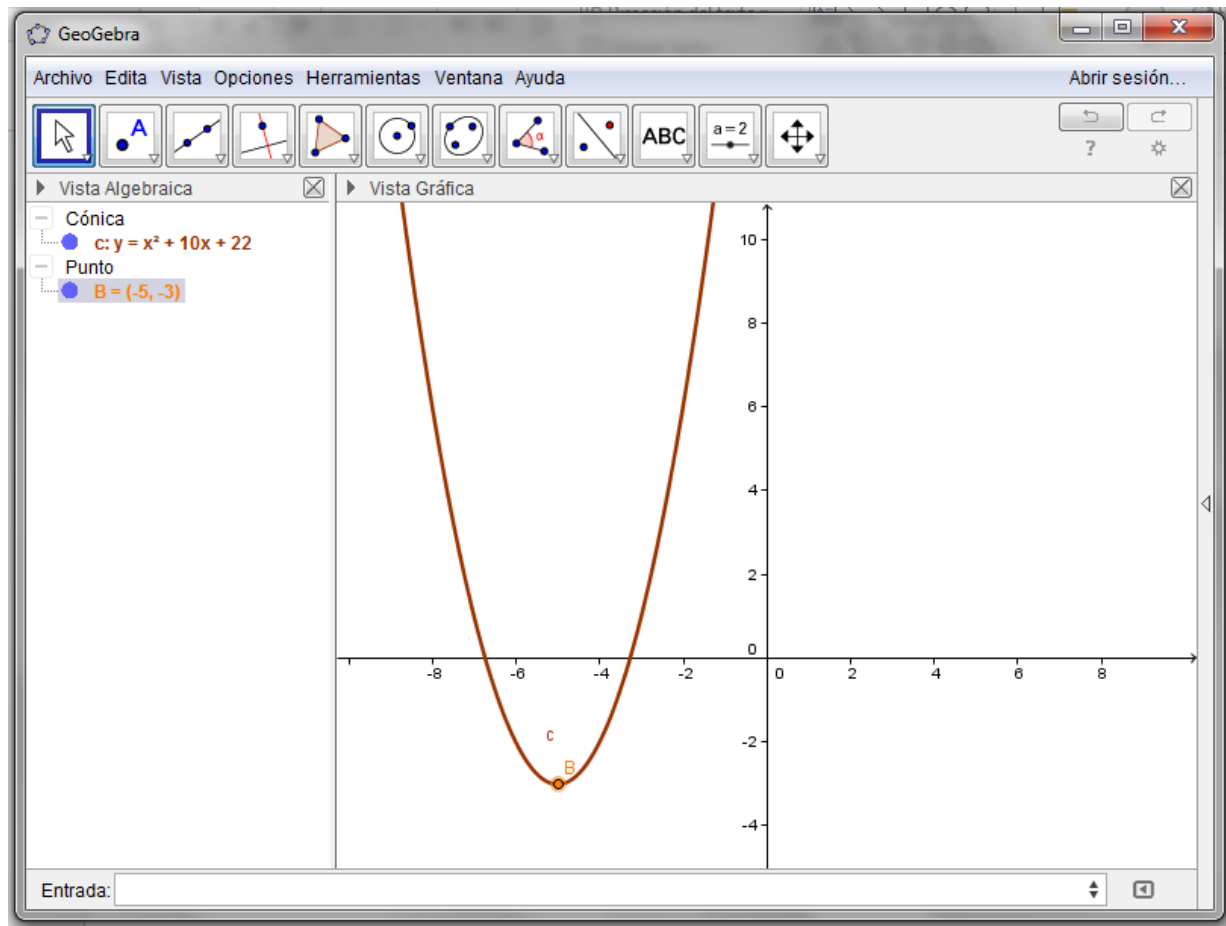
Completando cuadrados, tenemos:

$$y = (x^2 + 10x + 25) + 22 - 25$$

$$y = (x + 5)^2 - 3$$

Por tanto el vértice B, será el punto (-5,-3), que pasamos a verificarlo utilizando el GeoGebra:







A nombre de Calidad  
Educativa- Área de  
Formación Docente



Gracias!!!!