



Vive tu propósito

TOPOGRAFÍA I

GUÍA DE TRABAJO

VISIÓN

Ser una de las 10 mejores universidades privadas del Perú al año 2020, reconocidos por nuestra excelencia académica y vocación de servicio, líderes en formación integral, con perspectiva global; promoviendo la competitividad del país.

MISIÓN

Somos una universidad privada, innovadora y comprometida con el desarrollo del Perú, que se dedica a formar personas competentes, íntegras y emprendedoras, con visión internacional; para que se conviertan en ciudadanos responsables e impulsen el desarrollo de sus comunidades, impartiendo experiencias de aprendizaje vivificantes e inspiradoras; y generando una alta valoración mutua entre todos los grupos de interés.

PRESENTACIÓN

Curso teórico-práctico. Sus contenidos son específicos, y emplea conceptos previamente aprendidos, tales como la Geometría plana, Geometría espacial, la Trigonometría, Álgebra, Funciones y Relaciones, para aplicarlos en la representación gráfica de una extensión de terreno, a una escala adecuada, de modo que puedan ser interpretados por arquitectos y/o ingenieros y sirvan para fines prácticos.

El curso desarrolla temas tales como: Formas y dimensiones de la Tierra, Escalas, Trabajos preliminares con cinta y jalón, Introducción a la teoría de errores, Nivelación y Trabajos de nivelación con instrumentos, Medición de distancias con instrumentos, procedimientos, corrección y compensación de estas mediciones, Mediciones angulares con instrumentos, procedimientos, corrección y compensación de estas mediciones, Control horizontal y control vertical, Levantamiento topográfico, procedimientos y aplicaciones, Poligonación, Dibujo e interpretación de Curvas de Nivel, Sistemas de Coordenadas y GPS.

El dominio de esta temática conceptual y práctica, posibilitará al estudiante a desempeñarse en trabajos de campo Técnico Profesional de la topografía así como le proporcionará la base conceptual para cursos siguientes

ÍNDICE

	Pág.
PRESENTACIÓN	3
ÍNDICE	4
PRIMERA UNIDAD	
Tema N° 1: GENERALIDADES	6
1.1 Concepto de Topografía	
1.2 Importancia de la Topografía	
1.3 Etapas de un Levantamiento Topográfico	
Tema N° 2: GEOMETRÍA Y ESCALAS	12
2.1 Cálculo de Áreas	
2.2 Sistema de Unidades	
2.3 Tipos de Escalas	
Tema N° 3: MEDICIÓN DE DISTANCIAS DIRECTAS	21
3.1 Medición a Pasos (Cartaboneo)	
3.2 Formas de Medir Utilizando Cintas Métricas	
3.3 Correcciones de Mediciones con Cinta Métrica	
3.4 Medición de un Ángulo con Cinta por el Método de la Cuerda.	
3.5 Teoría de Errores	
Tema N° 4 POLIGONACIÓN	33
4.1 Introducción	
4.2 Cálculo y Compensación de Poligonales	
4.3 Cálculo y Compensación del Error de Cierre Angular	
4.4 Error de Cierre Lineal	
4.5 Clasificación de una Poligonal por su Error Relativo	
Tema N° 5: ANGULOS, RUMBOS Y AZIMUTS	38
5.1 Clases de Azimut	
5.2 Clases de Rumbos	
5.3 Relación entre Azimuts y Rumbos	
5.4 Cálculo de Ángulos Internos Conociendo Rumbos y Azimuts	
5.5 Levantamiento con Brújula	
5.6 Fuentes de Errores con la Brújula	
Tema N° 6 PROPAGACIÓN Y MERIDIANOS Y DECLINACIÓN	45
6.1 Ley de Propagación de los Azimuts	
6.2 Meridianos de Referencia	
6.3 Magnetismo Terrestre	
6.4 Declinación Magnética	
Tema 7: NIVELACIÓN	52
7.1 Forma de la Tierra	
7.2 Curvatura y Refracción	
7.3 Nivelación Geométrica	
Tema N° 8: NIVELACIÓN DE PERFILES	59
8.1 Control de Nivelaciones	

- 8.2 Tolerancia del Error de Cierre
- 8.3 Compensación de Nivelaciones
- 8.4 Cálculo y Ajuste del Error de Inclinación

Tema N° 9: Parciales

SEGUNDA UNIDAD

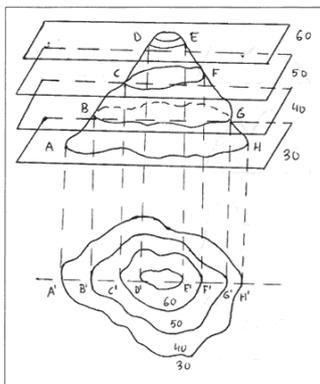
Tema N° 10 EL TEODOLITO	66
10.1 Diferencias entre Goniómetros, Tedolitos Y Taquímetros	
10.2 Medición de Ángulos.	
10.3 Ángulos por Repetición.	
10.4 Ángulos Por Reiteración	
Tema N° 11 TAQUIMETRÍA	72
11.1 Lecturado de Miras	
11.2 Medición de Distancias.	
11.3 Medición Óptica de Distancias	
11.4 Errores en la Determinación Óptica de Distancias	
Tema N° 12: COORDENADAS TOPOGRÁFICAS	79
12.1 Sistema de Coordenadas Rectangulares	
12.2 Sistema de Coordenadas Polares	
12.3 Relaciones Geométricas entre Ambos Sistemas	
12.4 Cálculo de las Coordenadas de los Vértices	
Tema N° 13: DETALLES TOPOGRÁFICOS	85
13.1 Procedimiento	
13.2 Cálculos y Planos	
13.3 Observaciones	
Tema N° 14 CURVAS DE NIVEL	91
14.1 Equidistancia.	
14.2 Métodos para la Determinación de las Curvas de Nivel	
14.3 Características de las Curvas de Nivel	
Tema N° 15 APLICACIONES DE LAS CURVAS DE NIVEL	98
15.1 Cálculo de Pendientes	
15.2 Trazado de Líneas de Pendiente Constante	
15.3 Cálculo de la Cota de un Punto	
15.4 Perfiles, Secciones y Cálculo de Volúmenes a Partir de las Curvas de Nivel	
15.5 Cálculo de Volúmenes a Partir de las Secciones Transversales	
Tema N° 16: NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA	106
16.1 Nivelación Taquimétrica	
16.2 Red de Nivelación	
Tema N° 17: DESCRIPCION DEL SISTEMA G.P.S.	111
17.1 INTRODUCCION	
17.2 CONCEPTOS BASICOS DEL SISTEMA	
17.3 METODOLOGIA DE TRABAJO	
17.4 SISTEMA DE COORDENADAS	
17.5 EL FUTURO DEL SISTEMA GPS	
Tema N° 18: Finales	
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117

PRIMERA UNIDAD

Tema N° 1: GENERALIDADES

1.1 CONCEPTO DE TOPOGRAFÍA

Es una rama de la ingeniería que se propone determinar la posición relativa de los puntos, mediante la recopilación y procesamiento de las informaciones de las partes físicas del geode, considerando hipotéticamente, que la superficie terrestre de observación es una superficie plana horizontal. En términos simples la topografía se encarga de realizar mediciones en una porción de tierra relativamente pequeña.



Cuadro 3

La topografía se encarga de representar en un plano, una porción de Tierra relativamente pequeña de acuerdo a una escala.

HISTORIA DE LA TOPOGRAFÍA

Los orígenes de la profesión datan desde los tiempos de TALES DE MILETO y ANAXIMANDRO, de quienes se conocen las primeras cartas geográficas y las observaciones astronómicas que añadió ERASTÓGENES. Acto seguido, guardando la proporción del tiempo HIPARCO crea la teoría de los meridianos convergentes, y así como estos pioneros, recordamos entre otros a ESTRABON y PLINIO, considerados los fundadores de la geografía, seguidos entre otros por el Topógrafo griego TOLOMEO quien actualizó los

planos de la época de los Antónimos. Más tarde en Europa, se mejoran los trabajos topográficos a partir de la invención de las cartas planas. Luego en el siglo XIII con la aplicación de la brújula y de los avances de la Astronomía, se descubren nuevas aplicaciones a la Topografía.

Así, de manera dinámica a través del tiempo la Topografía se hace cada vez más científica y especializada, por estar ligada a lograr la representación real del planeta, valiéndose para este propósito en la actualidad de los últimos adelantos tecnológicos como la Posición por satélite (GPS y GLONASS) gracias a los relojes atómicos y a la riqueza de información captada por los Sensores remotos.

Paralelamente, el desarrollo de la informática y el rayo láser han permitido poner en marcha los sistemas inerciales y las mediciones del sistema SPS (Sistema de Posicionamiento Espacial), mezclando estos sistemas con la inmensurable información captada por las imágenes digitales. En América, la aplicación concreta y el desarrollo de la Topografía nos presenta un panorama enmarcado dentro de los tiempos de la conquista y la colonia y más específicamente por los trabajos adelantados por MUTIS, ALEXANDER VON HUMBOLDT y FRANCISCO JOSE DE CALDAS.

1.2 IMPORTANCIA DE LA TOPOGRAFÍA

La topografía desempeña un papel sumamente importante en muchas ramas de la Ingeniería. Por ejemplo, los levantamientos topográficos son indispensables para planear, construir y mantener carreteras, vías ferroviarias, sistemas viales de tránsito rápido, edificios, puentes, bases de lanzamiento de cohetes y estaciones astronáuticas, estaciones de rastreo, túneles, canales, zanjas de irrigación, presas, obras de drenaje, fraccionamiento de terrenos urbanos, sistema de aprovisionamiento de agua potable y eliminación de aguas negras, tuberías, etc. Los métodos de levantamiento topográfico no han variado en gran forma a lo largo de la historia, las

metodologías son similares a las de las antiguas civilizaciones. En lo que ha habido modificaciones importantes es en la de los instrumentos de mensura, los cuales son mucho más precisos y seguros hoy en día. En particular, el sistema de posicionamiento global (GPS) ha revolucionado no sólo la metodología de navegación aérea, marítima y terrestre sino también la topografía.

Por otra parte, existen equipos DGPS de alta precisión que me determinan la posición de puntos sobre la Tierra con errores submilimétricos, con procedimientos de campo mucho más sencillos que la Topografía convencional. Sin embargo, los instrumentos clásicos como el nivel, teodolito, las miras estadimétricas, cintas, mantienen su lugar en la Ingeniería y más aún en la práctica de campo común de todas las ramas de la Ingeniería. En efecto, todos los adelantos tecnológicos tienen costos que pueden ser muy significativos y que implican la renovación, muchas veces, de no sólo un instrumento sino varios equipos, modificar software, vehículos y equipos de comunicación.

La topografía constituye el paso preliminar para todo tipo de aplicaciones en ingeniería, será de vital importancia contar con un mapa topográfico base, donde sobre ella se podrá planificar todo tipo de proyectos en Ingeniería. Sin lugar a duda los topógrafos y la topografía seguirán constituyendo los pilares básicos del trabajo en Ingeniería.

DIVISIÓN BÁSICA DE TOPOGRAFÍA

Para el mejor desarrollo de la topografía, esta se divide en tres partes:

Planimetría: Representación horizontal de los datos de un terreno que tiene por objeto determinar las dimensiones de este. Se estudian los procedimientos para fijar las posiciones de puntos proyectados en un plano horizontal, sin importar sus elevaciones. Dicho de otra manera estamos representando el terreno visto desde arriba o de planta.

Altimetría: Tiene como objeto representar gráficamente la diferencia de alturas de los puntos de las superficies Terrestre respecto a una superficie de referencia.

Topografía Integral. Combinación de las anteriores por lo que se puede realizar un trabajo mediante planimetría y otro por altimetría y después fusionamos ambas

1.3 ETAPAS DE UN LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO

- Reconocimiento de terreno y plan de trabajo.

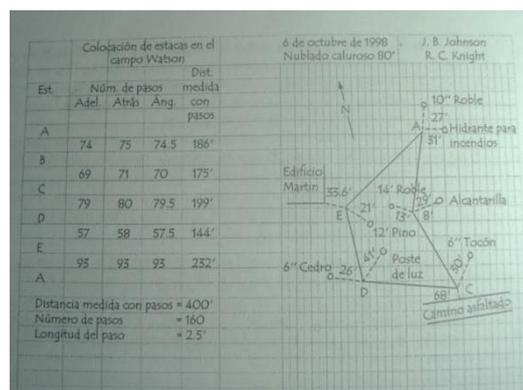
Es la etapa por la cual se investiga, razona y deduce el método más apropiado para llevar óptimamente el trabajo de campo.

Para eso es importante realizar la visita al terreno, preguntar la mayor cantidad de datos técnicos a los lugareños, así como alimentarlos de planos referenciales existentes del lugar.

- Trabajo de campo.

Consiste en ejecutar insitu las mediciones de acuerdo al plan y estrategia establecida en el reconocimiento de terreno. Esto se consigue midiendo distancias, ángulos horizontales, verticales así como desniveles entre los puntos. Es importante que el trabajo se realice de manera ordenada.

En esta etapa es imprescindible el uso de la libreta de campo, en el cual se anota los datos obtenidos.



- Trabajo de Gabinete

Son todos los cálculos que se realizan con la finalidad de elaborar los planos.

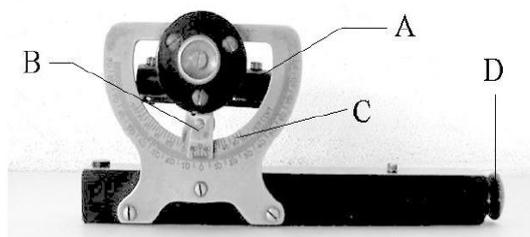
Es necesario la presencia de la persona que anoto los datos en la libreta, comporta el trabajo de gabinete para resolver cualquier duda en el caso que lo hubiese.

1.3 INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS

INSTRUMENTOS PRINCIPALES

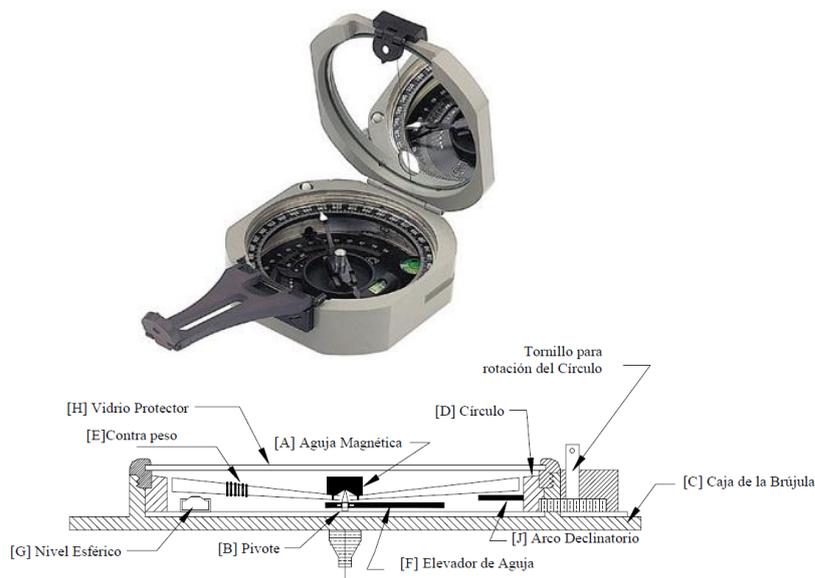
1. Eclímetro o Clinómetro

Consta de un nivel tórico de doble curvatura [A] sujeto a un nonio [B], el cual puede girar alrededor del centro de un semicírculo graduado [C] fijo al ocular. La imagen de la burbuja del nivel tórico se refleja mediante un prisma sobre el campo visual del ocular [D]. Con el Eclímetro se pueden determinar desniveles, horizontalizar la cinta, medir ángulos verticales y pendientes, calcular alturas y lanzar visuales con una pendiente dada.



2. Brújula

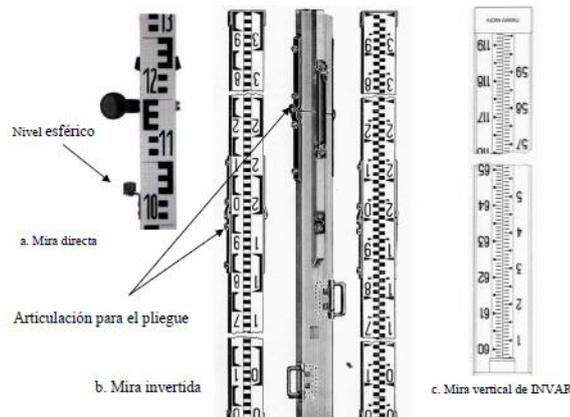
Generalmente un instrumento de mano que se utiliza fundamentalmente en la determinación del norte magnético, direcciones y ángulos horizontales. Su aplicación es frecuente en diversas ramas de la ingeniería. Se emplea en reconocimientos preliminares para el trazado de carreteras, levantamientos topográficos, elaboración de mapas geológicos, etc.



3. Miras Verticales

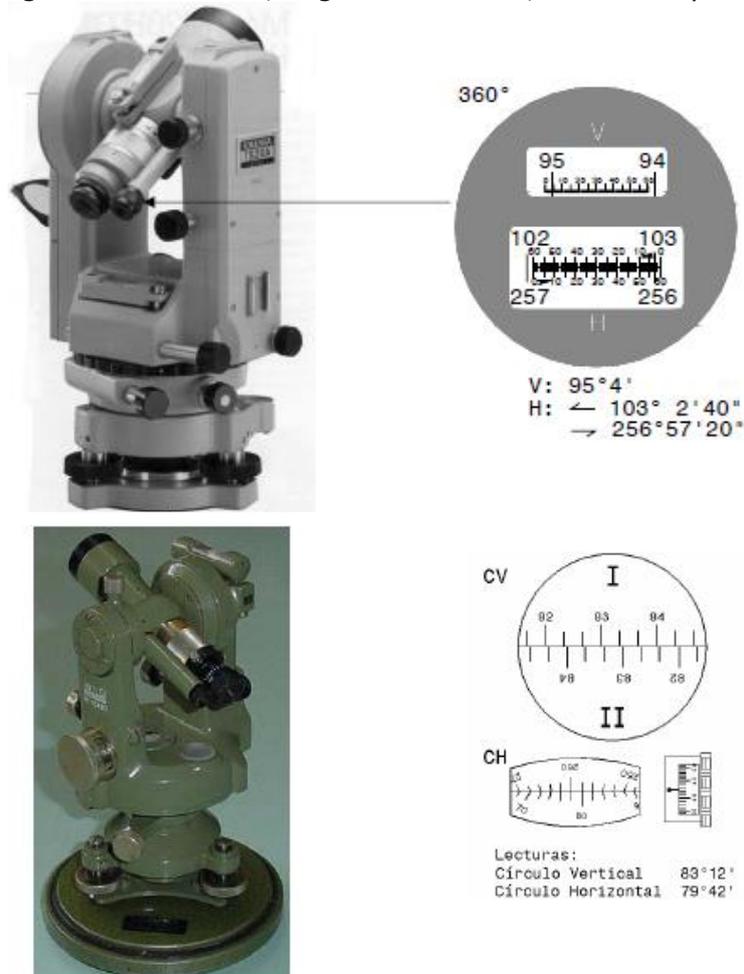
Son reglas graduadas en metros y decímetros, generalmente fabricadas de madera, metal o fibra de vidrio. Usualmente, para trabajos normales, vienen graduadas con precisión de 1 cm y apreciación de 1 mm. Comúnmente, se fabrican con longitud de 4 m divididas en 4 tramos plegables para facilidad de transporte y almacenamiento.

Existen también miras telescópicas de aluminio que facilitan el almacenamiento de las mismas.



4. Teodolitos Mecánicos

El teodolito es un instrumento utilizado en la mayoría de las operaciones que se realizan en los trabajos topográficos. Directa o indirectamente, con el teodolito se pueden medir ángulos horizontales, ángulos verticales, distancias y desniveles.



5. Teodolitos Electrónicos

El desarrollo de la electrónica y la aparición de los microchips han hecho posible la construcción de teodolitos electrónicos con sistemas digitales de lectura de ángulos sobre pantalla de cristal líquido, facilitando la lectura y la toma de datos mediante el uso en libretas electrónicas de campo o de tarjetas magnéticas; eliminando los errores de lectura y anotación y agilizando el trabajo de campo.



6. Nivel de Ingeniero

En las operaciones de nivelación, donde es necesario el cálculo de las diferencias verticales o desniveles entre puntos, al nivel tórico se le anexa un telescopio, una base con tornillos nivelantes y un trípode. Los niveles difieren entre sí en apariencia, de acuerdo a la precisión requerida y a los fabricantes del instrumento.



7. Estación Total

Equipos que permiten realizar mediciones lineales y angulares con mucha precisión, debido a la integración digital y electrónica de sus componentes, haciéndolas en la actualidad el instrumento más utilizado en trabajos topográficos. Existen muchos tipos y modelos se diferencian entre ellas de acuerdo a su nivel de precisión y su utilidad.



8. GPS

Equipos que utilizan la tecnología satelital para obtener una ubicación en algunos casos submilimétricos, basados en señales obtenidas de satélite y que forman parte de sistemas de navegación satelital como son: GPS, GLONASS, GALILEO.

Representa lo más reciente en equipos que son utilizados para aplicaciones en topografía. Alcanzan precisiones submilimétricos, y además te dan una posición precisa de ubicación en coordenadas geográficas o su proyección.

INSTRUMENTOS SECUNDARIOS

1. Cintas Métricas y Accesorios

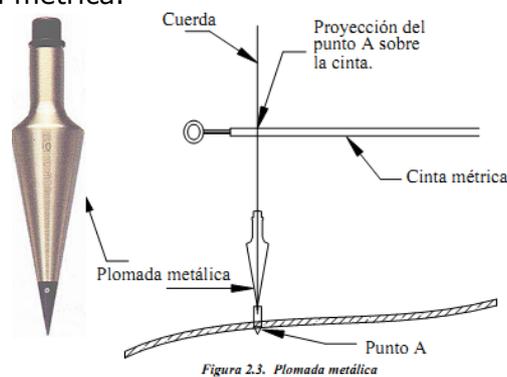
Medir una longitud consiste en determinar, por comparación, el número de veces que una unidad patrón es contenida en dicha longitud. La unidad patrón utilizada en la mayoría de los países del mundo es el metro, definido (Después de la Conferencia Internacional de Pesos y Medidas celebrada en París en 1889). Una cinta métrica es la reproducción de un número determinado de (3, 5, 30, 50, 100) de la unidad patrón. En el proceso de medida, las cintas son sometidas a diferentes tensiones y temperaturas, por lo que dependiendo del material con el que han sido construidas, su tamaño original variará. Por esta razón, las cintas vienen calibradas de fábrica para que a una temperatura, tensión y condiciones de apoyo dadas, su longitud sea igual a la longitud nominal.



Las cintas métricas empleadas en trabajos topográficos deben ser de acero, resistentes a esfuerzos de tensión y a la corrosión. Comúnmente, las cintas métricas vienen en longitudes de 30, 50 y 100 m, con una sección transversal de 8 mm x 0,45 mm para trabajos fuertes en condiciones severas o de 6 mm x 0,30 mm para trabajos en condiciones normales.

2. Plomada metálica

Instrumento con forma de cono, construido generalmente en bronce, con un peso que varía entre 225 y 500 gr, que al dejarse colgar libremente de la cuerda sigue la dirección de la vertical del lugar, por lo que con su auxilio podemos proyectar el punto de terreno sobre la cinta métrica.



3. Tensiómetro.

Es un dispositivo que se coloca en el extremo de la cinta para asegurar que la tensión aplicada a la cinta sea igual a la tensión de calibración, evitando de esta manera la corrección por tensión y por catenaria de la distancia medida.

4. Jalones.

Son tubos de madera o aluminio, con un diámetro de 2.5 cm y una longitud que varía de 2 a 3 m. Los jalones vienen pintados con franjas alternas rojas y blancas de unos 30 cm y en su parte final poseen una punta de acero.

El jalón se usa como instrumento auxiliar en la medida de distancias, localizando puntos y trazando alineaciones.

5. Fichas.

Son varillas de acero de 30 cm de longitud, con un diámetro $\phi=1/4"$, pintados en franjas alternas rojas y blancas. Su parte superior termina en forma de anillo y su parte inferior en forma de punta. Generalmente vienen en juegos de once fichas juntas en un anillo de acero.

Las fichas se usan en la medición de distancias para marcar las posiciones finales de la cinta y llevar el conteo del número de cintadas enteras que se han efectuado.



Figura 2.5. Tensiómetro



<http://cavernisofiasegundaplanta.blogspot.com/2010/09/tales-y-anaximandro-de-mileto-todo-e.html> (TALES)

<http://zaragoza.nueva-acropolis.es/biografia.asp?bio=73> (ANAXIMANDRO)

<http://www.astroyciencia.com/2007/10/03/claudio-tolomeo/> (TOLOMEO)

<http://bibliografias-adriana.blogspot.com/2010/05/francisco-jose-de-caldas.html>
(Jose de Caldas)

http://es.wikipedia.org/wiki/Alexander_von_Humboldt (Von Humboldt)

Tema N° 2:

GEOMETRÍA Y ESCALAS

TEXTO N° 2

2.1 CÁLCULO DE ÁREAS

El área es una medida de superficie que representa el tamaño de la misma. En los trabajos topográficos comunes, el área se expresa en metros cuadrados (m^2), hectáreas (ha) o kilómetros cuadrados (km^2), dependiendo del tamaño de la superficie a medir. La equivalencia entre las unidades de superficie mencionadas es:

1 ha => 10.000 m²; 1 km² => 100 ha

El cálculo del área de una superficie se determina indirectamente, midiendo ángulos y distancias y realizando los cálculos correspondientes.

Existen distintos métodos y procedimientos para el cálculo de las áreas. En el presente capítulo estudiaremos el cálculo de áreas de figuras fundamentales, el método del cálculo de áreas de polígonos por sus coordenadas, y los métodos para superficies irregulares de los trapecios (o de Bezout), el de Simpson y el de Easa.

ÁREA DE FIGURAS ELEMENTALES

En el cálculo de áreas de superficies de poca extensión, en donde se puede realizar el levantamiento mediante el empleo de cintas métricas, la superficie se puede descomponer en figuras conocidas: como triángulos, rectángulos, u otras figuras elementales cuyas áreas se pueden calcular mediante la aplicación de fórmulas sencillas.

Ejemplo:

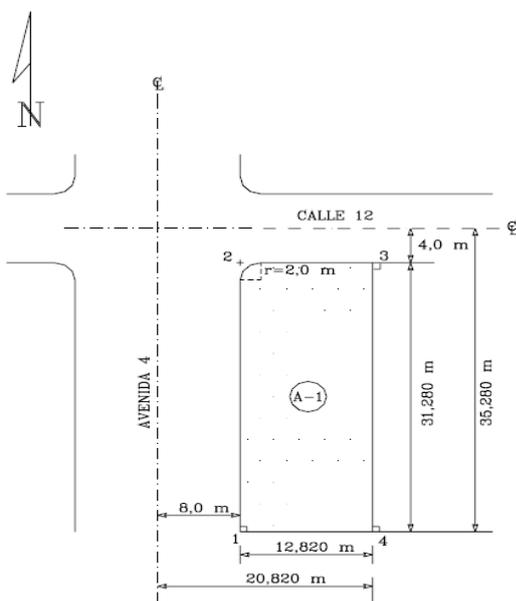
En el diseño de una urbanización es necesario construir la Avenida 4 y la Calle 12. La parcela A-1, representada en la figura E1-8, originalmente colindaba por el norte con el eje de la Calle 12 y por el oeste con el eje de la Avenida 4. Las dos vías a construir son perpendiculares entre sí, y se debe cumplir con los siguientes retiros:

8 m a partir del eje de la Avenida 4. ; 4 m a partir del eje de la Calle 12.

Se pide calcular:

a.- La nueva área de la parcela A-1, teniendo en cuenta además que su esquina noroeste debe ser redondeada con un arco de circunferencia de radio R=2.00 m.

b.- El área a expropiar de la parcela A-1 para la construcción de ambas vías. Los demás datos se muestran en la figura.



Solución.

El área original A₀ de la parcela A-1 es el área de un rectángulo

$$A_0 = 35,280 \times 20,820 = 734,530 \text{ m}^2.$$

El área final (A_f) de la parcela A-1 será el área del rectángulo A₁₂₃₄ menos el área en exceso del círculo (A_e).

$$A_f = A_{1234} - A_e$$

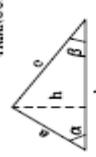
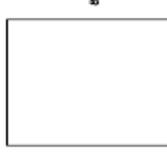
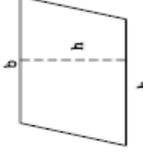
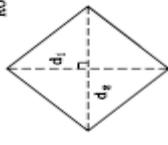
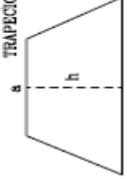
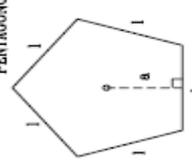
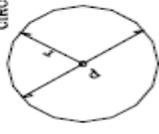
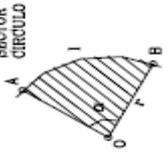
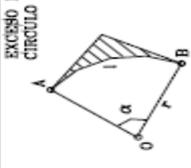
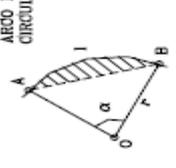
$$A_{1234} = (20,820 - 8,000) \times (35,280 - 4,000) = 401,010 \text{ m}^2$$

A_e; según tabla posterior:

$$A_e = r^2 \left[\frac{\alpha}{2} - \left(\frac{\pi}{360^\circ} \right) \alpha \right] = 0,858 \text{ m}^2$$

A_f = 401,010 - 0,858 = 400,152 m²; El área a expropiar A(ex) será: A_{ex} = A₀ - A_f.
A_{ex} = 734,530 - 400,152 = 334,378 m².

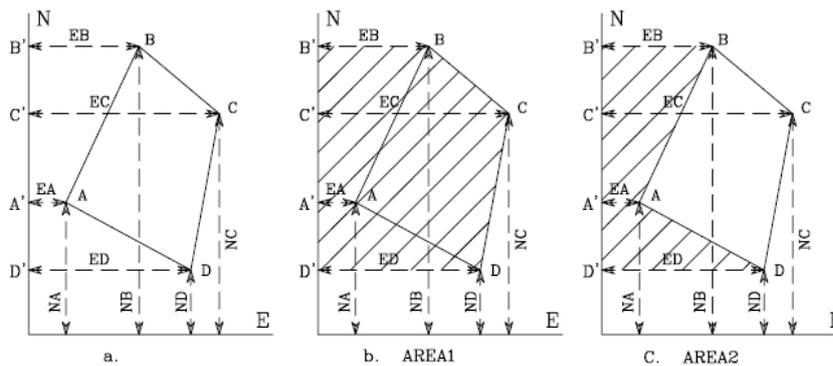
ÁREA DE FIGURAS ELEMENTALES

TRIANGULO 	AREA $A = bh/2$ $A = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ p = Semi perimetro
CUADRAO 	AREA $A = a^2$ $A = a^2$
RECTANGULO 	AREA $A = a \cdot b$
PARALELOGRAMO 	AREA $A = b \cdot h$
ROMBO 	AREA $A = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$
TRAPEZIO 	AREA $A = \frac{1}{2} h(a+b)$
PENTAGONO 	AREA $A = a \cdot p$ $p = \sum l$ p = Perimetro a = Apotema l = Lado Nota: Esta fórmula aplica solo para polígonos regulares.
CIRCULO 	AREA $A = \pi r^2$ $A = \pi \frac{d^2}{4}$ r = Radio d = Diámetro
SECTOR DEL CIRCULO 	AREA $A = \frac{l \cdot r}{2}$ $A = \alpha \cdot \frac{r^2}{2} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$ $A = \alpha \cdot \frac{d^2}{4}$
EXCESO DEL CIRCULO 	AREA $A = r^2 \left[\tan \frac{\alpha}{2} - \left(\frac{\pi}{360^\circ} \right) \alpha \right]$
ARCO DEL CIRCULO 	AREA $A = r^2 \left[\left(\frac{\pi}{360^\circ} \right) \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha \right]$

ÁREA DE UN POLIGONO POR SUS COORDENADAS

La expresión general para el cálculo del área de un polígono cerrado a partir de las coordenadas de sus vértices, se puede deducir de la figura 1-8, observando que el área del polígono ABCD es:

Figura 1-8.



Área ABCD=Área 1-Area 2

Área 1 = Área B'BCC' + Área C'CDD'

$$Area_{B'BCC'} = \frac{1}{2}(E_B + E_C) * (N_B - N_C)$$

$$Area_{C'CDD'} = \frac{1}{2}(E_C + E_D) * (N_C - N_D)$$

$$Area_1 = \frac{1}{2} [(E_B + E_C) * (N_B - N_C) + (E_C + E_D) * (N_C - N_D)]$$

$$Area_1 = \frac{1}{2} * [(E_B + E_C) * (N_B - N_C) + (E_C + E_D) * (N_C - N_D)] \quad [A]$$

$$Area_2 = Area_{B'BA'A'} + Area_{A'ADD'}$$

$$Area_{B'BA'A'} = \frac{1}{2}(E_B + E_A) * (N_B - N_A)$$

$$Area_{A'ADD'} = \frac{1}{2}(E_A + E_D) * (N_A - N_D)$$

Área 2 = 1/2 * [(EB+EA)*(NB-NA) + (EA+ED)*(NA-ND)] [B]

Restando [A]-[B]

Área = 1/2 * [(EB+EC)*(NB-NC) + (EC+ED)*(NC-ND) - (EB+EA)*(NB-NA) - (EA+ED)*(NA-ND)] [C]

Desarrollando [C] y agrupando términos

$$2 * \text{Área} = NA * (EB - ED) + NB * (EC - EA) + NC * (ED - EB) + ND * (EA - EC)$$

Una regla práctica para memorizar la ecuación es observar que en ella se cumple que "el doble del área de un polígono cerrado es igual a la suma algebraica del producto de cada una de las coordenadas norte por la diferencia entre la coordenada este anterior y la coordenada este siguiente".

En forma general la ecuación 1.11 se puede escribir,

$$Area = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} N_i (E_{i+1} - E_{i-1})$$

Donde:

$$Para i = 1 \rightarrow E_{i-1} = E_n ; \quad Para i = n \rightarrow E_{i+1} = E_1$$

Si desarrollamos [C] y agrupamos términos en forma diferente

$$Area = \frac{1}{2} * [(N_A E_B - E_A N_B) + (N_B E_C - E_B N_C) + (N_C E_D - E_C N_D) + (N_D E_A - E_D N_A)]$$

y en forma general

$$Area = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} (N_i E_{i+1} - E_i N_{i+1})$$

Punto	COORDENADAS	
	Norte	Este
D		+Ed
A	Na	+Ea
B	Nb	-Eb
C	Nc	-Ec
D	Nd	-Ed
A		-Ea

El cálculo correspondiente a la ecuación del área puede organizarse en forma tabulada como se indica a continuación:

Se colocan en forma ordenada los pares de coordenadas de cada punto, luego en la posición

anterior al primer punto se repite la coordenada este del último, y después del último punto, se repite la coordenada este del primero. Se unen mediante flechas cada una de las coordenadas norte con los estes anteriores y posteriores. Finalmente, la suma algebraica del producto de cada uno de los nortes por la diferencia entre los estes indicados nos dará el doble del área.

Punto	COORDENADAS	
	Norte	Este
A	Na	Ea
B	Nb	Eb
C	Nc	Ec
D	Nd	Ed
A	Ea	Ea

En forma análoga la ecuación de área se coloca en forma ordenada los pares de coordenadas de cada uno de los puntos. Después del último punto se repiten las coordenadas del primero. Se conectan mediante líneas el norte de cada punto con el este que le sigue y en el otro sentido se conectan el este de cada punto con el norte siguiente. Luego se multiplica en cruz, tomando como positivo el

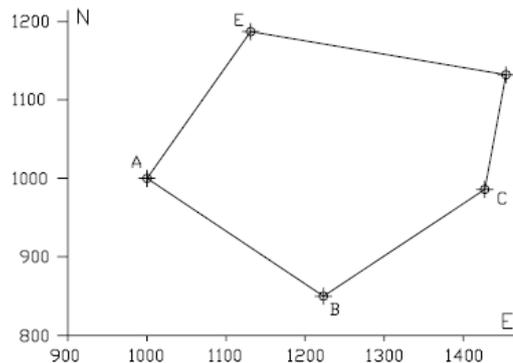
producto de nortes por estes y como negativo el producto de estes por nortes. Finalmente el doble del área del polígono es la suma algebraica de los productos anteriores.

Al aplicar las expresiones anteriores, el resultado puede dar valores positivos o negativos, dependiendo del sentido en que se recorra el polígono, pero lógicamente se debe tomar siempre en valor absoluto.

Calcular el área del polígono representado en la figura.

Solución: Para aplicar la ecuación anterior ordenamos los datos en forma tabulada:

Pto.	COORDENADAS	
	NORTE	ESTE
A	1000,000	1000,000
B	850,000	1223,000
C	986,000	1427,000
D	1132,000	1454,000
E	1187,000	1131,000



PUNTO	COORDENADAS	
	NORTE	ESTE
E	1187	1131
A	1000	1000
B	850	1223
C	986	1427
D	1132	1454
E	1187	1131
A	1000	1000

$$A = \frac{1}{2} * [1.000(1.131 - 1.223) + 850(1.000 - 1.427) + 986(1.223 - 1.454) + 1.132(1.427 - 1.131) + 1.187(1.454 - 1.000)]$$

$$A = \frac{1}{2} * [1.000(-92) + 850(-427) + 986(-231) + 1.132(296) + 1.187(454)]$$

$$A = \frac{1}{2} * (-92.000 - 362.950 - 227.766 + 335.072 + 538.898) = \frac{1}{2} * (191.254,00) \text{ m}^2$$

$$A = 95.627 \text{ m}^2$$

$$A = 9,5627 \text{ ha.}$$

Aplicando la ecuación anterior:

PUNTO	COORDENADAS	
	NORTE	ESTE
A	1.000	1.000
B	850	1.223
C	986	1.427
D	1.132	1.454
E	1.187	1.131
A	1.000	1.000

$$A = \frac{1}{2} * [(1.000 * 1.223 - 1.000 * 850) + (850 * 1.427 - 1.223 * 986) + (986 * 1.454 - 1.427 * 1.132) + (1.132 * 1.131 - 1.454 * 1.187) + (1.187 * 1.000 - 1.131 * 1.000)]$$

$$A = \frac{1}{2} * (373.000 + 70.702 - 181.720 - 445.606 + 56.000) = \frac{1}{2} * (-191.254) \text{ m}^2$$

Tomando el valor absoluto

$$A = 95.627 \text{ m}^2$$

$$A = 9,5627 \text{ ha.}$$

2.2 SISTEMA DE UNIDADES

Medir significa establecer la relación entre magnitudes homogéneas. Es decir hallar cuantas veces una de ellas llamada Unidad, está contenida en la otra. La unidad de medición lineal es el Metro

1. Medición lineal: unidad patrón; el metro (m)

LONGITUD	SIMBOLO	METROS

2. Medición de superficie: unidad patrón; el metro cuadrado (m²)

3. Medición cubica: unidad patrón; el metro cubico (m³)

4. Medida Angular.

La unidad de medida para los ángulos, varia con el sistema de división que se adopta para la circunferencia según la siguiente relación:

5. Equivalencias más usadas.

ESCALAS

Por sus dimensiones, la Tierra no se puede representar en un plano en su verdadera magnitud, hay que representarla a escala.

La escala de un mapa es la relación que existe entre la distancia gráfica lineal que hay entre dos puntos en el mapa y la distancia lineal que existe entre dichos puntos en la superficie terrestre, esto es, una unidad de longitud en el mapa representa las mismas unidades sobre la superficie terrestre.

Generalmente se usa la escala centímetro/centímetro (cm/cm), así cuando en un mapa se expresa escala 1: 1 000 000, significa que una unidad de longitud en el mapa, es decir, un centímetro entre dos puntos corresponde a 1 000 000 de las mismas unidades de la superficie de la Tierra, por tanto cada centímetro equivale a 10 km.

Ejemplo:

Si se tiene un mapa Esc. 1: 250 000, entonces, las conversiones serán:

1 cm. en el mapa = 250 000 de centímetros del terreno

1 cm en el mapa = 2 500 metros del terreno

1 cm en el mapa = 2.5 kilómetros del terreno

La escala siempre es un número abstracto, es decir, no se le asigna unidades (centímetros). La escala, ya definida antes, puede venir expresada en forma de fracción (1/10000), de manera que el numerador siempre es 1, que corresponde a la medida en el plano y el denominador, a las medidas reales.

Por ejemplo, una escala 1:100 000 indica que cada unidad del mapa (milímetro, centímetro, decímetro) en la realidad son 100.000 unidades en el terreno.

La elección de las escalas no es arbitraria, sino depende del objeto, tamaño y precisión necesaria en el plano. Para poder dibujar un mapa a escala se utiliza el instrumento llamado Escalímetro, con el cual podemos ampliar o reducir. La comparación de unidades del numerador con el denominador se efectúa en: cm./cm., m./m., Km./Km., mm./mm., etc.

CLASES DE ESCALAS

La escala de los mapas se puede expresar de dos formas:

1. Numérica
2. Gráfica

O bien 1: 100000 esta última expresión es la más usual.

• ESCALA NUMÉRICA

Las representaciones numéricas de las escalas más conocidas son: 1/100, 1/200, 1/500, 1/750, etc.

Si 100 metros de terreno se representa en 1 metro de papel, la escala será 1/100, ó equivale a decir que en 1 cm. de papel se representa 100 cm de terreno, la escala será 1/100, ambas expresiones (numerador y denominador) deben estar en la misma unidad.

Si la expresión $1/100 = 1/E$, donde 1 representa el papel (P), y E representa el terreno (T).

$$\frac{1}{E} = \frac{P}{T}$$

Con esta relación podemos calcular el tamaño del terreno, tamaño de papel y la escala a dibujarse.

Ejemplo 15.

Determinar el tamaño del papel para dibujar un terreno de 2 Km, a una escala de 1/2500.

SOLUCION.

De la relación $\frac{1}{E} = \frac{P}{T}$, Se tiene que:

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{2500};$$

P = ? Papel

T = 2 Km.(Terreno)

$$\Rightarrow \frac{1}{2500} = \frac{P}{2 \text{ Km}}; \text{ Donde } P = 0.0008 \text{ Km.} = 80 \text{ Cm.}$$

Respuesta: Se necesita 80 centímetros de papel.

Ejemplo 16.

Una falla mineralizada en el papel está representada por 12.5 cm. a una escala de 1/15000, cuál será la longitud de la falla en el terreno.

SOLUCION.

Partiendo de la relación se tiene:

$$\Rightarrow \frac{1}{E} = \frac{1}{15000}$$

P = 12. Cm.

T = ?

$$\Rightarrow \frac{1}{15000} = \frac{12.5 \text{ cmP}}{T}, \text{ donde:}$$

T = 187500 cm. = 1.875 Km.

Respuesta: La falla mide 1.875 Km.

Ejemplo 17.

En un levantamiento de una carretera en línea recta se mide 7.5 Km. se quiere dibujar en un papel A3, determinar a qué escala se dibujará.

SOLUCION.

$$\Rightarrow \frac{1}{E} = \frac{P}{T};$$

$$1/E = ?$$

T = 7.5 Km.

P = Tamaño del papel A3 es 420 x 297 mm. El largo del papel es 42 cm. Para dibujar descontamos los márgenes 1.5 a cada lado, total 3 cm. Entonces el papel tendrá un tamaño de 42 - 3 = 39 cm.

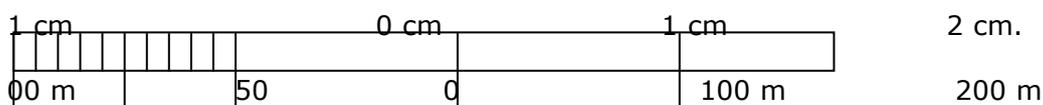
$$\text{Luego, } \frac{1}{E} = \frac{39\text{cm}}{7.5\text{Km}}, E = 19230.77; \text{ aproxim. a } 2000$$

Para realizar la operación ambas cantidades deben estar en la misma unidad. Entonces la escala a dibujarse debe ser 1/20000.

NOTA: Cuando "E" es una cantidad diferente a la escala conocida, se redondea a una cantidad inmediata superior, tal como 20000;

ESCALA GRÁFICA

Es una recta dividida en partes iguales que representa una porción de longitud de terreno en un mapa, Así por ejemplo en el gráfico, 1 cm representa a 100 m. Desde el punto 0 m. se subdivide hacia la izquierda en diez partes iguales para tomar detalles en el plano y hacia la derecha se divide cada centímetro. Las divisiones pueden tomar otras cantidades como 2, 3, 4 cm. etc. Y representar cantidades como 200, 500, 1000 m. ó 2, 3, 5 Km. etc. De acuerdo al plano que se quiera dibujar.



Debido a los cambios de temperatura y humedad, el papel se alarga o encoge, por consiguiente las escalas gráficas sufren error. Por tanto es conveniente indicar ambas escalas. La escala gráfica se debe dibujar en un lugar visible para que fácilmente pueda ser ubicado; escogiéndose preferentemente cerca del membrete.

2.3 TIPOS DE ESCALAS

Existen tres tipos de escala:

Escala natural.- Es cuando el tamaño físico de la pieza representada en el plano coincide con la realidad. Existen varios formatos normalizados de planos para procurar que la mayoría de piezas que se mecanizan, estén dibujadas a escala natural o sea.

Escala 1:1

Escala de reducción.- Se utiliza cuando el tamaño físico del plano es menor que la realidad. Esta escala se utiliza mucho para representar planos de viviendas E:1:50, o mapas físicos de territorios donde la reducción es mucho mayor y pueden ser escalas del orden de E.1:50.000 o E: 1 : 100000. Para conocer el valor real de una dimensión hay que multiplicar la medida del plano por el valor del denominador.

Escala de ampliación.- Cuando hay que hacer el plano de piezas muy pequeñas o de detalles de un plano se utilizan la escala de ampliación en este caso el valor del numerador es más alto que el valor del denominador o sea que se deberá dividir por el numerador para conocer el valor real de la pieza.

Ejemplos de escalas de ampliación son: E: 2:1, E. 10:1, E: 50:1

Los límites en la percepción visual y las Escalas

Por convenio, se admite que la vista humana normal puede percibir sobre el papel magnitudes de hasta $\frac{1}{4}$ de milímetro, con un error en dicha percepción menor o igual a $\frac{1}{5}$ milímetro.

Es muy importante tener esto en cuenta en la práctica, pues dependiendo de la escala a la que estemos trabajando, deberemos adaptar los trabajos de campo a la misma.

Por ejemplo:

Si estamos trabajando a escala 1/50 000, los 0.2 mm del plano (1/5mm) de error inevitable, estarían representados en el terreno por 10 metros. Esto quiere decir que la determinación en campo de distancias con mayor precisión de 10 m. es del todo inútil, pues no lo podremos percibir correctamente en el plano.

Si, como es usual en muchos proyectos de ingeniería, trabajamos a escalas 1/1000, tendremos que los 0.2 mm del plano corresponden a 20 cm. En el terreno, debiendo adaptar las medidas tomadas en campo a esta última magnitud. Está claro, por tanto, que debe evitarse un excesivo nivel de detalle en los trabajos de campo, ya que luego no tendrán una representación en el plano final.

Sin embargo es necesario precisar, que el manejo de información y recolección de datos de campo debe ser lo más detallada posible, teniendo en cuenta los requerimientos del levantamiento topográfico; muchas veces habrá necesidad de levantar espacios por debajo de un límite visual a una determinada escala, pero con la ayuda de soluciones CAD/GIS, esta luego podría ser representada o impresa a una escala diferente a un nivel de detalle mucho más pequeño; por esto es recomendable no repararse en limitaciones durante los trabajos decampo.

Tema N° 3: MEDICIÓN DE DISTANCIAS DIRECTAS

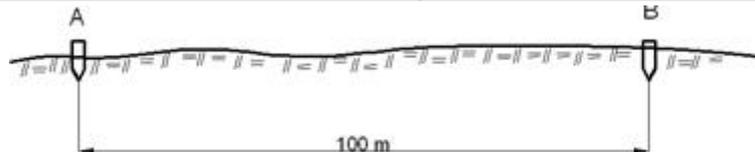
3.1 MEDICIÓN A PASOS (CARTABONEO)

El proceso consiste en hallar el coeficiente de paso de cada individuo. Este sistema de medición de distancia proporciona un medio rápido y sencillo para comprobar aproximadamente otras mediciones más precisas.

Se emplean mucho en levantamientos de escala pequeña, tales como en los trabajos de agricultura, forestal, minería y para levantamientos de croquis. La precisión de una medida hecha a pasos depende de la práctica del individuo que lo ejecuta y de la clase de terreno sobre el cual camina. Es necesario cartabonear el paso previamente, es decir determinar la relación que existe entre la longitud del paso y la del Metro.

El valor del paso del hombre se determina recorriendo varias veces una distancia de 100 m, contando cada vez la cantidad de pasos, y obteniendo así la media aritmética. Al dividir 100 m por la media aritmética de pasos efectuados, se obtendrá la longitud de un paso equivalente en metros.

Numero de Pasos	Distancia (m)
133	100
134	100
134	100
133	100
Total: 534	Total: 400



Promedio número de pasos = $534/4 = 133.50$
 Coeficiente de paso/metro = $100/133.5 = 0.75$ m.
 1 paso = 0.75 m.

En la práctica es usual coinvertir el número de pasos a unidades convencionales; para el efecto es imprescindible conocer la longitud promedio del paso de la persona que va a medir la distancia

$$D_{AB} = (\text{Pasos}) * (\text{longitud de cada paso})$$

DETERMINACION DE LA LONGITUD PROMEDIO DE UN PASO

A este proceso se le llama cartaboneo de paso, el procedimiento es el siguiente:

- Se elige un terreno aproximadamente horizontal.
- Se localiza dos puntos de longitud conocida (L).
- Se recorre con pasos normales y de vuelta la longitud L.
- Sumar el número total de pasos.

$$L_{\text{paso}} = (2L / (\text{N}^\circ \text{ total de pasos}))$$

En un terreno con pendiente, los pasos son en promedio más cortos cuando se sube y más largos cuando se baja; por tanto se recomienda que el topógrafo realice el cartaboneo de su paso en pendientes, tanto de subida como de bajada.

Existe un instrumento que cuenta el número de pasos que recorre una persona (podómetro) esta se instala al estilo llavero en una de las piernas de la persona; no obstante no es imprescindible su uso.

3.2 FORMAS DE MEDIR UTILIZANDO CINTAS MÉTRICAS

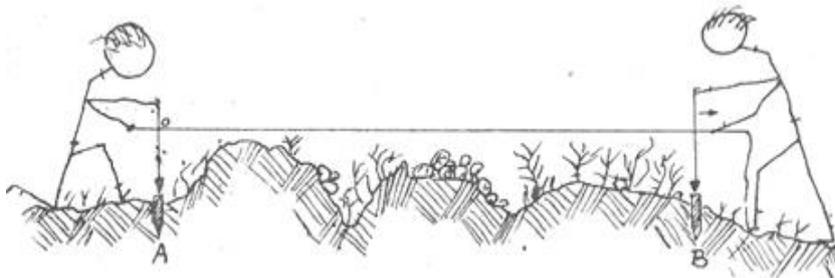
1. MEDICIÓN LINEAL EN TERRENO PLANO

La distancia que va a medirse debe marcarse claramente en ambos extremos y en puntos intermedios donde sea necesario para tener la seguridad de que no hay obstáculos para hacer la visual.

El extremo de la cinta que marca el cero debe colocarse sobre el primer punto de arranque (de atrás), al mismo tiempo que se alinea el otro hacia delante. En esta posición la cinta debe encontrarse al mismo nivel; aplicando una tensión especificada de 5, 6, 7 Kg de fuerza.



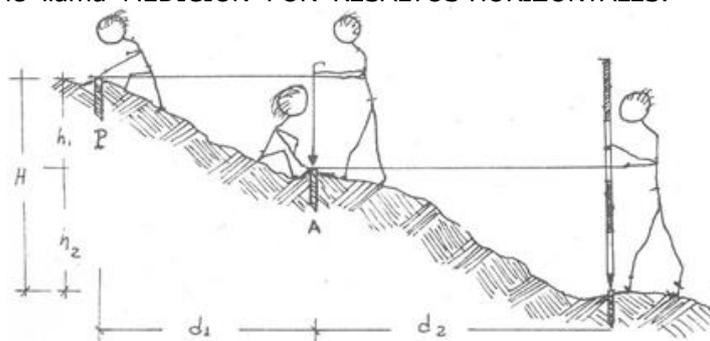
Muchas veces es necesario medir en terrenos cubiertos de pastos cortos, hojarasca, montículos de piedras y las irregularidades de la superficie del terreno no nos permite apoyar la cinta sobre el terreno; entonces para vencer dichos obstáculos es necesario el uso de una plomada pendular y jalones.



2. MEDICIÓN LINEAL EN TERRENO INCLINADO

Tratándose de mediciones en terreno inclinado o quebrado, es costumbre establecida sostener la cinta horizontal y usar plomada pendular o jalones en un extremo o ambos.

Debido a que no se puede mantener inmóvil la plomada cuando las alturas son mayores que las del pecho; porque el viento dificulta e impide hacer un trabajo preciso, entonces: en los terrenos inclinados es necesario medir horizontalmente y las alturas menores a la altura del pecho; a este procedimiento se le llama MEDICION POR RESALTOS HORIZONTALES.



ALINEAMIENTOS CON JALONES

Es posible trazar una recta en el terreno por el sistema de alineamiento con jalones.

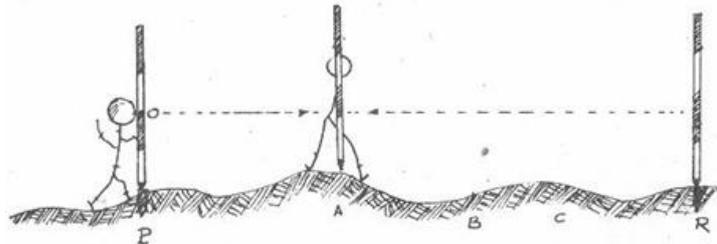
1. ALINEACIONES

Procedimiento de colocar a ojo desnudo, son relativamente precisas cuando la distancia entre los puntos extremos no es demasiado grande, se colocan los jalones uno tras otro en coincidencia. Si la recta a jalonar son los puntos P y R ya determinados, se coloca exactamente vertical los jalones en los puntos

P y R, el operador se ubica, con el objeto de jalonar la línea en el punto O, a unos pasos detrás de P, mirando por el borde del jalón P hacia R.

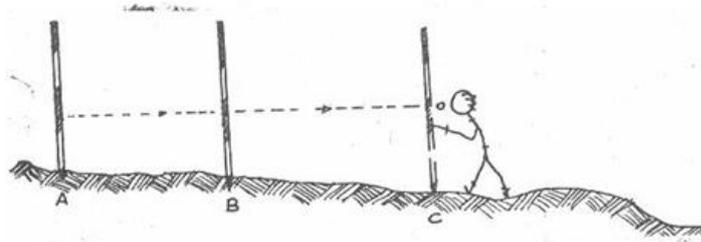
Un ayudante, situado en el punto deseado, mantiene un jalón con el brazo extendido, entre dos dedos, dejándolo colgado a guisa de plomada rígida, con la ayuda de la punta del jalón a poca distancia del suelo, ejecutando las señas que va recibiendo del operador. Estas señas se dan con los brazos, el izquierdo para la dirección derecha del ayudante y el otro para la izquierda, llegando así el jalón a hallarse después de pocos tanteos en el punto A, buscado.

El operador en O, efectuará con los dos brazos dos movimientos y el ayudante clavará el jalón. De este modo se clavarán los jalones en los puntos B, C y otros que sean necesarios siguiendo la regla de alinear siempre primero los puntos lejanos



2. ALINEAMIENTO POR PROLONGACIÓN

Cuando una línea, A y B, debe prolongarse hasta un punto deseado, se denomina alineación por prolongación. Consiste en colocar verticalmente dos jalones en el punto A y B, situándose el operador en la dirección de avance que es el punto C, cerrando un ojo y alineando con el otro, los dos jalones B y A dados, luego colocará un jalón frente al ojo con que se observó. De igual manera para avanzar tomará el jalón de A y realizará el método común que acabamos de indicar hasta donde sea necesario.

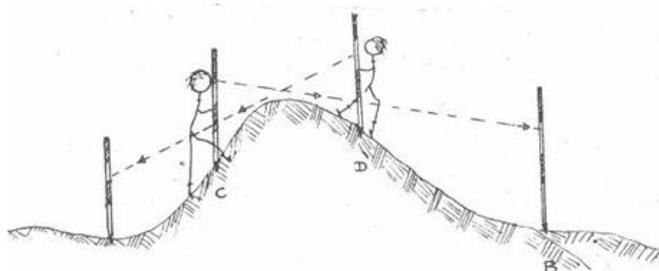


3. ALINEAMIENTO CUANDO LOS PUNTOS EXTREMOS NO SON VISIBLES

Ahora supongamos que A y B se encuentran en lados opuestos de una colina, y que es invisible el uno del otro.

Para trazar la línea que los une se coloca rígidamente jalones en A y B luego se instala dos personas provistas de jalones en los puntos C y D que estén aproximadamente en línea con A y B y en posiciones tales que los jalones B y D sean visibles desde C y los A y C sean visibles de D. El porta-jalón que se halla en C alinea por B al que debe situarse en D y después este alinea por A al que esté en C, entre D y A.

Después el que está en C alinea de nuevo a D y así sucesivamente hasta que C esté en línea entre D y A al mismo tiempo que D esté entre B y C.



Trabajos Elementales Con Cinta Y Jalones

3.3 CORRECCIONES DE MEDICIONES CON CINTA METRICA

CORRECCION POR ESTANDAR

Consiste en determinar la verdadera cinta a usar comparandolo con una longitud patrón, a la temperatura y tensión especificada en la cinta de acero. La comparaci[on se realiza en Instituciones acreditadas, el resultado final esta representado por un certificado de calibraci[on

Ln: Longitud nominal o grabada en la cinta
 Lv: Longitud verdadera de la cinta
 C_E: Correcci[on por estandar = Lv - Ln

Ejemplo:

Se mide una distancia utilizando una cinta de 50 m, y se obtiene 496.24 m. Al estandarizar la cinta se determina que su longitud real es de 50,04m. Cual es el valor correcto de la distancia medida.?

Soluci[on:

La cinta es muy larga por lo que debe aplicarse una correcci[on de +0.04 por cada longitud de cinta.

Cinta metrica = 50.00
 Valor medio = 496.24

No de medidas = $\frac{496.24}{50.00} = 9.9248$

Correcci[on total = 0.04 x 9.9248

Correcci[on total = **0.396992**

Distancia Correguida = 496.24 + 0.396992

Distancia Correguida = 496.64

CORRECCION POR TEMPERATURA

Aun en levantamientos mas comunes, los cambios en la longitud de la cinta provocados por la variaci[on de temperatura pueden ser significativos. En el caso de levantamientos de presi[on son de importancia critica.

El coeficiente de expansi[on lineal es de 0.000 0116 por grado Celsius (°C).

Por lo general la temperatura estandar de la cintas es de 20 °C

$$C_t = \alpha (T - T_s)(L)$$

C_t= Correcci[on por temperatura
 T= Temperatura de la cinta al momento de la medici[on
 T_s= Temperatura estandar de la cinta en su fabricaci[on
 L= Es la longitud de la cinta
 α= Coeficiente de dilataci[on lineal

Ejemplo:

Si tenemos una cinta de acero con las siguientes especificaciones de fabricaci[on.

Longitud = 50 m
 Temperatura = 20 °C
 Tensi[on = 5 Kg
 α= 0.0000116 °C

Y se mide una longitud obteniendo 34.632 m, como resultado siendo la temperatura ambiente 15 C; la correcci[on ser[ia:

C_t= 0.0000116 x 15 - 20 = 34.632

C_t= -0.0020

Finalmente la longitud verdadera

L= 34.632 + -0.0020

L= 34.630

CORRECCION POR CATENARIA

Cuando una cinta de acero se sostiene unicamente de sus extremos, esta se cuelga formando una curva catenaria. Como consecuencia la distancia horizontal entre sus extremos es menor que cuando la cinta se encuentra apoyada en toda su longitud.

W= Peso de la cinta por metro lineal

L= Longitud medida entre apoyos

P= Tension aplicada

$$C_c = \frac{-W^2 L^3}{24 (P^2)}$$

CORRECCION POR TENSION

Cuando la tensión con que se aplica a la cinta es mayor o menor que la indicada en las especificaciones, la cinta se alarga o se acorta. La corrección, se puede calcular con la siguiente expresión

$$C_p = \frac{(P - P_0) L}{A \cdot E}$$

Cp= Corrección por tensión

P= Tension aplicada

Po= Tensión según especificaciones

L= Longitud de la cintada

A= Area de la sección transversal de la cinta

E= Modulo de elasticidad del meta

Ejemplo:

Se cuenta con una cinta de acero, cuyas especificaciones se muestra a continuación:

A=	2.00	mm ²
E=	2.E+06	Kg/cm ²
Po=	5.00	Kg
L=	50.00	m.
W=	0.020	kg/m.

Si se ha medido una longitud obteniendose 27.212 m aplicando una tensión de 8 Kg la corrección por tensión será:

$$C_p = \frac{(P - P_o) L}{A \cdot E} = \frac{(8 - 5)}{(2 \times 10^{-2})(2 \times 10^6)} \times 27.712$$

$$C_p = \frac{3.00 \times 27.712}{40000}$$

$$C_p = 0.002$$

Por lo tanto la longitud corregida sera: = 27.712 + 0.002

27.714 m

Si se utiliza la cinta del ejemplo anterior y se mide cierta longitud apoyada en sus extreos con una tensión de 8 Kg obteniendose como resultado L = 42.367 m. Hallar la corrección por catenaria

$$C_c = \frac{-W^2 L^3}{24 (P^2)}$$

W=	0.020	kg/m.
L=	42.367	m
P=	8	Kg

$$C_c = \frac{(0.020)^2 (42.367)^3}{24 (8^2)}$$

$$C_c = \frac{-0.00040 \quad 76047.18}{1536}$$

$$C_c = -0.020$$

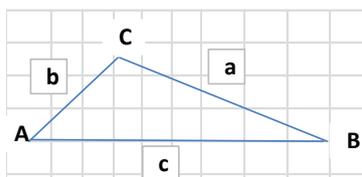
Por lo tanto la longitud corregida sera: = 42.367 + -0.020

42.347 m

3.4 MEDICIÓN DE UN ÁNGULO CON CINTA POR EL MÉTODO DE LA CUERDA.

Si se conocen los tres lados de un triángulo podrían calcularse sus ángulos. Para medir el ángulo A

LEY DE LOS COSENOS (Ley de carnot)



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

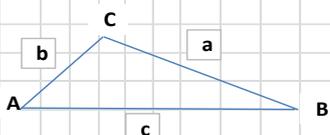
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Cálculo de semiángulos (Formulas de Briggs)



Perimetro	=	P	=	a	+	b	+	c
Semiperimetro	=	s	=	a	+	b	+	c
								2

$$\text{Sen } \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

$$\text{Sen } \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{ac}}$$

$$\text{Sen } \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$$

Área del triangulo

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

3.5 TEORIA DE ERRORES

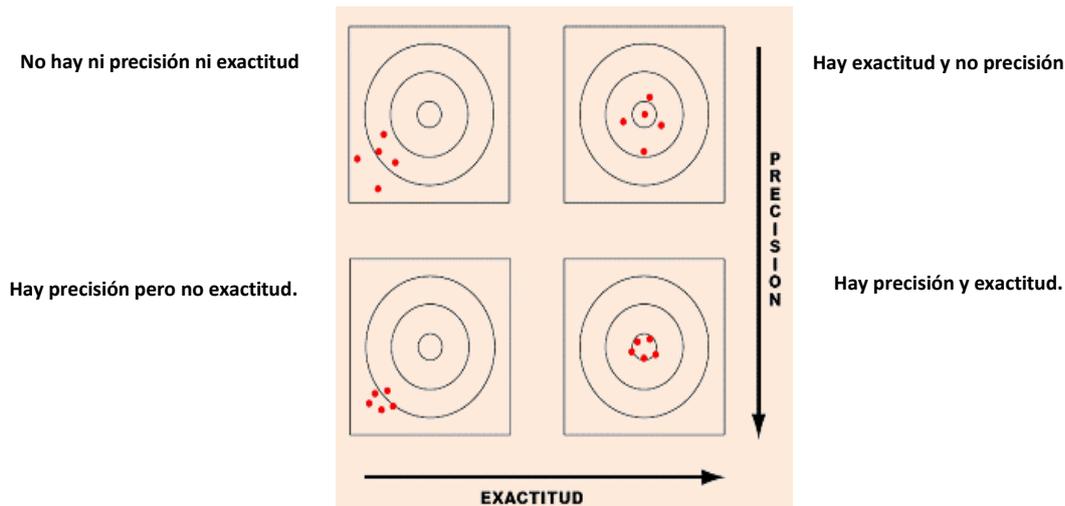
Generalidades

Las mediciones topográficas se reducen básicamente a la medida de distancias y de ángulos, El ojo humano tiene un límite de percepción, más allá del cual no se aprecian las magnitudes lineales o angulares, Por tanto, cualquier medida que se obtenga auxiliándonos de la vista, será aproximada.

Para hacer las medidas se utilizarán instrumentos que ampliarán la percepción visual, disminuyendo nuestros errores, pero nunca conseguiremos eliminarlos completamente. Además los instrumentos nunca serán perfectos en su construcción y generarán otros errores que se superpondrán a los generados por la percepción visual.

También habrá otras circunstancias externas como son las condiciones atmosféricas, que falsean las medidas, como es la temperatura, la humedad, la presión, etc., y como consecuencia de todas ellas la refracción de la luz, que provocarán otros errores.

Con todos estos errores, las medidas realizadas serán aproximadas y para evitar que los errores se acumulen y con esto llegar a valores inaceptables, será necesario establecer los métodos para que los errores probables o posibles no rebasen un límite establecido de antemano que en topografía se llama tolerancia. Se denomina error a la diferencia entre el valor obtenido y el real.



EXACTITUD.- Es la aproximación absoluta a la verdad (Sociedad Americana de Ingenieros civiles); También se define como el grado de conformidad con un patrón ó modelo (Servicios Geodésico y de costa de los EE.UU.).

PRECISIÓN.- Es el grado de perfección con que se realiza una operación; De ambas definiciones podemos concluir que una medición puede ser de gran precisión con todas las unidades necesarias y no ser exacta ó viceversa.

ORIGEN DE LOS ERRORES.

ERRORES HUMANOS.- Dentro de ello tenemos las limitaciones de los sentidos (vista, tacto, oído) y la operación incorrecta.

ERRORES INSTRUMENTALES.- Causados por los ajustes defectuosos y calibraciones erróneas de los equipos topográficos.

ERRORES POR FENOMENOS NATURALES.- Son causados por acción meteorológica, como la temperatura, vientos, refracción terrestre, humedad y declinación magnética.

CLASES DE ERRORES.

ERROR REAL.- Es una expresión matemática ó diferencia que resulta entre la comparación de dos cantidades, el valor más probable y el patrón, dentro de ello puede ser positivo (exceso) ó negativo (defecto).

ERROR SISTEMATICO Ó CONSTANTE.- es cuando se repite en una medición la misma magnitud y el signo puede ser positivo ó negativo, detectado el error debe cambiarse el método, el equipo ó instrumento.

ERROR FORTUITO Ó ACCIDENTAL.- Es producido por diferentes causas ajenas a la pericia del operador, los errores fortuitos en conjunto obedecen a las leyes de la probabilidad, puesto que un error accidental puede ser positivo ó negativo, estos errores son llamados también errores irregulares ó ambulantes.

VALOR PROBABLE SIMPLE.

El valor más probable de una cantidad es una expresión matemática que es el resultado de una operación de varias mediciones.

El valor más probable en la medición de una misma cantidad realizada en las mismas condiciones, es la media de todas las mediciones.

Ejemplo.1-

Una distancia AB se mide con los siguientes resultados:

1^{ra} lectura 123.43 mts
 2^{da} lectura 123.48 mts.
 3^{ra} lectura 123.39 mts.
 4^{ta} lectura 123.41 mts.

El valor más probable será la media de las cuatro lecturas realizadas:

$$V.M.P. = \frac{\Sigma Lect.}{n} = \frac{123.43 + 123.48 + 123.39 + 123.41}{4} = 123.4275$$

EJEMPLO 2.-

En una medición de ángulos tenemos 6 lecturas en las mismas condiciones.

a) 48°20'16" b) 48°20'37" c) 48°20'26" d) 48°20'35"
 e) 48°20'36" f) 48°20'30"

SOLUCION.

Valor más probable es:

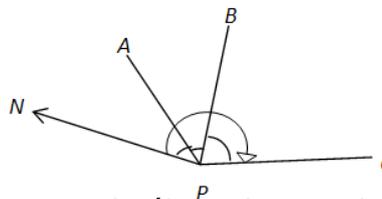
SUMATORIA = a) 48°20'16"
 b) 48°20'37"
 c) 48°20'26"
 d) 48°20'35"
 e) 48°20'36"
f) 48°20'30"
 290°03'00"

Entonces V.M.P = 290°03' ÷ 6 = 48°20'30"

EJEMPLO 3

De un mismo punto se realiza 4 lecturas de los que se obtiene:

∠NPA 38°40'10"
 ∠APB 39°50'50"
 ∠BPC 76°42'40"
 ∠NPC 155°13'00"



En esta clase de lecturas suele ocurrir que la última lectura debe ser igual a las tres anteriores por estar afectado de los mismos errores, porque las mediciones se hicieron en las mismas condiciones, por lo tanto la discrepancia se dividirá por el número de lecturas.

∠NPA 38°40'10"
 ∠APB 39°50'50"
∠BPC 76°42'40"
 155°13'40" ≅ 155°13'00"

Discrepancia = 155°13'40" - 155°13'00" = 40", comparando la suma de las tres primeras lecturas con la última existe una discrepancia de 40". Para encontrar el valor

más probable se divide entre 4 y el resultado restamos a los tres primeros ángulos (a, b y c) y sumamos al último (d), como muestra el cuadro. $40'' \div 4 = 10''$.

$$\begin{array}{r}
 \angle NPA \ 38^{\circ}40'10'' - 10'' = 38^{\circ}40'00'' \\
 \angle APB \ 39^{\circ}50'50'' - 10'' = 39^{\circ}50'40'' \\
 \underline{\angle BPC \ 76^{\circ}42'40'' - 10'' = 76^{\circ}42'30''} \\
 155^{\circ}13'40'' - 30'' = 155^{\circ}13'10'' =
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 155^{\circ}13'00'' \\
 \underline{+ 10''} \\
 155^{\circ}13'10''
 \end{array}$$

⇒ el valor más probable de los ángulos será:

$$\begin{array}{l}
 \angle NPA = 38^{\circ}40'00'' \\
 \angle APB = 39^{\circ}50'40'' \\
 \angle BPC = 76^{\circ}42'30'' \\
 \angle NPC = 155^{\circ}13'10''
 \end{array}$$

VALOR PROBABLE PONDERADO.

Para determinar el valor más probable ponderado de una medición se toma en consideración el número de observaciones que se realiza para cada una de ellas, el cual se le denomina peso, para llegar al valor más probable de diferentes precisiones que viene a ser la media ponderada, que resulta de dividir el producto de la medición por su peso entre la suma de pesos.

$$V.M.P = \frac{\Sigma(\text{Med.}_x \ P)}{\Sigma(P)} .$$

Ejemplo 4.

Se desea determinar el valor más probable de una medición, con varias observaciones para cada precisión, los datos de campo es como sigue:

- a) 182.459 2 veces.
- b) 182.433 4 veces.
- c) 182.462 5 veces.
- d) 182.448 8 veces.

SOLUCION.

El número de observaciones es el peso que se le asigna a cada lectura.

⇒

	MEDICIÓN	P	MED x P
a	182.459	2	364.918
b	182.433	4	729.732
c	182.462	5	912.310
d	182.448	8	1459.584
	SUMA	19	3466.544

$$V.M.P = \frac{\Sigma(\text{Med.}_x \ P)}{\Sigma(P)} = \frac{3466.544}{19} = 182.44968 \text{ mts.}$$

MAGNITUD DE ERRORES. Teoría de errores es un tema amplio, por lo que enfocaremos solamente lo necesario para aplicar en el curso de Topografía, entendiendo la magnitud de errores como el tamaño del error que se comete en una medición.

ERROR PROBABLE.- Viene a ser una cantidad positiva ó negativa, dentro de estos límites puede encontrarse el error más probable, para ello daremos directamente las fórmulas de aplicación, obviando su demostración.

$$1) E = 0.6745 \sigma \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}}$$

$$2) E = \frac{0.845 \sum v}{\sqrt{n(n-1)}}$$

$$3) E = 0.845 \bar{V}$$

$$4) E = \bar{V}$$

Si: E = Error probable

σ = desviación Típica

$\sum v^2$ = Sumatoria del cuadrado de las desviaciones.

$\sum v$ = Sumatoria de los valores absolutos de la desviación

\bar{V} = Media de la desviación.

v = Desviación.

n = Número de observaciones.

Ejemplo 6.

Se hizo 10 observaciones de distancia con mira estadimétrica en las mismas condiciones ambientales y operacionales a una distancia de 150 mts. Aproximadamente verificando la nivelación después de cada lectura. Calcular el error más probable de las lecturas.

	LECTURA		LECTURA
1.	150.045	6.	150.047
2.	150.048	7.	150.040
3.	150.039	8.	150.041
4.	150.038	9.	150.042
5.	150.046	10.	150.044

SOLUCION.

1) Hacemos cálculos previos para obtener la desviación, promedio de lecturas.

	LECTURAS	V	V ²
1.	150.045	0.002	0.000004
2.	150.048	0.005	0.000025
3.	150.039	0.004	0.000016
4.	150.038	0.005	0.000025
5.	150.046	0.003	0.000009
6.	150.047	0.004	0.000016
7.	150.040	0.003	0.000009
8.	150.041	0.002	0.000004
9.	150.042	0.001	0.000001
10.	<u>150.044</u>	<u>0.001</u>	<u>0.000001</u>
	$\sum n=1500.43$	$\sum v=0.03$	$\sum v^2=0.00011$
Med =	150.043	$\bar{V} = 0.003$	

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.00011}{10-1}} = 0.003496$$

El error más probable de las lecturas resultara de la aplicación de las fórmulas.

- 1) $E = 0.6745 \sigma = 0.6745 * 0.003469 = 0.00236$
- 2) $E = \frac{0.845 \Sigma v}{\sqrt{n (n - 1)}} = \frac{0.845 * 0.03}{\sqrt{10 (10 - 1)}} = 0.00267$
- 3) $E = 0.845 \bar{v} = 0.845 * 0.003 = 0.00254$
- 4) $E = \bar{v} = 0.003$

De la aplicación de estas fórmulas concluimos que la segunda y tercera son las más recomendables.

ERROR PROBABLE PONDERADO. El valor más probable esta afecto de un error más probable, el mismo que se calcula con la siguiente formula

$$E.m.p = 0.6745 \sqrt{\frac{\Sigma (WV^2)}{\Sigma W (n - 1)}}$$

Si: $\Sigma(WV^2)$ = Sumatoria del producto de pesos por el cuadrado de la desviación.

Σw = Sumatoria de pesos.

n = Número de observaciones.

EJEMPLO.7

En una lectura de campo se desea saber cuál es el error más probable que se puede haber cometido en la medición.

a) 182.459 (2), b) 182.433 (4) c) 182.462 (5), d) 182.448 (8)

SOLUCION.

LECTURAS	V	V ²	W	W*V ²
182.459	0.0085	0.00007225	2	0.0001445
182.433	0.0175	0.00030625	4	0.001225
182.462	0.0115	0.00013225	5	0.00066125
182.448	0.0025	0.00000625	8	0.00005
19	0.00208075			

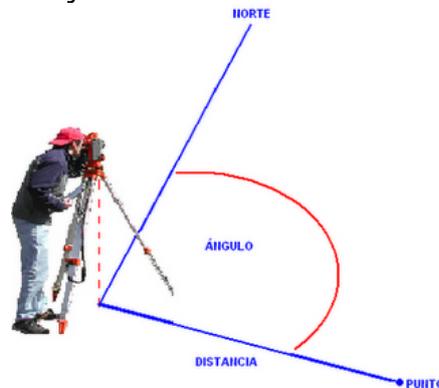
Aplicando la formula tenemos que:

$E.m.p = 0.6745 \sqrt{\frac{\Sigma (WV^2)}{\Sigma W (n - 1)}} = 0.6745 \sqrt{\frac{0.00208075}{19 (4 - 1)}} = 0.004075$ En las lecturas de campo el error más probable que se puede estar cometiendo es 4.075 mm.

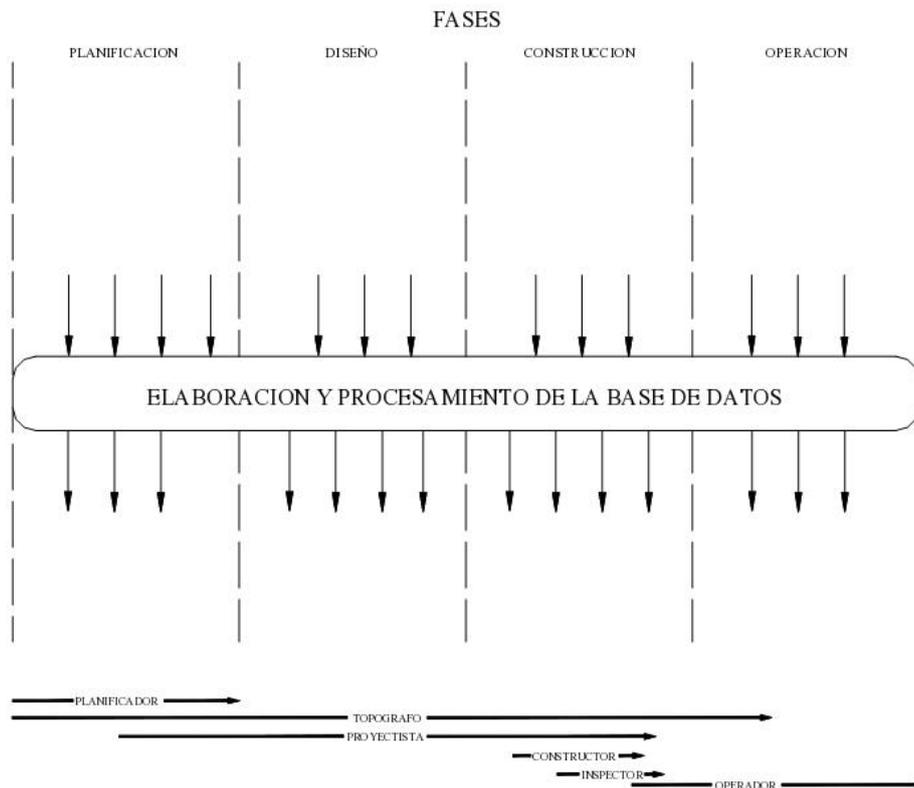
<http://medicionesangularesylongitudinales.blogspot.com/2011/08/medicion-pasos.html> (Medición a pasos)

Tema N° 4:
POLIGONACIÓN
TEXTO N° 4
4.1 INTRODUCCIÓN

La poligonación es uno de los procedimientos topográficos más comunes. Las poligonales se usan generalmente para establecer puntos de control y puntos de apoyo para el levantamiento de detalles y elaboración de planos, para el replanteo de proyectos y para el control de ejecución de obras.



Una poligonal es una sucesión de líneas quebradas, conectadas entre sí en los vértices. Para determinar la posición de los vértices de una poligonal en un sistema de coordenadas rectangulares planas, es necesario medir el ángulo horizontal en cada uno de los vértices y a distancia horizontal entre vértices consecutivos.



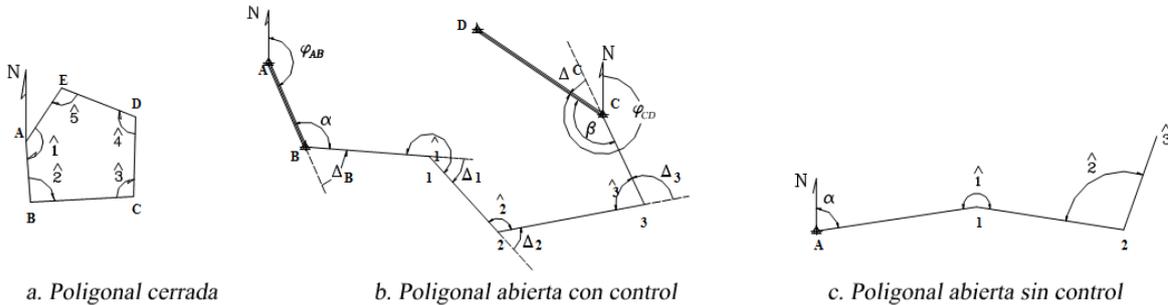
Participación de los procesos topográficos en las distintas fases de un proyecto

En forma general, las poligonales pueden ser clasificadas en:

Poligonales cerradas (a), en las cuales el punto de inicio es el mismo punto de cierre, proporcionando por lo tanto control de cierre angular y lineal.

Poligonales abiertas o de enlace con control de cierre (b), en las que se conocen las coordenadas de los puntos inicial y final, y la orientación de las alineaciones inicial y final, siendo también posible efectuar los controles de cierre angular y lineal.

Poligonales abiertas sin control (c), en las cuales no es posible establecer los controles de cierre, ya que no se conocen las coordenadas del punto inicial y/o final, o no se conoce la orientación de la alineación inicial y/o final.



4.2 CÁLCULO Y COMPENSACIÓN DE POLIGONALES

La solución de una poligonal consiste en el cálculo de las coordenadas rectangulares de cada uno de los vértices o estaciones.

En poligonales cerradas y en poligonales abiertas de enlace con control, se realizan las siguientes operaciones:

1. Cálculo y compensación del error de cierre angular.
2. Cálculo de azimuts o rumbos entre alineaciones (ley de propagación de los azimuts).
3. Cálculo de las proyecciones de los lados.
4. Cálculo del error de cierre lineal.
5. Compensación del error lineal.
6. Cálculo de las coordenadas de los vértices.

En poligonales abiertas sin control, solamente se realizan los pasos 2, 3 y 6 ya que no existe control angular ni lineal.

4.3 CÁLCULO Y COMPENSACIÓN DEL ERROR DE CIERRE ANGULAR

En una poligonal cerrada se debe cumplir que la suma de los ángulos internos debe ser:

$$\sum \angle_{int} = (n-2)180^\circ$$

En donde:

n = número de lados.

Como se estableció previamente en el capítulo 4, la medición de los ángulos de una poligonal estará afectada por los inevitables errores instrumentales y operacionales, por lo que el error angular vendrá dado por la diferencia entre el valor medido y el valor teórico.

$$E_a = \sum \angle_{int} - (n-2)180$$

Se debe verificar que el error angular sea menor que la tolerancia angular, generalmente especificada por las normas y términos de referencia dependiendo del trabajo a realizar y la apreciación del instrumento a utilizar, recomendándose los siguientes valores.

Poligonales principales	$T_a = \sqrt{a n}$
Poligonales secundarias	$T_a = \sqrt{a n + a}$
T_a = tolerancia angular	
a = apreciación del instrumento.	

Si el error angular es mayor que la tolerancia permitida, se debe proceder a medir de nuevo los ángulos de la poligonal.

Si el error angular es menor que la tolerancia angular, se procede a la corrección de los ángulos, repartiendo por igual el error entre todos los ángulos, asumiendo que el error es independiente de la magnitud del ángulo medido.

$$Ca = -\frac{Ea}{n}$$

En poligonales abiertas con control, el error angular viene dado por la diferencia entre el azimut final, calculado a partir del azimut inicial conocido y de los ángulos medidos en los vértices, y el azimut final conocido.

$$Ea = \phi_c - \phi_f$$

Ea= Error angular

ϕ_c = azimut final calculado

ϕ_f = azimut final conocido

Al igual que en poligonales cerradas, se compara el error con la tolerancia angular. De verificarse la condición, se procede a la corrección angular, repartiendo el error en partes iguales entre los ángulos medidos.

La corrección también se puede efectuar sobre los azimuts, aplicando una corrección acumulativa, (múltiplo de la corrección angular), a partir del primer ángulo medido. En otras palabras, el primer azimut se corrige con Ca, el segundo con 2Ca y así sucesivamente, hasta el último azimut que se corrige con Ca.

COMPENSACIÓN DE LOS ERRORES DE CIERRE

Error de cierre angular

1. Para una poligonal cerrada

Sabemos de la geometría plana, en lo que se refiere a cierre angular del polígono cerrado, debe cumplirse las siguientes condiciones:

1.- la suma de los ángulos interiores

$$\Sigma i = 180^\circ (n - 2)$$

La suma de los ángulos exteriores

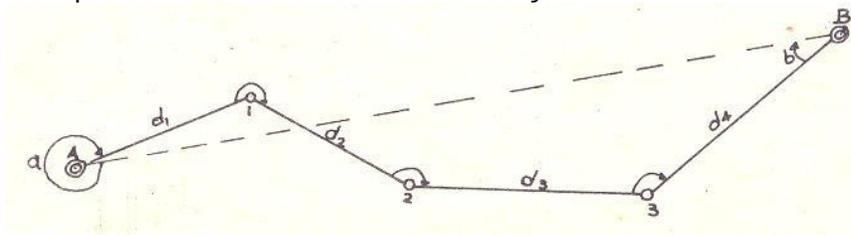
$$\Sigma e = 180^\circ (n + 2)$$

Según que se recorra el polígono, en el sentido de la marcha de las agujas del reloj o en sentido contrario de ese movimiento.

2. Para una poligonal abierta

Se puede encontrar el error de cierre angular, cuando los puntos extremos se vinculan a puntos Trigonométricos entre sí o a puntos poligonales principales.

Si se tiene la visual directa en A y B, ésta dirección puede ser utilizada lo mismo como dirección inicial que como dirección de Referencia. }



Como control de sus ángulos se tiene:

$$\hat{a} + \hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{b} - (5 \times 180^\circ) = 0^\circ 0'$$

Si los vertices son n, resultan:

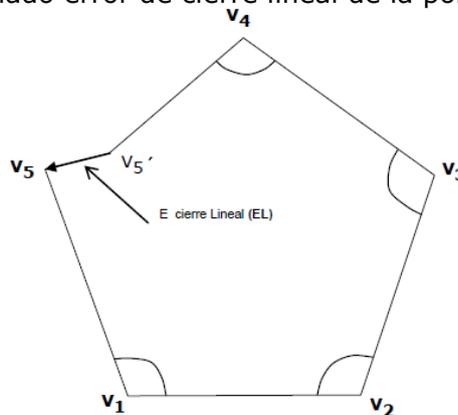
$$\hat{a} + \hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{b} - (n \times 180^\circ) = 0^\circ 0'$$

Siendo $d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_n$ los lados medidos

Cuando los puntos A y B no son visibles, Habrá que referir a los puntos ya existentes, cuya posición exacta ha sido determinada con ayuda de una triangulación y que así mismo proporciona las direcciones iniciales y de referencia; si la poligonal no es de mucha importancia se obtendrá el azimut de arranque y el azimut de cierre referidos a puntos arbitrarios de referencia.

4.4 ERROR DE CIERRE LINEAL

Debido principalmente a los inevitables pequeños errores y en los levantamientos de poca precisión; como puede ser una poligonal secundaria ya sea abierta o cerrada que ha sido levantado con la brújula o levantamiento poligonal gráfica, en lugar de llegar al punto de arranque grafica V_5 se obtendrá otro punto V_5' próximo de V_5 . El segmento $V_5 - V_5'$ es llamado error de cierre lineal de la poligonal



ERROR RELATIVO DE UNA POLIGONAL

Conociendo el error lineal de cierre de una poligonal; podemos determinar su ERROR RELATIVO, dividiendo dicho error entre el perímetro de la poligonal.

$$Er = \frac{EL}{P} \quad Er = \frac{1}{\frac{P}{EL}}$$

Dónde: Er = Error relativo EL = Error lineal de cierre P = Perímetro Cuando se realiza la compensación de una poligonal por coordenadas el error lineal es igual:

$$EL = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

Donde:

ΔX^2 = Error de cierre en X

ΔY^2 = Error de cierre en Y

El error relativo (Er) puede estar dentro o fuera de la tolerancia, si el Er está dentro de la tolerancia se considera un buen trabajo, y que el error de cierre obtenido se puede compensar, es decir, se puede repartir proporcionalmente en todo los vértices de la poligonal. Si el error es excesivo (Er fuera de tolerancia), se dice que el levantamiento fue mal ejecutado, por lo tanto la brigada debe retornar al campo para realizar nuevas mediciones. Se considera un buen trabajo, Er es menor o igual 1/1000, 1/3000, 1/5000, 1/10000 Compensación grafica de error de cierre.

Después del trazado de la poligonal, y se el error relativo se encuentra dentro de la tolerancia permitida, se puede efectúa una compensación gráfica.

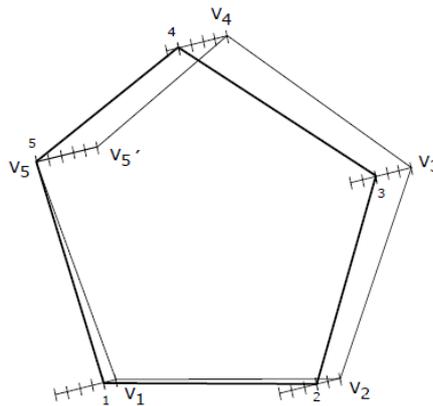
El error de cierre lineal (EL), como se muestra en la figura se orienta como el vector $V5' - V5$ por medio de una línea auxiliar.

Trace líneas auxiliares en cada uno de los vértices, paralelo al segmento $V5' - V5$.

Divida el error de cierre (de $V5'$ a $V5$), en número igual al número de vértices de la poligonal y repita esta operación en cada uno de los vértices (sobre la línea auxiliar trazada), enumerando las fracciones como se muestra en la Fig. 1 (de 0 a 5 a partir del vértice). Trazar la nueva poligonal.

Trazar la nueva poligonal (poligonal compensada), a partir del vértice $V1$, uniendo los puntos (nuevos vértices), en el siguiente orden: $V5$ a 1(en $V1$) 1(en $V1$) a 2(en $V2$) 2(en $V2$) a 3(en $V3$) 3(en $V3$) a 4(en $V4$) 4(en $V4$) a 5(en $V5$)

El trabajo será correcto si los lados de la nueva poligonal (compensada), no se cruza en ninguno de sus lados con la poligonal original (sin compensar).



Poligonal cerrada – compensación gráfica

4.5 CLASIFICACIÓN DE UNA POLIGONAL POR SU ERROR RELATIVO

Primer orden

Son aquellas en la que el error relativo no debe exceder de $1/10000$; los ángulos deben ser leídos con aproximación de $10''$ ó $15''$, preferiblemente empleando los métodos de reiteración; las visuales deben ser tomadas sobre tachuelas puestas en las estacas ó sobre los hilos de plomada. El error angular de cierre no debe exceder $15'' \sqrt{n}$ (n = número de lados); la longitud de los lados deben ser medidos con cintas de acero; tomando en cada medición los datos necesarios para hacer la corrección por temperatura (aproximación de 2 en 20 C), por horizontalidad y por catenaria.

Segundo orden

Son aquellas en la que el error relativo no exceda de $1/5000$; los ángulos deben ser medidos con aproximación de $30''$, las visuales deben ser tomadas cuidadosamente sobre tachuelas puestas en las estacas ó sobre el hilo de la plomada; el error angular de cierre no debe exceder $\pm 30'' \sqrt{n}$ (n = número de lados); la longitud de sus lados debe obtenerse empleando cintas de acero, en cada cintada deben tomarse los datos necesarios para hacer la corrección por temperatura (aproximación de 5 C); corrección por horizontalidad, corrección por catenaria. Este tipo de poligonales se emplea generalmente para levantamiento de ciudades, para linderos importantes y en general para control de levantamientos grandes.

Tercer orden

Son aquellas en la que el error relativo no debe exceder $1/2500$; los ángulos deben ser cuidadosamente leídos con aproximación al minuto; las visuales se deben hacer sobre Jalones colocados a plomo; el error angular de cierre no debe exceder $\pm 1' \sqrt{n}$ (n = número de lados); para la longitud de los lados deben emplearse cintas de acero, no se hace la corrección por temperatura sí esta difiere en más de 10 C con la temperatura ambiente; no se hace corrección por horizontalidad si las pendientes son menores de 2% . Se debe hacer corrección por catenaria. Empleamos este tipo de

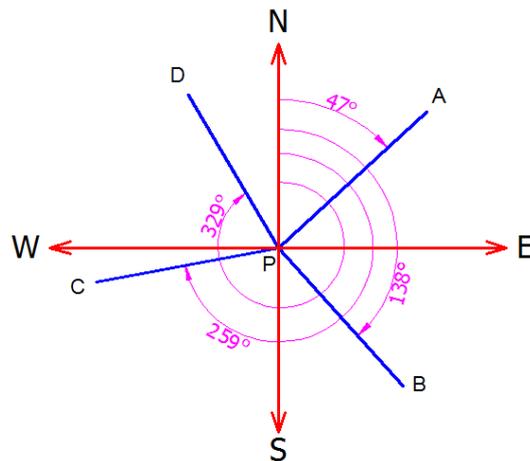
poligonal en la gran mayoría de levantamientos topográficos, trazo de ferrocarriles, carreteras, etc.

Cuarto orden

Son aquellas en la que el error relativo no exceda de $1/1000$; los ángulos deben ser leídos con aproximación al minuto; las visuales se deben hacer sobre jalones cuya verticalidad se aprecia al ojo; el error angular de cierre no debe exceder $\pm 1' 30'' \sqrt{n}$ (n = número de lados). La medición de los lados deben efectuarse empleando cintas de acero ó estadimétricamente; no se hace corrección por temperatura; no se hace corrección por horizontalidad si las pendientes son menores del 3%. Se utiliza éste tipo de poligonal para levantamientos preliminares; para obtener el control planimétrico adecuado en levantamientos no muy extensos.

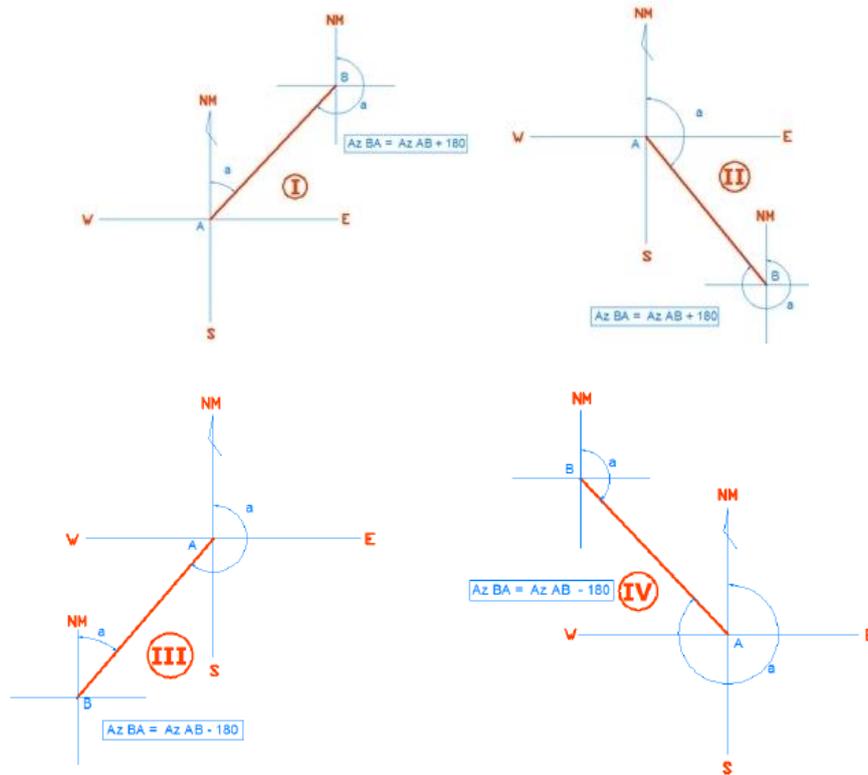
Tema N° 5: ÁNGULOS, RUMBOS Y AZIMUTS

El Azimut de una línea es el ángulo medido en el sentido horario, a partir de una línea de referencia que pasa por el punto de observación hasta la línea visada. La referencia puede ser: Norte Magnético, Norte Geográfico o Meridiano supuesto. Los ángulos Azimutales se pueden medir directamente empleando la Brújula. La Brújula utiliza como referencia el Norte Magnético nos da el Azimut respecto a esta, pero sin embargo solo se denomina Azimut, que indica que fue obtenida con la brújula.



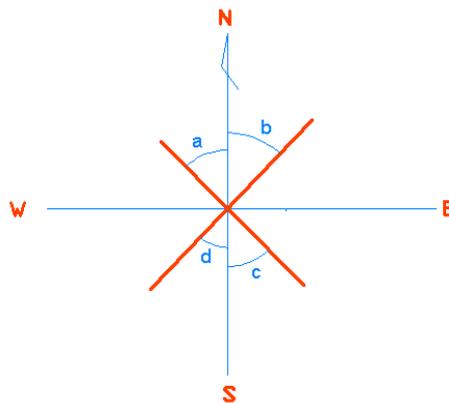
5.1 CLASES DE AZIMUT

- 1) Azimut Directo.- Es aquel que se indica desde el punto de estación referencial al punto extremo, según itinerario topográfico.
- 2) Azimut Inverso.- Es desde el extremo al punto de estación



RUMBOS

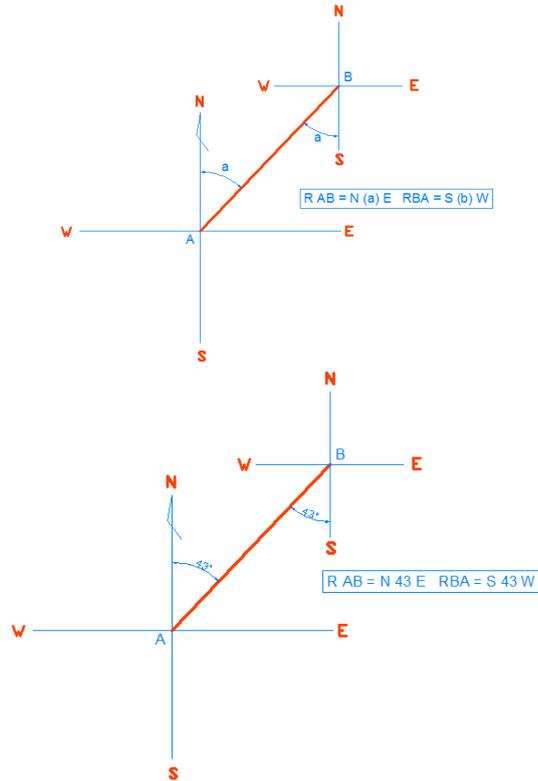
Representan un sistema para designar las direcciones de las líneas. El rumbo de una línea es el ángulo horizontal entre un meridiano de referencia y la línea. El ángulo se mide ya sea desde la derecha o izquierda del Norte o desde el Sur (verdadero o magnético), su variación es entre 0 y 90 grados.



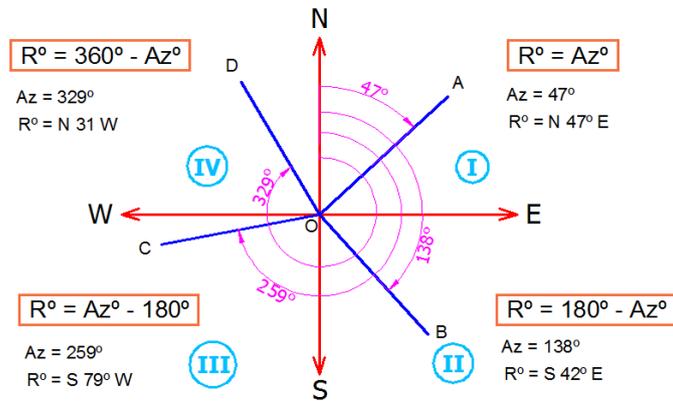
5.2 CLASES DE RUMBOS

3) Rumbo Directo.- Es aquel que se indica desde el punto de estación referencial al punto extremo, según itinerario topográfico.

4) Rumbo Inverso.- Es desde el extremo al punto de estación. El valor es el mismo solo varía la orientación.



5.3 RELACIÓN ENTRE AZIMUTS Y RUMBOS

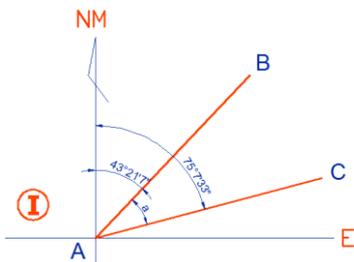


5.4 CÁLCULO DE ÁNGULOS INTERNOS CONOCIENDO RUMBOS Y AZIMUTS

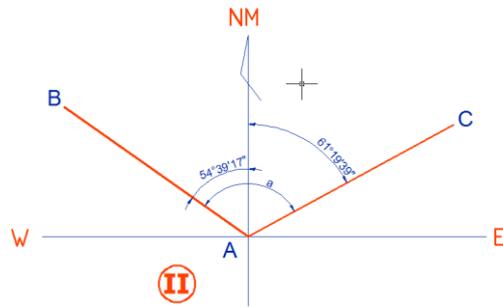
1. Rumbos (Cuando los rumbos se encuentran en el mismo cuadrante).

$$\angle a = R_{AC} - R_{AB}$$

$$\angle a = 75^{\circ}07'33'' - 43^{\circ}21'7'' \angle a = 31^{\circ}46'26''$$



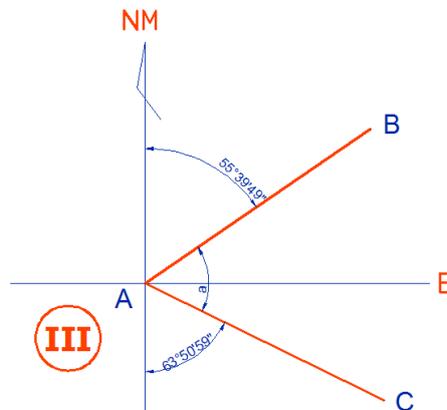
$$\angle a = R_{AB} + R_{AC}$$



$$\begin{aligned} \angle a &= 54^{\circ}39'17'' - 61^{\circ}19'39'' \\ \angle a &= 115^{\circ}58'56'' \end{aligned}$$

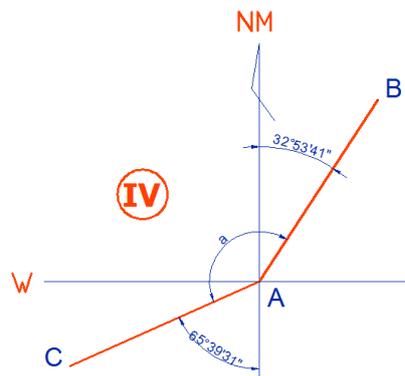
$$\angle a = 180^{\circ} - (R_{AB} + R_{AC})$$

$$\angle a = 180^{\circ} - (55^{\circ}39'39'' + 63^{\circ}50'59'') \quad \angle a = 60^{\circ}29'12''$$

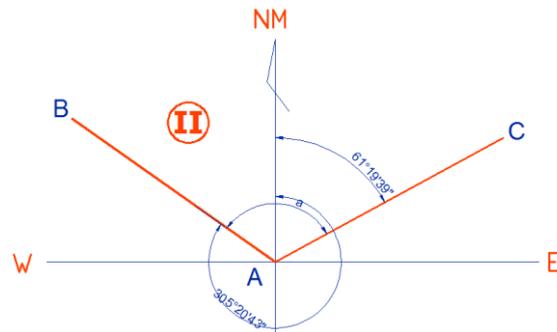


$$\angle a = R_{AB} + 180^{\circ} - R_{AC}$$

$$\begin{aligned} \angle a &= 32^{\circ}53'41'' + 180^{\circ} - 65^{\circ}39'31'' \\ \angle a &= 147^{\circ}14'10'' \end{aligned}$$



2. Azimuts

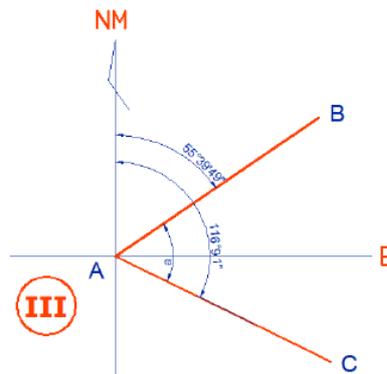


$$\angle a = (360 - AZ_{AB}) + AZ_{AC}$$

$$\angle a = (360^\circ - 305^\circ 20' 43'') + 61^\circ 19' 39''$$

$$\angle a = 115^\circ 58' 56''$$

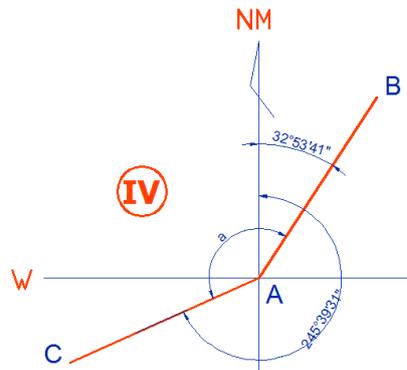
$$\angle a = AZ_{AC} - AZ_{AB}$$



$$\angle a = (360^\circ - AZ_{AC}) + AZ_{AB}$$

$$\angle a = (360^\circ - 245^\circ 39' 31'') + 32^\circ 53' 41''$$

$$\angle a = 147^\circ 14' 10''$$



5.5 LEVANTAMIENTO CON BRÚJULA

El uso de un instrumento como es la brújula para levantamientos topográficos, permite orientar cualquier levantamiento en relación a una línea de referencia, que será de vital importancia a la hora de realizar un gráfico, del mismo modo podemos realizar mediciones de ángulos en base a la orientación de lados de una poligonal.

LA BRÚJULA

Una brújula no consiste más que en un objeto imantado y dispuesto de manera que oscile sin rozamiento, de esta manera aprovecha el natural magnetismo terrestre para disponer de una referencia fiable para orientarse indicando en norte magnético.

Reseña histórica

Poco se sabe sobre el origen de la brújula, aunque los chinos afirman que ellos la habían inventado más de 2.500 años antes de Cristo. Y es probable que se haya usado en los países del Asia Oriental hacia el tercer siglo de la era cristiana. Y hay quienes opinan que un milenio más tarde, Marco Polo la introdujo en Europa.

Los chinos usaban un trocito de caña conteniendo una aguja magnética que se hacía flotar sobre el agua, y así indicaba el norte magnético. Pero en ciertas oportunidades no servía, pues necesitaba estar en aguas calmas, por lo que fue perfeccionada por los italianos.

El fenómeno del magnetismo se conocía; desde hacía mucho tiempo que un elemento fino de hierro magnetizado señalaba hacia el norte, hay diversas teorías sobre quién inventó la brújula. Ya en el siglo XII existían brújulas rudimentarias. En 1269, Pietro Peregrino de Maricourt, alquimista de la zona de Picardía, describió y dibujó en un documento, una brújula con aguja fija (todavía sin la rosa de los vientos). Los árabes se sintieron muy atraídos por este invento; la utilizaron inmediatamente, y la hicieron conocer en todo el mundo.

Posteriormente se logró un nuevo avance, cuando el físico inglés Sir William Thomson (Lord Kelvin) logró independizar a este instrumento, del movimiento del barco durante tempestades, y anuló los efectos de las construcciones del barco sobre la brújula magnética.

Utilizó ocho hilos delgados de acero sujetos en la rosa de los vientos, en lugar de una aguja pesada. Y era llenada con aceite para disminuir las oscilaciones.

En los comienzos del siglo XX aparece la brújula giroscópica o también llamada girocompás. Consiste en un giróscopo, cuyo rotor gira alrededor de un eje horizontal paralelo al eje de rotación de la tierra. Se le han agregado dispositivos que corrigen la desviación, la velocidad y el rumbo; y en los transatlánticos y buques suele estar conectado eléctricamente, a un piloto automático. Este girocompás señala el norte verdadero, mientras que la brújula magnética, justamente, señalaba el norte magnético.



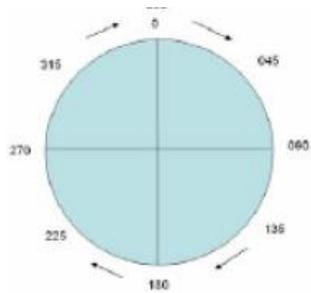
Construcción

Las brújulas que se comercializan constan de una aguja de acero imantada bicolor montada sobre un zafiro que hace de eje, inmerso dentro de un receptáculo hermético y relleno de un líquido estabilizador que hace de amortiguador para que no oscile demasiado la aguja indicadora. Los precios y la calidad varían según los materiales y la precisión que tengan la brújula. Se pueden encontrar varios modelos diferenciados...la brújula tipo militar o lensática, plegable, metálica y con mirilla para tomar acimut, la de base transparente para poder consultar mejor con los mapas y la más idónea para la orientación, contenida en una caja.

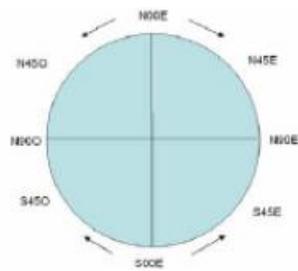
Clases de Brújulas

- 1.- De acuerdo a su limbo
 - De limbo Fijo
 - De limbo Móvil
- 2.- De acuerdo a su graduación
 - Azimutal.- Graduadas en 360 grados

- De Rumbo.- Graduadas a 90 grados por cuadrante



Azimut: se mide de 0° a 360° en sentido horario.



Rumbo: se mide de 0° a 90° por cuadrantes hacia el este o el oeste.

Tipos de Brújulas
Brújula tipo Brunton

Llamada también brújula de Geólogo pues es un instrumento muy usado por Geólogos para realizar Mapeos Geológicos; así mismo se puede usar en trabajos topográficos y geodésicos. Permiten medir ángulos horizontales y verticales; así como Rumbos y Buzamientos de estructuras en Geología.



Brújula para usar con mapas



Partes de una brújula



1. Espejo. Algunas los llevan siendo más fácil el tomar referencias sobre el terreno.

2. Gomas anti-deslizantes para favorecer el agarre de la brújula sobre superficies lisas o inclinadas.

3. Cápsula o limbo graduado giratorio y numerado. Es recomendable que las cifras estén grabadas además de impresas para que no se borren con el uso.

El coste de la brújula aumenta con la precisión de los grados, de 5 a 2 grados se puede tratar de brújula normal, de 2 y menos son de buena calidad e incluso existen algunas con una precisión de 1/6 de grado, eso sí con, precios prohibitivos.

4. Marcas paralelas N-S para facilitar la orientación con el mapa.

5. Señales visibles de noche y con poca visibilidad.

6. Aguja de acero señalizadora, inmersa en líquido y estabilizada.

7. Clinómetro.

8. Lupa.

9. Reglas laterales en cm y pulgadas.

10. Escalas convertoras.

11. Flecha indicadora de la dirección principal.

12. Placa base transparente.

5.6 FUENTES DE ERRORES CON LA BRÚJULA

ATRACCIÓN LOCAL.- Es la más importante, siendo por lo general bien laborioso tratar de disminuir este error y esta se hace por una serie de lecturas a lo largo de cada una de las alineaciones que forman la red de apoyo. Errores de observación.- Se evitan leyendo siempre el azimut directo y el azimut inverso para cada línea y conservando siempre la brújula en una posición horizontal y buenas condiciones. Errores Instrumentales.- Para eliminar estos errores conviene tener la brújula en buenas condiciones de ajuste.

Tema N° 6:

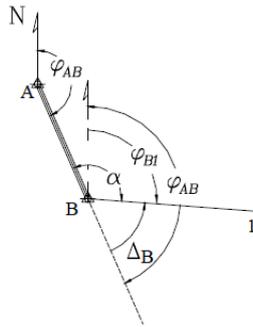
PROPAGACIÓN Y MERIDIANOS Y DECLINACIÓN

TEXTO N° 6

6.1 LEY DE PROPAGACIÓN DE LOS AZIMUTS

Los azimuts de los de lados una poligonal se puede calcular a partir de un azimut conocido y de los ángulos medidos, aplicando la ley de propagación de los azimuts, la cual se puede deducir de la figura

Supongamos que en la figura, se tienen como datos el azimut Φ_{AB} y los ángulos en los vértices y se desea calcular los azimuts de las alineaciones restantes, para lo cual procedemos de la siguiente manera.



El acimut ϕ_{B1} será

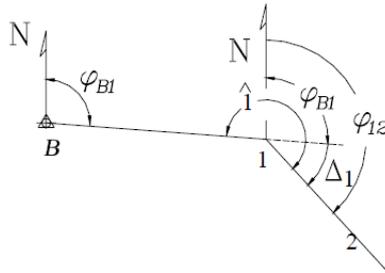
$$\phi_{B1} = \phi_{AB} - \Delta_B$$

siendo

$$\Delta_B = 180 - \alpha$$

luego

$$\phi_{B1} = \phi_{AB} + \alpha - 180^\circ$$



El acimut ϕ_{12} será

$$\phi_{12} = \phi_{B1} + \Delta_1$$

siendo

$$\Delta_1 = \angle 1 - 180^\circ$$

luego

$$\phi_{12} = \phi_{B1} + \angle 1 - 180^\circ$$

Si aplicamos el mismo procedimiento sobre cada uno de los vértices restantes, podremos generalizar el cálculo de los azimuts según la siguiente ecuación:
 $\phi_i = \phi_{i-1} + \angle \text{vértice} \pm 180^\circ$

En donde:

ϕ_i = azimut del lado

ϕ_{i-1} = azimut anterior

Los criterios para la utilización de la ecuación son los siguientes:

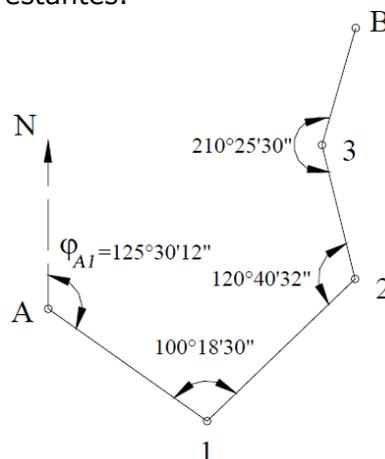
Si $(\phi_{i-1} + \angle \text{vértice}) < 180^\circ \Rightarrow$ se suma 180°

Si $(\phi_{i-1} + \angle \text{vértice}) \geq 180^\circ \Rightarrow$ se resta 180°

Si $(\phi_{i-1} + \angle \text{vértice}) \geq 540^\circ \Rightarrow$ se resta 540° ya que ningún azimut puede ser mayor de 360°

Ejemplo

Conocido el azimut ϕ_{A1} y los ángulos en los vértices de la figura E5-1, calcule los azimuts de las alineaciones restantes.



Solución

Aplicando la ecuación tenemos:

Azimut de la alineación 1-2

$$\phi_{12} = (125^{\circ}30'12'' + 100^{\circ}18'30'') \pm 180^{\circ}$$

Como

$$(125^{\circ}30'12'' + 100^{\circ}18'30'') = 225^{\circ}48'42'' > 180^{\circ}$$

$$\phi_{12} = 225^{\circ}48'42'' - 180^{\circ} = 45^{\circ}48'42''$$

$$\phi_{12} = 45^{\circ}48'42''$$

Azimut de la alineación 2-3

$$\phi_{2-3} = (45^{\circ}48'42'' + 120^{\circ}40'32'') \pm 180^{\circ}$$

Como

$$(45^{\circ}48'42'' + 120^{\circ}40'32'') = 166^{\circ}29'14'' < 180^{\circ}$$

$$\phi_{23} = 166^{\circ}29'14'' + 180^{\circ} = 346^{\circ}29'14''$$

$$\phi_{23} = 346^{\circ}29'14''$$

Azimut de la alineación 3-B

$$\phi_{3B} = (346^{\circ}29'14'' + 210^{\circ}25'30'') \pm 180^{\circ}$$

Como

$$(346^{\circ}29'14'' + 210^{\circ}25'30'') = 556^{\circ}54'44'' > 540^{\circ}$$

$$\phi_{3B} = 556^{\circ}54'44'' - 540 = 16^{\circ}54'44''$$

$$\phi_{3B} = 16^{\circ}54'44''$$

6.2 MERIDIANOS DE REFERENCIA

Línea imaginaria o verdadera que se elige para referenciar las mediciones que se harán en terreno y los cálculos posteriores. Éste puede ser supuesto, si se elige arbitrariamente. Verdadero, si coincide con la orientación Norte-Sur geográfica de la Tierra. Magnético si es paralelo a una aguja magnética libremente suspendida

PARALELOS Y MERIDIANOS.

Para una mejor comprensión de los conceptos desarrollados seguidamente conviene conocer algunas características geométricas de una esfera:

Círculo máximo. Es aquel formado por un plano que pasa por el centro de la esfera y la divide en dos partes iguales.

Círculo menor. Está formado por la intersección de la esfera con un plano que no pasa por el centro de la misma.

En una esfera pueden trazarse infinitos círculos máximos y menores que pasen por un punto, pero solamente uno si la condición es que pase dos puntos.

La distancia más corta entre dos puntos de una esfera es un arco de círculo máximo.

Antes de entrar a desarrollar los conceptos de latitud y longitud veamos que son los paralelos y los meridianos.

PARALELOS.

Comencemos por el ecuador. Este es un círculo máximo imaginario perpendicular al eje de rotación de la Tierra, que como se ve en la figura es único, no hay otro con esas características.

Este círculo, equidistante de los polos, divide la Tierra en dos hemisferios: hemisferio Norte, semiesfera que abarca desde el ecuador hasta el polo Norte, y hemisferio Sur, la otra semiesfera que comprende desde el ecuador hasta el polo Sur.

Al norte y al sur del ecuador y paralelos al mismo, se pueden trazar una sucesión de círculos menores imaginarios que se hacen más pequeños a medida que se acercan a los polos. Estos círculos menores (también el ecuador) reciben el nombre de paralelos. Por cualquier punto de la superficie terrestre se puede trazar un paralelo.

Los paralelos se denominan por su distancia angular (latitud) respecto al ecuador, pero como esto por si solo es impreciso pues no se sabe si esa distancia está al norte o al sur del ecuador (paralelo 0°), se identifican además como paralelos Norte o paralelos Sur según se encuentren al norte o al sur del ecuador respectivamente. En el

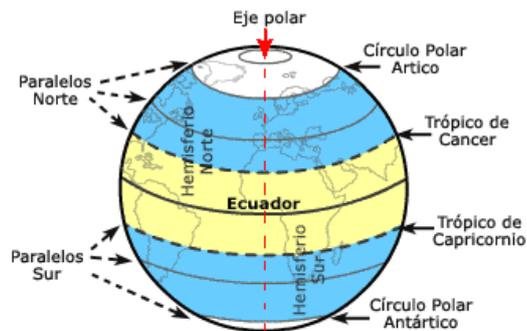
siguiente párrafo se puede ver entre paréntesis la denominación de cuatro paralelos particulares.

En muchos globos y mapas los paralelos se muestran usualmente en múltiplos de 5°. También suelen indicarse por su especial significado cuatro paralelos concretos:

El Trópico de Cáncer (23°27'N) y el Trópico de Capricornio (23°27'S), los cuales marcan los puntos más al norte y al sur del ecuador donde los rayos del sol caen verticalmente, es decir, son las latitudes máximas que alcanza el sol en su movimiento anual aparente. En el solsticio de junio (21-22 de junio) el sol parece hallarse directamente sobre el Trópico de Cáncer mientras que en el solsticio de diciembre (22-23 de diciembre) el sol parece estar directamente sobre el Trópico de Capricornio.

El Círculo Polar Ártico (66°33'N) y el Círculo Polar Antártico (66°33'S) que marcan los puntos mas al norte y al sur del ecuador donde el sol no se pone en el horizonte o no llega a salir hacia unas fechas determinadas (solsticios). Desde esos círculos hacia los polos respectivos el número de días sin sol se incrementan y luego disminuyen hasta el punto que en los polos se suceden seis meses de oscuridad con otros seis meses de luz diurna. Los círculos polares están a la misma distancia de los polos que los trópicos del ecuador: $90^\circ - 23^\circ 27' = 66^\circ 33'$.

Resumiendo: Los paralelos sirven para medir la distancia angular de cualquier punto de la superficie de la Tierra en dirección Norte o Sur respecto a la línea imaginaria del ecuador.



Paralelos terrestres.

MERIDIANOS.

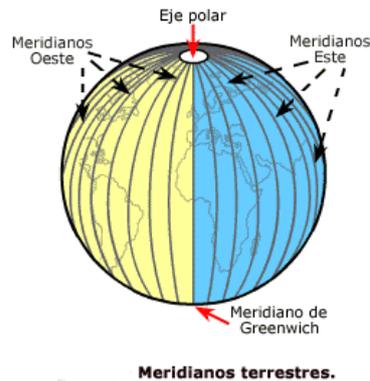
Se trata de semicírculos que pasando por los polos son perpendiculares al ecuador, algo parecido a los gajos de una naranja.

Cada meridiano está compuesto por dos semicírculos, uno que contiene al meridiano considerado y otro al meridiano opuesto (antimeridiano). Cada meridiano y su antimeridiano dividen la tierra en dos hemisferios, occidental y oriental. El oriental será el situado al este del meridiano considerado y el occidental el considerado al oeste.

Por cualquier punto de la superficie terrestre se puede trazar un meridiano.

Un meridiano "especial" es el de Greenwich, el cual divide la tierra en dos hemisferios: Este u oriental situado al este de dicho meridiano y hemisferio Oeste u occidental al oeste del mismo. Los meridianos se denominan, de manera similar a los paralelos, por su distancia angular (longitud) respecto al meridiano de Greenwich y para evitar imprecisiones se denominan meridianos Este u Oeste según estén al este o al oeste de aquel meridiano.

Resumiendo: Los meridianos sirven para medir la distancia angular de cualquier punto de la superficie de la Tierra en dirección Este u Oeste respecto al meridiano 0° (Greenwich).



NORTE GEOGRÁFICO O VERDADERO

El polo norte geográfico, utilizado como referencia en todos los mapas, es consecuencia de la división imaginaria del globo terráqueo en diferentes gajos (husos) a través de los meridianos. El punto de intersección de todos ellos da lugar a los polos Norte y Sur, por los que pasa el eje de giro de la Tierra.

NORTE MAGNÉTICO

El polo norte magnético es el punto de la superficie terrestre que atrae el extremo rojo de la aguja de la brújula

6.3 MAGNETISMO TERRESTRE

El fenómeno del magnetismo terrestre se debe a que toda la Tierra se comporta como un gigantesco imán. Aunque no fue hasta 1600 que se señaló esta similitud, los efectos del magnetismo terrestre se habían utilizado mucho antes en las brújulas primitivas.

Un hecho a destacar es que los polos magnéticos de la Tierra no coinciden con los polos geográficos de su eje. Las posiciones de los polos magnéticos no son constantes y muestran ligeros cambios de un año para otro, e incluso existe una pequeñísima variación diurna solo detectable con instrumentos especiales.

El funcionamiento de la brújula se basa en la propiedad que tiene una aguja imantada de orientarse en la dirección norte-sur magnética de la tierra.

Meridianos magnéticos

Las líneas magnéticas en su recorrido sobre la superficie terrestre forman los meridianos magnéticos.

Estas líneas magnéticas no son fijas en su posición geográfica ni en su dirección, parten del núcleo de la tierra, atraviesan la corteza terrestre en el Polo Sur Magnético y se dirigen en busca del Polo Norte Magnético en donde vuelven a atravesar la corteza terrestre para llegar nuevamente al núcleo; forman curvas que cambian constantemente de posición, se desplazan en forma lenta pero continua.

En el arco que recorren toman distintas posiciones respecto de su orientación al Norte magnético, describiendo meridianos magnéticos que son similares a los meridianos geográficos pero no coincidentes

La dirección de las líneas magnéticas es la dirección que toma la aguja de una brújula apuntando al Norte Magnético.

6.4 DECLINACION MAGNETICA

La declinación magnética viene a ser el ángulo formado por el Norte Magnético y el Norte Verdadero, En los levantamientos topográficos antiguos para un replanteo actual es necesario corregirse por declinación magnética para llegar a ubicar la orientación verdadera.

Ejemplo.

En un levantamiento con brújula en 1975 se visa un eje "OP" con rumbo de S19°25'E, sabiendo que en aquel entonces su declinación magnética fue de 5°48'E, se desea saber el Azimut verdadero de dicho alineamiento.

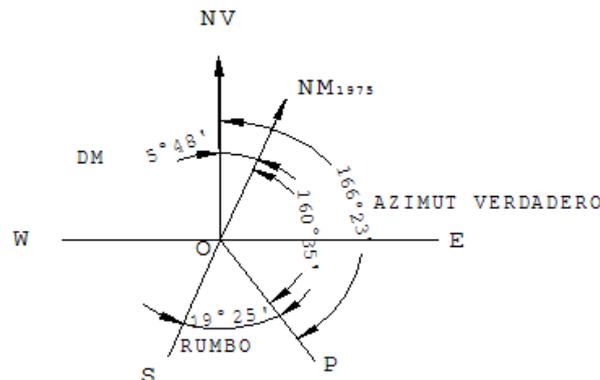
SOLUCION:

Si S19°25'E = $Z_{OP} = 160°35'$.

D.M. = 5°48'E

⇒ El $Z_V = Z_{OP} + D.M.$

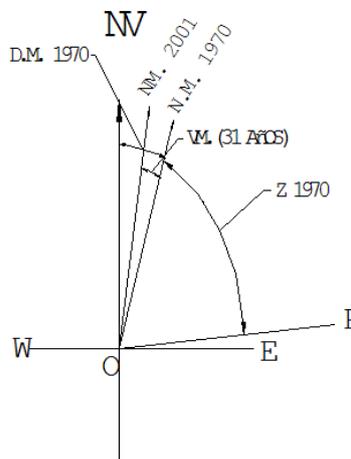
⇒ $Z_V = 160°35' + 5°48' = 166°23'$



Ejemplo.

El Rumbo de un lindero "OP" en 1970 era N 83°12'25"E, y su declinación magnética fue 6°18'E, se sabe que la variación anual es de 6'18"W; Cual es el rumbo y Declinación magnética actual. 2001 y 1970

SOLUCION:



$R_{70} = N 83°12'25'' E$ (magnético)

$Z_{70} = 83°12'25''$ (magnético)

$DM_{1970} = 6°18'E$ (declinación magnética)

Entonces, Acimut verdadero (Z_V) será:

$Z_V = Z_{70} + DM_{70}$

$Z_V = 83°12'25'' + 6°18' = 89°30'25''$

Tiempo que transcurrió el levantamiento desde 1970.

$T = 2001 - 1970 = 31$ Años.

Variación Magnética en 31 años.

$$V.M.A. = 6'18''W \text{ (Variación Magnética Anual)}$$

$$V.M = 6'18'' \times 31 = 195'18'' = 3^{\circ}15'18''W$$

La Declinación Magnética Actual (2001) será:

$$DM_{2001} = 6^{\circ}18' - 3^{\circ}15'18'' = 3^{\circ}02'42''E$$

El Rumbo magnético actual (2001) será:

$$R_{2001} = Z_v - D.M_{2001}$$

$$R_{2000} = 89^{\circ}30'25'' - 3^{\circ}02'42'' = N 86^{\circ}27'43'' E.$$

Rta:

Declinación Magnética Actual es $3^{\circ}02'42''E$

Rumbo magnético Actual es $N 86^{\circ}27'43''E$

VARIACIÓN DE LA DECLINACIÓN MAGNÉTICA

La declinación magnética es variable con el espacio y el tiempo, en tal sentido podemos clasificar dicha variación en periódica y geográfica.

Variación Periódica

Para un mismo lugar, la declinación varía continuamente con el transcurso del tiempo estos se dividen en:

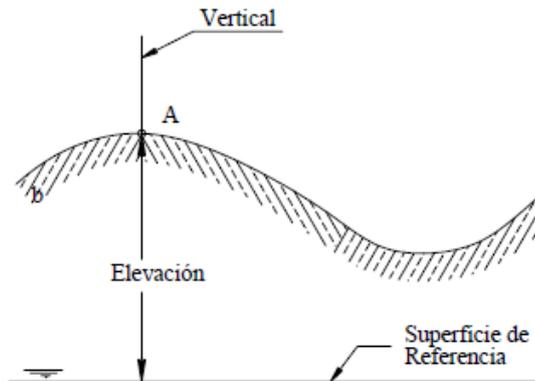
Variación Secular

Es la más importante entre todas las variaciones periódicas; la declinación varía a lo largo de los siglos y no existe en la actualidad un modelo matemático que calcule con exactitud el valor de dicho cambio. Según estudios científicos, esta variación se genera debido a la rotación del eje magnético alrededor del geográfico en un periodo irregular promedio de 700 años. Hoy en día se suele publicar en la zona inferior de las cartas la declinación del centro de la hoja con la fecha de observación; así mismo se consigna el cambio promedio anual (que viene hacer el cambio promedio de la variación secular para un año).

Estos datos nos permite actualizar la declinación desde la fecha de observación hasta la presente; sin embargo debemos tener cuidado de apoyarnos en mapas no muy antiguos para asumir un incremento o decremento lineal.

Tema N° 7:
TEXTO N° 7
NIVELACIÓN

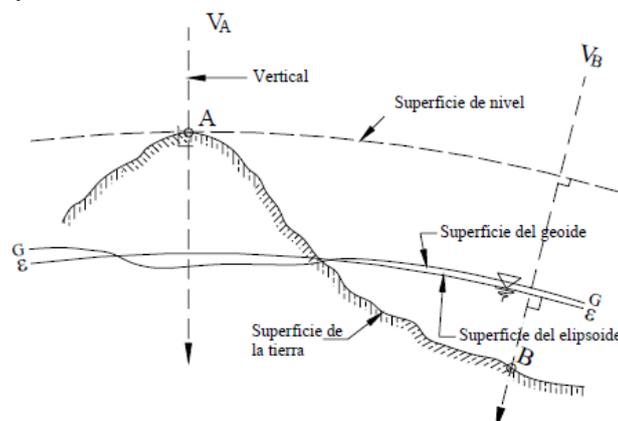
La nivelación es el proceso de medición de elevaciones o altitudes de puntos sobre la superficie de la tierra. La elevación o altitud es la distancia vertical medida desde la superficie de referencia hasta el punto considerado. La distancia vertical debe ser medida a lo largo de una línea vertical definida como la línea que sigue la dirección de la gravedad o dirección de la plomada.



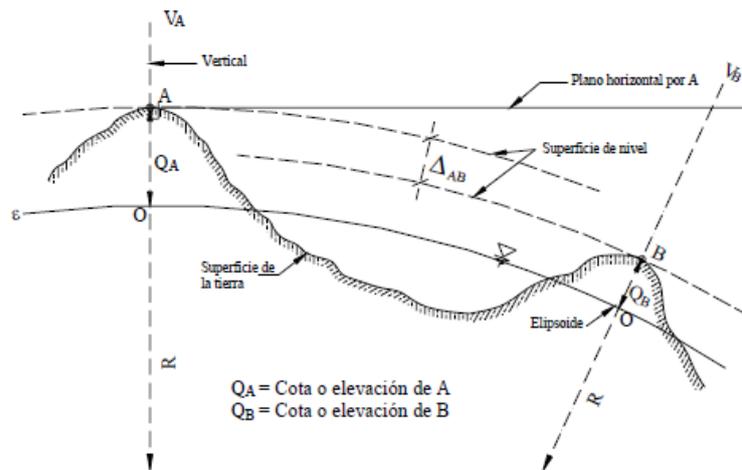
Elevación o altitud de un punto

7.1 FORMA DE LA TIERRA

Para el estudio de la nivelación es necesario definir o determinar la forma de la tierra, problema extremadamente complejo si no imposible para una solución matemática. Fue costumbre definir la superficie de la tierra como la superficie del geode o superficie de nivel, que coincide con la superficie del agua en reposo de los océanos, idealmente extendido bajo los continentes, de modo que la dirección de las líneas verticales crucen perpendicularmente esta superficie en todos sus puntos¹. En realidad, la superficie del geode es indeterminada, ya que depende de la gravedad y esta a su vez de la distribución de las masas, de la uniformidad de las mismas y de la deformación de la superficie terrestre. Se ha demostrado que la tierra no sólo es achatada en los polos, sino también en el Ecuador aunque en mucha menor cantidad. Debido a la complejidad del problema, se ha reemplazado la superficie del geode por la superficie de un elipsoide que se ajusta lo suficiente a la forma real de la tierra. Con esta aproximación podemos asumir que una superficie de nivel es perpendicular en cualquier punto a la vertical del lugar o dirección de la plomada, tal y como se muestra en la figura anterior. Un plano horizontal en un punto sobre la superficie terrestre es perpendicular a la línea vertical que pasa por el punto, es decir, es un plano tangente a la superficie de nivel solamente en dicho punto (figura). La cota absoluta de un punto es la distancia vertical entre la superficie equipotencial que pasa por dicho punto y la superficie equipotencial de referencia o superficie del elipsoide (QA y QB en la figura).



Representación de las superficies del geode y el elipsoide



Plano horizontal de un punto sobre la superficie de la tierra

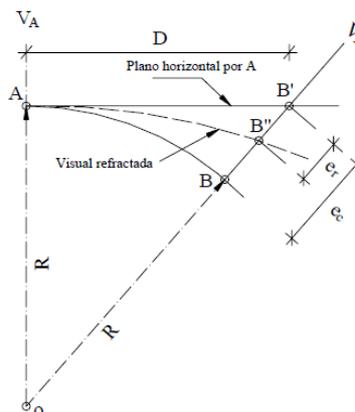
El desnivel entre dos puntos (ΔAB) es la distancia vertical entre las superficies equipotenciales que pasan por dichos puntos. El desnivel también se puede definir como la diferencia de elevación o cota entre ambos puntos.

$$\Delta AB = QB - QA$$

Para la solución de los problemas prácticos de ingeniería, debemos estimar hasta que punto se puede asumir, sin apreciable error, que el plano horizontal coincide en toda su extensión con la superficie de nivel; es decir, hasta qué punto podríamos considerar la tierra como plana.

7.2 CURVATURA Y REFRACCIÓN

Aceptando la simplificación sobre la forma de la tierra, debemos estimar el efecto que la misma tiene en el proceso de nivelación. Como se puede observar en la figura, una visual horizontal lanzada desde el punto A se aleja de la superficie de la tierra en función de la distancia horizontal D, por lo que el efecto de la curvatura de la tierra ec , será la distancia BB' .



Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos

$$(R + e_c)^2 = R^2 + D^2$$

$$R^2 + 2Re_c + e_c^2 = R^2 + D^2$$

$$e_c = \frac{D^2 - e_c^2}{2R}$$

Tomando un valor de $R = 6.370 \text{ km}$, y considerando por el momento una distancia horizontal de unos pocos km, digamos 2 km, la magnitud del efecto de curvatura resulta un valor pequeño por lo que $e_c^2 \cong 0$ por ser un infinitésimo de orden superior, quedando la ecuación

$$e_c = \frac{D^2}{2R}$$

Si recordamos que la atmósfera está constituida por una masa de aire dispuesta en estratos de diferentes densidades, considerados constantes para cada estrato e iguales a la densidad media del aire del estrato considerado, la refracción atmosférica desviará la visual lanzada desde A describiendo una línea curva y generando el efecto de refracción (e_r), tal y como se muestra en la figura.

El efecto de refracción depende de la presión atmosférica, temperatura y ubicación geográfica, pero se puede admitir, para simplificar el problema, como función directa de la curvatura terrestre.

$$e_r = K \cdot e_c$$

$$e_r = K \frac{D^2}{2R}$$

K representa el coeficiente de refracción.

Se puede observar en la figura anterior que el efecto de refracción contrarresta el efecto de curvatura, por lo que el efecto o error total de curvatura y refracción (e_{cr}) se determina según la siguiente expresión:

$$e_{cr} = e_c - e_r = \frac{D^2}{2R}(1-K)$$

$$e_{cr} = \frac{D^2}{2R}(1-K)$$

El campo topográfico planimétrico dependerá de la precisión que se desee obtener y de la apreciación de los instrumentos a utilizar en las operaciones de nivelación. En el ejemplo 6.1 determinaremos el límite del campo topográfico planimétrico para una nivelación de precisión.

EJEMPLO

Determinar la máxima distancia horizontal para una nivelación de precisión en la que se requiere que el $e_{cr} \leq 1 \text{ mm}$.

Solución

Para mantener el $e_{cr} \leq 1 \text{ mm}$, es necesario que en la nivelación se empleen instrumentos con apreciación de 1 mm y aproximaciones de lectura del orden de décimas de mm. Aplicando la ecuación anterior tenemos:

$$e_{cr} = \frac{D^2}{2R}(1-K) \quad \therefore \quad D = \sqrt{\frac{2Re_{cr}}{1-K}}$$

Tomando como valor promedio de $k = 0,16$ y haciendo $e_{cr} = 1$ mm nos queda:

$$D = \sqrt{\frac{2 \times 6.370.000 \times 0,001}{(1 - 0,16)}} = 123,153m$$

Redondeando, $D = 120$ m

EJEMPLO 2

¿Cuál sería el límite del campo topográfico para nivelaciones geométricas con nivel automático y mira vertical con apreciación de 1 cm?

SOLUCIÓN

Como las miras verticales utilizadas en las nivelaciones geométricas vienen graduadas al centímetro, pudiéndose estimar lecturas al milímetro, asumiremos para este problema una precisión en la lectura de 2,5 mm, por lo que $e_{cr} = 2.5$ mm. Aplicando el mismo procedimiento del ejemplo anterior, tenemos:

$$D = \sqrt{\frac{2 \times 6.370.000 \times 0,0025}{(1 - 0,16)}} = 194,722m$$

Redondeando, $D = 200$ m

A fin de determinar los límites del campo topográfico altimétrico para los distintos tipos de nivelación, en la tabla 6.1 se calcula el e_{cr} para diferentes distancias, tomando como valores promedio de $K = 0,16$ y $R = 6.370$ km. En la tabla, los valores de D representan el límite del campo topográfico perimétrico para los diferentes tipos de nivelación.

D	e_{cr} mm	TIPO DE NIVELACION
100	0,65	Nivelación geométrica de precisión. Mira vertical de invar y micrómetro óptico.
200	2,64	Nivelación geométrica con mira vertical.
400	10,55	Nivelaciones taquimétricas . Determinación de puntos de relleno.
500	16,48	Considerar el e_{cr} .
≥ 1.000	65,93	

Límites del campo topográfico planimétrico

Para valores de $D > 400$ m, se debe tomar en cuenta el e_{cr} .

Los métodos para nivelaciones en donde se requiera tomar en cuenta el e_{cr} , se describen en

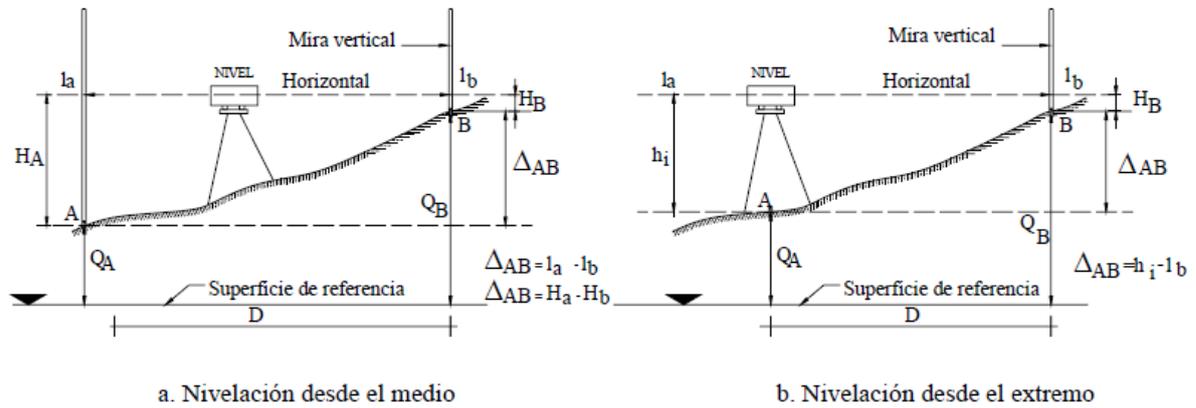
Costantini².

7.3 NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

La nivelación geométrica o nivelación diferencial es el procedimiento topográfico que nos permite determinar el desnivel entre dos puntos mediante el uso del nivel y la mira vertical.

La nivelación geométrica mide la diferencia de nivel entre dos puntos a partir de la visual horizontal lanzada desde el nivel hacia las miras colocadas en dichos puntos (figura).

Cuando los puntos a nivelar están dentro de los límites del campo topográfico altimétrico y el desnivel entre dichos puntos se puede estimar con una sola estación, la nivelación recibe el nombre de nivelación geométrica simple (figura). Cuando los puntos están separados a una distancia mayor que el límite del campo topográfico, o que el alcance de la visual, es necesaria la colocación de estaciones intermedias y se dice que es una nivelación compuesta.



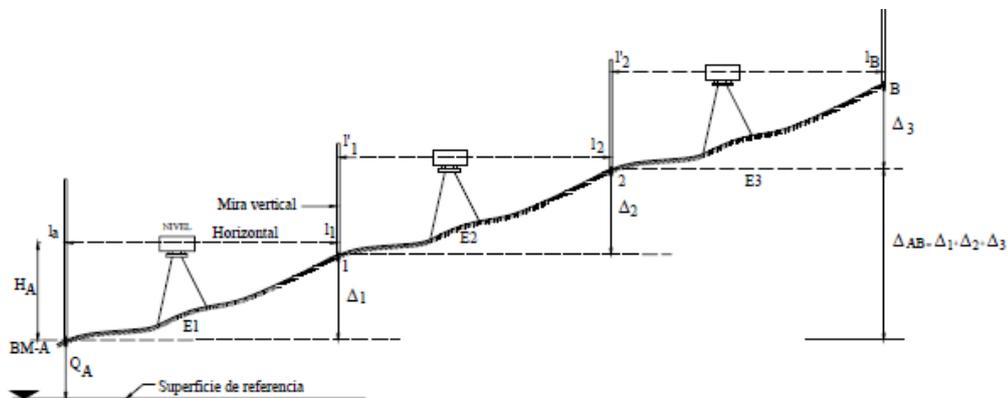
a. Nivelación desde el medio

b. Nivelación desde el extremo

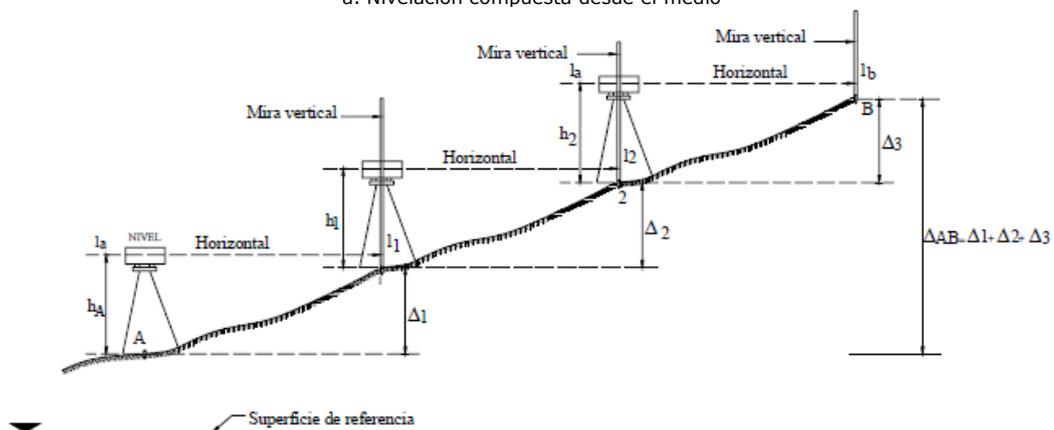
NIVELACIÓN GEOMÉTRICA SIMPLE DESDE EL EXTREMO

La figura b representa el caso de una nivelación geométrica simple desde el extremo. En este tipo de nivelación es necesario medir la altura del instrumento en el punto de estación A y tomar lectura a la mira colocada en el punto B. Como se puede observar en la figura, el desnivel entre A y B será:

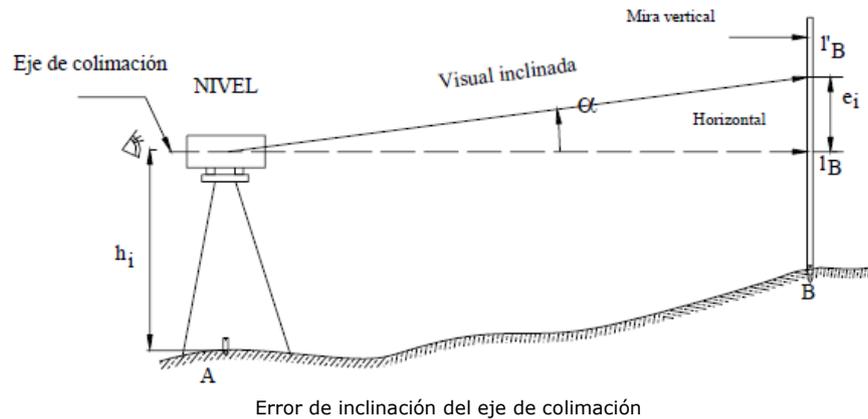
Es necesario recordar que previo a la toma de la lectura a la mira en el punto B, es necesario estacionar y centrar el nivel exactamente en el punto A y medir la altura del instrumento con cinta métrica. Este proceso, adicionalmente a la imprecisión en la determinación de la altura del instrumento, toma más tiempo que el empleado en la nivelación geométrica desde el medio; además que a menos que dispongamos de un nivel de doble curvatura, no es posible eliminar el error de inclinación del eje de colimación representado en la figura. Posterior.



a. Nivelación compuesta desde el medio



b. Nivelación compuesta desde el extremo



NIVELACIÓN GEOMÉTRICA SIMPLE DESDE EL MEDIO

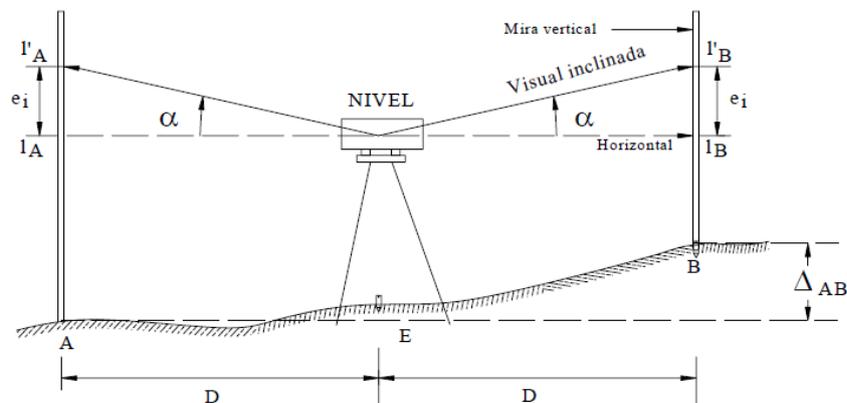
Supongamos ahora el caso de la nivelación geométrica simple desde el medio, representado en la figura a.

En este tipo de nivelación se estaciona y se centra el nivel en un punto intermedio, equidistante de los puntos A y B, no necesariamente dentro de la misma alineación, y se toman lecturas a las miras colocadas en A y B. Luego el desnivel entre A y B será:

$$\Delta_{AB} = l_A - l_B$$

Nótese que en este procedimiento no es necesario estacionar el nivel en un punto predefinido, ni medir la altura de la estación (h_i), lo que además de agilizar el proceso, elimina la imprecisión en la determinación de (h_i).

Para analizar el efecto del error de inclinación del eje de colimación en la nivelación geométrica desde el medio, nos apoyaremos en la figura.



Determinación Del Error De Inclinación Del Eje De Colimación

Estacionando el nivel en un punto E equidistante entre A y B, y colocando miras verticales en ambos puntos, tomamos lecturas a las miras. De existir error de inclinación, el eje de colimación estaría inclinado un ángulo α con respecto a la horizontal, por lo que las lecturas a la mira serían l'_A y l'_B , generando el error de lectura e_i , igual para ambas miras por ser distancias equidistantes a la estación.

$$\Delta_{AB} = l_A - l_B$$

$$l_A = l'_A - e_i$$

$$l_B = l'_B - e_i$$

$$\Delta_{AB} = (l'_A - e_i) - (l'_B - e_i)$$

$$\Delta_{AB} = l'_A - l'_B$$

La ecuación nos indica que en la nivelación geométrica desde el medio, el error de inclinación no afecta la determinación del desnivel, siempre que se estacione el nivel en un punto equidistante a las miras, no necesariamente en la misma alineación. Las ventajas presentadas por el método de nivelación geométrica desde el medio, hacen de este el método recomendado en los procesos de nivelación.

NIVELACIÓN GEOMÉTRICA COMPUESTA DESDE EL MEDIO

La nivelación geométrica compuesta desde el medio (figura a), consiste en la aplicación sucesiva de la nivelación geométrica simple desde el medio.

En la figura a, los puntos 1 y 2 representan los puntos de cambio (PC) o punto de transferencia de cota. El punto A es una Base de Medición (BM) o punto de cota conocida.

E1, E2 y E3 representan puntos de estación ubicados en puntos equidistantes a las miras y los valores del representan las lecturas a la mira.

El desnivel entre A y B vendrá dado por la suma de los desniveles parciales.

$$\Delta_{A1} = l_A - l_1$$

$$\Delta_{12} = l'_1 - l_2$$

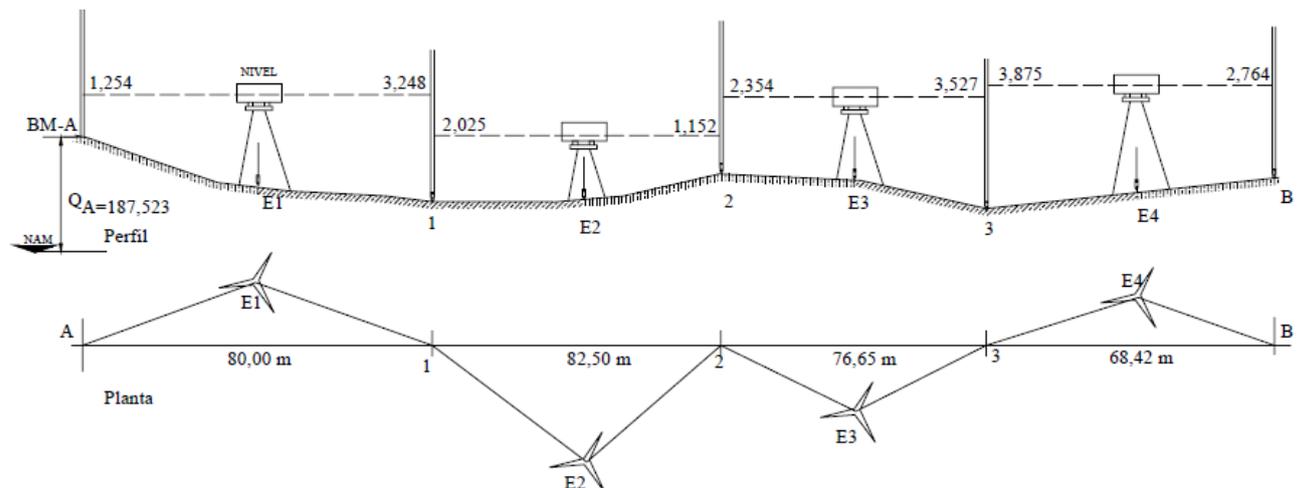
$$\Delta_{2B} = l'_2 - l_B$$

$$\Delta_{AB} = \Delta_{A1} + \Delta_{12} + \Delta_{2B} = (l_A + l'_1 + l'_2) - (l_1 + l_2 + l_B)$$

Si a l_A , l'_1 y l'_2 le llamamos lecturas atrás (IAT) y a l_1 , l_2 y l_B lecturas adelante (IAD), tenemos que:

$$\Delta_{AB} = \Sigma I_{AT} - \Sigma I_{AD}$$

Calcule las cotas de los puntos de la nivelación representada en la figura



En la figura se han representado esquemáticamente el perfil y la planta de la nivelación a fin de recalcar que no es necesario que las estaciones estén dentro de la alineación, ya que lo importante es que estén equidistantes a los puntos de mira, a fin de eliminar el error de inclinación del eje de colimación.

1	2	3	4	5	6
Est.	PV	L _{AT}	L _{AD}	Δp	Cotas
E1	A	1,254			187,523
	1		3,248	-1,994	185,529
E2	1	2,025			185,529
	2		1,152	+0,873	186,402
E3	2	2,354			186,402
	3		3,527	-1,173	185,229
E4	3	3,875			185,229
	B		2,764	+1,111	186,340
Σ		9,508	10,691	-1,183	

Dif. -1,183

Control

TEXTO N° 8
Tema N° 8:
NIVELACIÓN DE PERFILES

En ingeniería es común hacer nivelaciones de alineaciones para proyectos de carreteras, canales, acueductos, etc. Estas nivelaciones reciben el nombre de nivelación de perfiles longitudinales y se toman a lo largo del eje del proyecto.

En el caso de nivelaciones para proyectos viales, la nivelación se hace a lo largo del eje de proyecto con puntos de mira a cada 20 o 40 m, dependiendo del tipo de terreno más en los puntos de quiebre brusco del terreno.

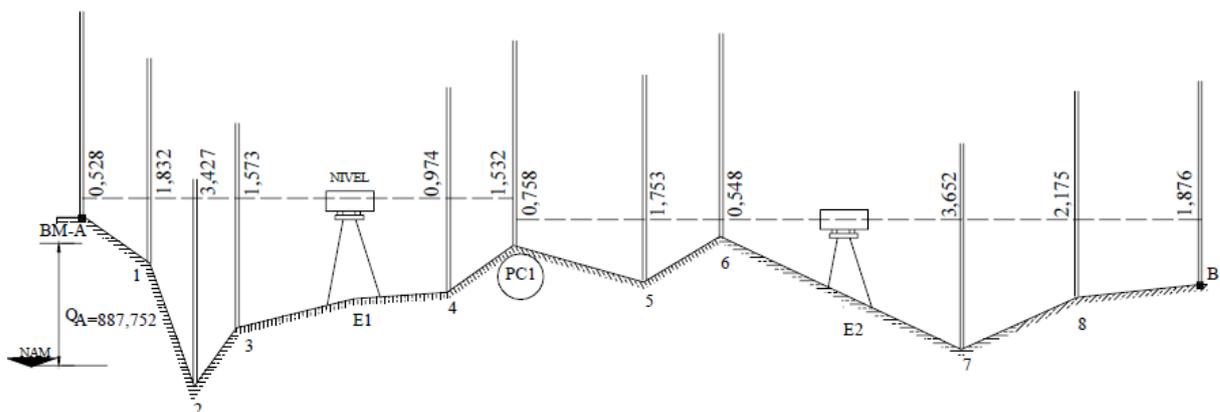
Los puntos de cambio y las estaciones deben ubicarse de manera de abarcar la mayor cantidad posible de puntos intermedios. Debe tenerse cuidado en la escogencia de los puntos de cambio ya que éstos son los puntos de enlace o de transferencia de cotas. Deben ser puntos firmes en el terreno, o sobre estacas de madera, vigas de puentes, etc.

Siendo los puntos de cambio puntos de transferencia de cotas, en ellos siempre será necesario tomar una lectura adelante desde una estación y una lectura atrás desde la estación siguiente.

En el ejemplo demostramos el procedimiento de cálculo de una nivelación geométrica con puntos intermedios, por el método del horizonte.

EJEMPLO

Calcule las cotas de la nivelación representada en la figura.



Sol.

El cálculo de las cotas por el método del horizonte consiste en calcular la cota de la línea de visual o eje de colimación en cada uno de los puntos de estación.

La cota de la línea de visual u horizonte para la estación E1 será la cota del punto A más la lectura a la mira en el punto A.

$$H = Q + lm$$

$$H = QA + LA = 887,752 + 0,528 = 888,280$$

Luego, la cota de los puntos intermedios se calcula restando a la cota del horizonte las lecturas a la mira.

$$Q = H - lm$$

Al hacer cambio de estación es necesario calcular la nueva cota del horizonte sumando a la cota del punto de cambio la lectura a la mira en dicho punto de cambio. En la tabla se resume el proceso de cálculo descrito:

Est.	Pv	L _{AT}	L _{INT}	L _{AD}	Horizonte	Cota
E1	A	0,528			888,280	887,752
	1		1,832			886,448
	2		3,427			884,853
	3		1,573			886,707
	4		0,974			887,306
	PC ₁			1,532		886,748
E2	PC ₁	0,758			887,506	886,748
	5		1,753			885,753
	6		0,548			886,958
	7		3,652			883,854
	8		2,175			885,331
	B			1,876		885,630
	Σ	1,286		3,408		
Δ =	-2,122					

Control

$$\Delta AB = \Sigma LAT - \Sigma LAD$$

$$\Delta AB = 1,286 - 3,408 = -2,122$$

$$QB = QA + \Delta AB = 887,752 - 2,122$$

$$QB = 885,630$$

8.1 CONTROL DE NIVELACIONES

En los ejemplos resueltos hasta el momento, solamente hemos podido comprobar las operaciones aritméticas y no la magnitud de los errores sistemáticos y accidentales, inevitables en todo proceso topográfico. Para poder determinar el error de cierre de una nivelación, es necesario realizar una nivelación cerrada (de ida y vuelta) o una nivelación de enlace con puntos de control (BM) al inicio y al final de la nivelación.

ERROR DE CIERRE

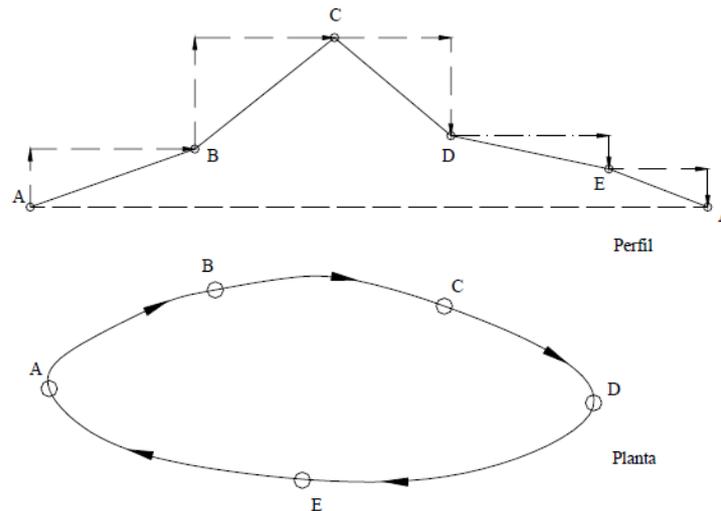
El error de cierre de una nivelación depende de la precisión de los instrumentos utilizados, del número de estaciones y de puntos de cambio y del cuidado puesto en las lecturas y colocación de la mira.

En una nivelación cerrada, en donde el punto de llegada es el mismo punto de partida, la cota del punto inicial debe ser igual a la cota del punto final, es decir: la suma de los desniveles debe ser igual a cero, tal y como se muestra en la figura. La diferencia entre la cota final y la inicial nos proporciona el error de cierre de la nivelación

$$En = Qf - Qi$$

El error de cierre también puede ser calculado por medio del desnivel total como:

$$En = \Sigma LAT - \Sigma LAD$$

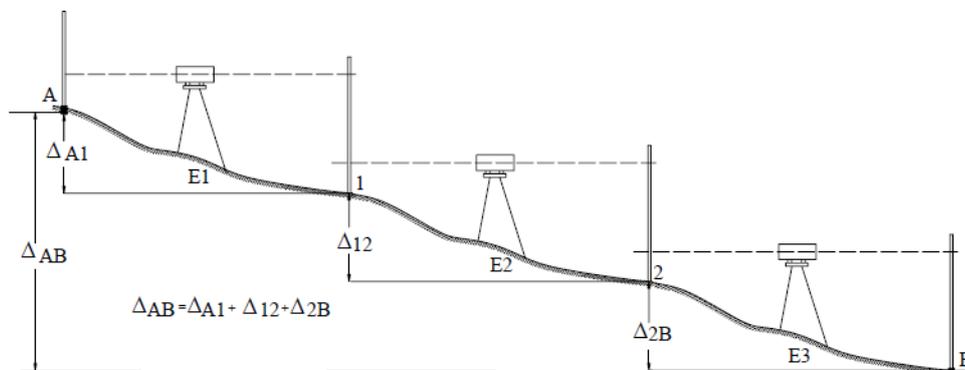


La nivelación cerrada se puede realizar levantando los mismos puntos de ida y vuelta, o, preferiblemente, por caminos distintos, retornando siempre al punto inicial. En una nivelación de enlace los puntos extremos forman parte de una red de nivelación de precisión, por lo que la cota o elevación de sus puntos son conocidas. En este tipo de nivelación, representada en la figura siguiente, la diferencia entre el desnivel medido y el desnivel real nos proporciona el error de cierre. El desnivel medido se calcula por la ecuación:

$$\Delta_{AB} = \sum LAT - \sum LAD$$

y el desnivel real reemplazando los valores de las cotas conocidas, Luego el error de cierre será:

$$E_n = (\sum LAT - \sum LAD) - (Q_B - Q_A)$$



Nivelación de enlace

8.2 TOLERANCIA DEL ERROR DE CIERRE

La tolerancia del error de cierre depende de la importancia del trabajo, de la precisión de los instrumentos a utilizar y de las normativas existentes.

Las nivelaciones se pueden clasificar en nivelaciones de primer, segundo y tercer orden, siendo las de tercer orden las de uso común en los trabajos de ingeniería. La tolerancia de cierre generalmente se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$T_n = m K$$

T_n = Tolerancia de nivelación para el error de cierre en mm.

m = Valor dependiente de los instrumentos, método y tipo de nivelación requerida

K = Longitud total de la nivelación en Km

Para nivelaciones de tercer orden se recomienda un valor de m entre 12 y 15 mm.

8.3 COMPENSACIÓN DE NIVELACIONES

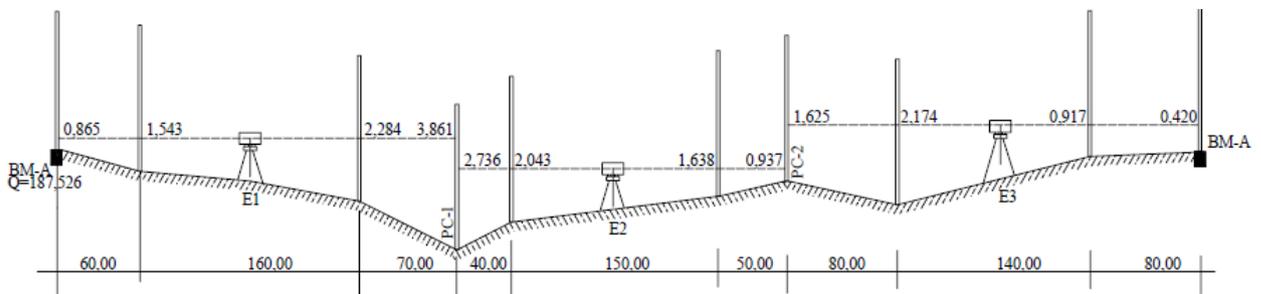
Si al comparar el error de cierre con la tolerancia resulta que este es mayor que la tolerancia, se hace necesario repetir la nivelación. En caso de verificarse que el error es menor que la tolerancia se procede a la compensación de la misma siguiendo uno de los métodos de compensación que se describen a continuación:

COMPENSACIÓN PROPORCIONAL A LA DISTANCIA NIVELADA

Observando la ecuación anterior, vemos que la tolerancia está en función de la distancia nivelada, razón por la cual uno de los métodos de ajuste de nivelaciones distribuye el error en forma proporcional a las distancias. El procedimiento de cálculo de compensación de nivelaciones por el método proporcional se explica en detalle en el ejemplo siguiente.

EJEMPLO

Calcule las cotas compensadas de la nivelación cerrada.



Sol.

Por tratarse de una nivelación cerrada, el error de nivelación $E_n = \Sigma LAT - \Sigma LAD$,

$$E_n = 5,226 - 5,218 = 0,008 \text{ m} = 8 \text{ mm}$$

$$T_n = 15 \sqrt{0,830} = 10,9 \text{ mm}$$

Siendo $T_n > E_n$; procedemos a compensar el error proporcionalmente a la distancia nivelada sobre los puntos de cambio. Nótese que en este método de compensación proporcional a la distancia nivelada, el punto A debe ser considerado punto de cambio. C1.

$$C_1 = -\frac{290}{830} \times 0,008 = -0,003$$

$$C_2 = -\frac{530}{830} \times 0,008 = -0,005$$

$$C_3 = -\frac{830}{830} \times 0,008 = -0,008$$

La tabla resume el proceso del cálculo de compensación de las cotas de la nivelación.

Est.	PV	Dist. P	Dist. Ac	L _{AT}	L _{INT}	L _{AD}	Horiz	Cotas Calculadas	Comp	Cotas comp.
E1	A	--	0,00	0,865			188,391	187,526	--	187,526
	1	60,00	60,00		1,543			186,848	--	186,848
	2	160,00	120,00		2,284			186,107	--	186,107
	PC ₁	70,00	290,00			3,861		184,530	-0,003	184,527
E2	PC ₁	--	--	2,736			187,266	184,530	-0,003	184,527
	3	40,00	330,00		2,043			185,223	-0,003	185,220
	4	150,00	480,00		1,638			185,628	-0,003	185,625
	PC ₂	50,00	530,00			0,937		186,329	-0,005	186,324
E3	PC ₂	--	--	1,625			187,954	186,329	-0,005	186,324
	5	80,00	610,00		2,174			185,780	-0,005	185,775
	6	140,00	750,00		0,917			187,037	-0,005	187,032
	A	80,00	830,00			0,420		187,534	-0,008	187,526
			Σ	5,226		5,218		187,526		
			Dif.		+ 0,008		Dif.	+ 0,008		

En este procedimiento se asume que los errores se cometen en las lecturas adelante o puntos de cambio, afectando la cota del horizonte de las estaciones, por lo que las correcciones a los puntos intermedios se mantienen constantes hasta el siguiente punto de cambio.

COMPENSACIÓN SOBRE LOS PUNTOS DE CAMBIO

Este método, más sencillo que el anterior, supone que el error se comete sobre los puntos de cambio y que es independiente de la distancia nivelada, por lo que la corrección será:

$$C = -\frac{E_n}{N}$$

Siendo N el número de puntos de cambio

EJEMPLO:

Resolver el ejemplo anterior por el método de los puntos de cambio.

Sol.

El error y la tolerancia son los mismos del ejemplo anterior. La corrección se calcula según la ecuación anterior.

$$C = -\frac{0,008}{2} = -0,004 \text{ m por punto de cambio}$$

En la tabla se resume el proceso de cálculo de compensación de las cotas de la nivelación.

Est.	PV	Dist. P	Dist. Ac	L _{AT}	L _{INT}	L _{AD}	Comp.	horiz.	Cotas comp.
E1	A	--	0,00	0,865				188,391	187,526
	1	60,00	60,00		1,543				186,848
	2	160,00	120,00		2,284				186,107
	PC ₁	70,00	290,00			3,861	-0,004		184,526
E2	PC ₁	--	--	2,736				187,262	184,526
	3	40,00	330,00		2,043				185,219
	4	150,00	480,00		1,638				185,624
	PC ₂	50,00	530,00			0,937	-0,004		186,321
E3	PC ₂	--	--	1,625				187,946	186,321
	5	80,00	610,00		2,174				185,772
	6	140,00	750,00		0,917				187,029
	A	80,00	830,00			0,420			187,526
Σ				5,226		5,218	-0,008		
				Dif.	+ 0,008				

EJEMPLO

La tabla siguiente corresponde a la libreta de campo de una nivelación de enlace entre dos puntos de cota conocida. Calcule el error de cierre y las cotas compensadas de los puntos intermedios de la nivelación por cada uno de los métodos descritos.

Sol.

Como es lo usual y recomendable, resolveremos el problema directamente sobre la libreta de campo.

Est	Datos de campo						Método proporcional				Método de los puntos de cambio		
	PV	Dist. P.	Dist. Ac.	L _{AT}	L _{INT}	L _{AD}	Horiz	Cotas Calc.	Corr.	Cotas comp.	Corr.	Horiz.	Cotas
E1	A	0,00	0,00	2,125			285,837	283,712		283,712		285,837	283,712
	1	120,00	120,00			1,476		284,361	-0,002	284,359	-0,004		284,357
	1			0,520			284,881	284,361	-0,002	284,359		284,877	284,357
E2	2	60,00	180,00		1,563			283,318	-0,002	283,316			283,314
	3	42,00	222,00		2,042			282,839	-0,002	282,837			282,835
	4	65,00	287,00			2,953		281,928	-0,004	281,924	-0,004		281,920
	4	--	--	3,162			285,090	281,928	-0,004	281,924		285,082	281,920
E3	5	80,00	367,00		2,850			282,240	-0,004	282,236			282,232
	6	95,00	462,00		1,644			283,446	-0,004	283,442			283,438
	7	98,00	560,00			0,761		284,329	-0,007	284,322	-0,004		284,317
	7	--	--	1,746			286,075	284,329	-0,007	284,322		286,063	284,317
E4	8	100,00	660,00		0,879			285,196	-0,007	285,189			285,184
	9	120,00	780,00		1,463			284,612	-0,007	284,605			284,600
	B	120,00	900,00			2,432		283,643	-0,012	283,631			283,631
				Σ	7,553		7,622	Q _B		283,631		Σ	-0,012
				Dif.		-0,069		Dif.		+0,012			

$$E_n = (\Sigma L_{AT} - \Sigma L_{AD}) - (Q_B - Q_A)$$

$$\Sigma L_{AT} - \Sigma L_{AD} = -0,069$$

$$\Delta_{AB} = 283,631 - 283,712 = -0,081$$

$$E_n = -0,069 - (-0,081) = +0,012$$

$$T_n = 15\sqrt{0,900} = 14,23\text{mm}$$

$$E_n < T_n$$

$$C_1 = -\frac{120}{900} \times (0,012) = -0,002$$

$$C_3 = -\frac{560}{900} \times (0,012) = -0,007$$

$$C_2 = -\frac{287}{900} \times (0,012) = -0,004$$

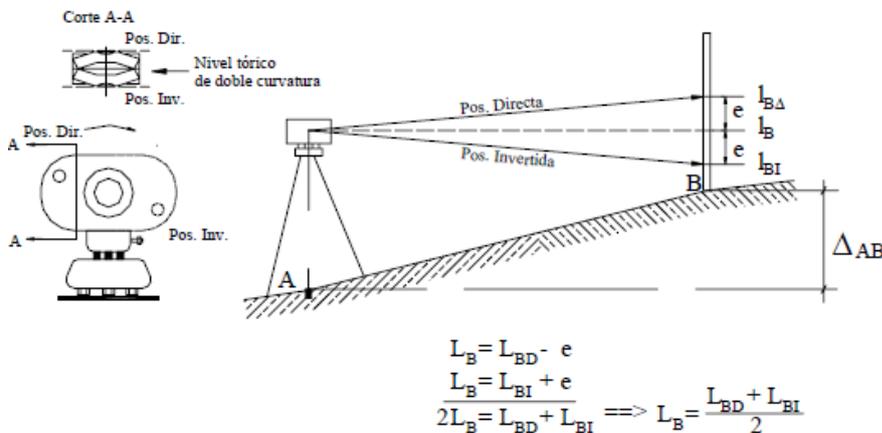
$$C_4 = -\frac{900}{900} \times (0,012) = -0,012$$

$$C = -\frac{E_n}{N} = -\frac{0,012}{3} = -0,004$$

8.4 CÁLCULO Y AJUSTE DEL ERROR DE INCLINACIÓN

En nivelaciones compuestas, con puntos intermedios, no es posible establecer la equidistancia a todos los puntos de mira, por lo que en caso de una eventual inclinación del eje de colimación, la mayoría de las lecturas a la mira quedarían afectadas de error.

A pesar de que algunos niveles vienen equipados con nivel tórico de doble curvatura, siendo posible efectuar lecturas a la mira en dos posiciones conjugadas, anulando el error de lectura de inclinación del eje de colimación, como se demuestra en la figura siguiente, este procedimiento se hace impráctico, ya que duplica el número de lecturas necesarias.



NIVELACIÓN CON NIVEL TÓRICO DE DOBLE CURVATURA

La ecuación nos indica que el promedio de las lecturas a la mira efectuadas con nivel tórico de doble curvatura en las dos posiciones del nivel elimina el error por inclinación del eje de colimación proporcionando la lectura correcta a la mira.

Lo dicho anteriormente nos indica la conveniencia de establecer algún método para determinar y ajustar el error por inclinación.

De los diferentes métodos propuestos, se considera al método de la doble distancia con nivelación desde el medio el método más práctico y preciso, por lo que será el método cuyo proceso describiremos a continuación con el auxilio de las figuras siguientes:

1. Establecemos un alineamiento ABC, de manera que la distancia $AB = BC = D$ (figura siguiente).
2. Estacionando el nivel en un punto medio entre BC ($D/2$), determinamos el desnivel exacto entre BC por nivelación desde el medio.
3. Estacionando el nivel en A tomamos lecturas a miras colocadas en B y C.
4. Si el nivel está afectado por inclinación del eje de colimación, digamos un ángulo α con respecto a la horizontal (figura b), las lecturas a la mira estarán afectadas por el error de inclinación como se muestra en la figura b, siendo:

$$LB = L'B - e$$

$$LC = L'C - 2e$$

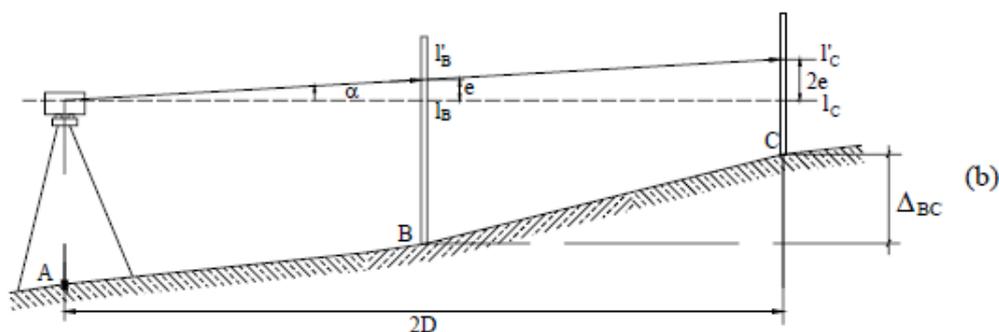
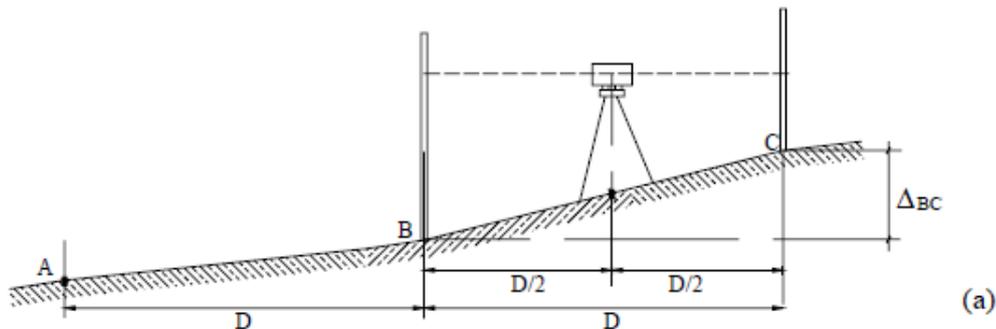
5. Con las lecturas obtenidas y aplicando la ecuación anterior determinamos el Δ_{BC}

$$\Delta_{BC} = LB - LC = (L'B - e) - (L'C - 2e)$$

Simplificando y despejando e nos queda:

$$e = \Delta_{BC} - (L'B - L'C)$$

6. Con el valor de e se calcula la lectura correcta $LB = L'B - e$ y actuando sobre el tornillo basculante del nivel imponemos la lectura corregida.
7. Como en el paso anterior la burbuja queda descorregida, calamos nuevamente la burbuja con el tornillo de corrección [C].



Cálculo del error por inclinación

PROBLEMA PROPUESTO

Calcule el desnivel y la distancia entre los puntos A y B mostrados en la figura.

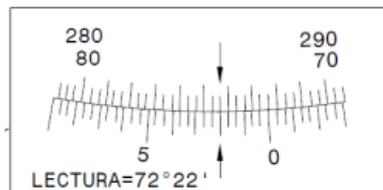
Tema N° 9: PARCIALES

SEGUNDA UNIDAD

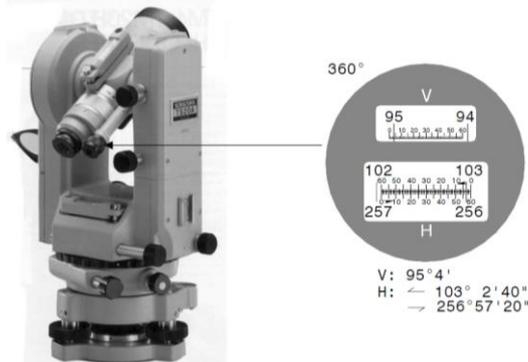
TEXTO N° 10
Tema N° 10: EL TEODOLITO

El teodolito es un instrumento utilizado en la mayoría de las operaciones que se realizan en los trabajos topográficos.

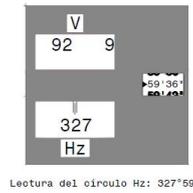
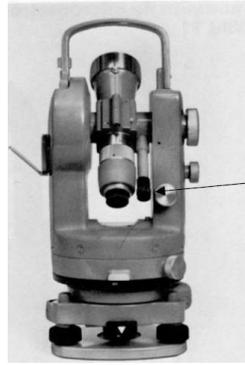
Directa o indirectamente, con el teodolito se pueden medir ángulos horizontales, ángulos verticales, distancias y desniveles.



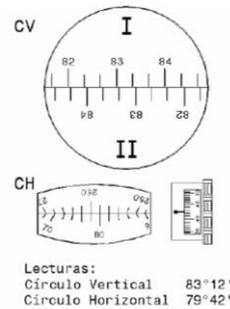
Los teodolitos difieren entre sí en cuanto a los sistemas y métodos de lectura. Existen teodolitos con sistemas de lectura sobre vernier y nonios de visual directa (figura).



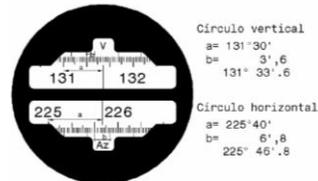
Teodolito Sokkia con microscopio lector de escala



Teodolito Wild con micrómetro óptico



Teodolito Brújula Wild T0 con micrómetro óptico



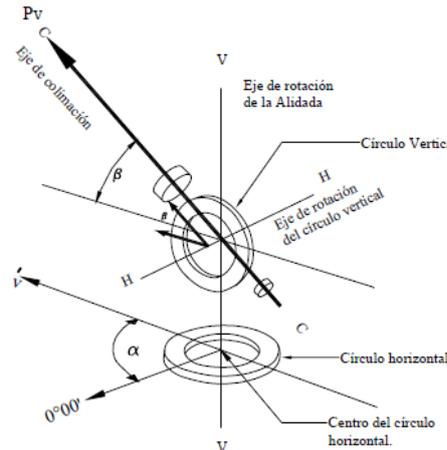
Teodolito Kern DK-2 con sistema de lectura de coincidencia

En cuanto a los métodos de lectura, los teodolitos se clasifican en repetidores y reiteradores, según podamos ó no prefijar lectura sobre el círculo horizontal en cero y sumar ángulos repetidamente con el mismo aparato, o medir independientemente N veces un ángulo sobre diferentes sectores del círculo, tomando como valor final el promedio de las medidas.

Aunque como se ha mencionado previamente, los teodolitos difieren en forma, sistemas de lectura y precisión, básicamente sus componentes son iguales, por lo que en el presente capítulo se describen las partes básicas de un teodolito.

La figura muestra los tres ejes de un teodolito;

- Eje vertical "V-V" o eje de rotación de la alidada
- Eje horizontal "H-H" o eje de rotación del círculo vertical
- Eje de colimación "C-C"



10.1 DIFERENCIAS ENTRE GONIÓMETROS, TEDOLITOS Y TAQUÍMETROS

GONIÓMETRO

Todos los trabajos de campo necesarios para llevar a cabo un levantamiento por Topografía clásica no consisten, en esencia, sino en la medida de ángulos y en la medida de distancias.

Para medir ángulos se utilizan diversos instrumentos topográficos conocidos con el nombre genérico de goniómetro que a su vez, la mayor parte de las veces, permite, también medir distancias por métodos indirectos.

El fundamento de todo goniómetro es el siguiente: si desde un punto C en la vertical de un punto c, señalado en el terreno, se dirigen visuales a dos puntos A y B, el ángulo acimutal que interesa en topografía no es el ACB; sino el de su proyección sobre un plano horizontal, o sea el rectilíneo del diedro formado por los dos planos que contengan a la vertical Cc y pasen, respectivamente por A y B. Los ángulos verticales que han de medirse son los que forman con la horizontal o con la horizontal; visuales tales como CA y CB.

EL TEODOLITO

Teodolito es una palabra formada por los vocablos griegos Theao, que significa mirar, y hodos, que quiere decir camino. Como se puede ver la etimología no se corresponde en su totalidad con el instrumento, ya que un teodolito es un instrumento para medir ángulos. Generalmente Teodolito es un goniómetro cuya óptica es más evolutiva o más refinada, que tiene también mecanismos más precisos y sobre todo, cuyas lecturas angulares se hacen en círculos hechos sobre cristal y se aproximan mediante un micrómetro de tipo óptico y un microscopio.

Este instrumento fue concretado después de otros intentos por el inglés Jesse Ramsden (1735-1800), quien fabricó los primeros teodolitos. Posteriormente introduciendo algunos cambios, el alemán Reicheback llegó a confeccionar un teodolito demasiado parecido a los teodolitos de nonio actuales.

El teodolito es el más evolucionado del goniómetro. Con él es posible realizar desde las más simples mediciones hasta replanteamiento y planteos muy precisos. En este aparato se combinan una brújula, un telescopio central, un círculo graduado en posición horizontal y vertical. Con estos elementos y su estructura mecánica se pueden obtener rumbos, ángulos horizontales y verticales. Asimismo mediante cálculos y el apoyo de elementos auxiliares pueden determinarse distancias horizontales, verticales e inclinadas.

TAQUÍMETROS

Cualquiera que sea el tipo de taquímetro, no suele pasar su apreciación de medio minuto centesimal, ni tampoco bajar de los dos minutos, existiendo ciertas tendencias a preferir esta graduación a la sexagesimal en trabajos de taquimetría.

DESTINÁNDOSE EL TAQUÍMETRO A LA MEDIDA DE DISTANCIA CON LA ESTADIA, sería inútil una mayor apreciación, ya que el error de dirección superaría al de la lectura.

La menor sensibilidad de los taquímetros hace que en los de limbo metálicos no se utilicen nunca los micrómetros de tambor, tampoco son necesarios los micrómetros de coincidencia óptica en los limbos de vidrio; en los taquímetro de Kern se hace la lectura por el sistema de doble círculo, y en otros en por lectura de un solo sector mediante un microscopio que puede ir paralelo al anteojo, al que se conduce el rayo luminoso por un sistema de prismas y lentes.

Los limbos acimutales de los taquímetros son siempre de graduación normal; son repetidores, facilitando el cálculo de los itinerarios por su orientación constante. Por lo mismo se dota a los taquímetros de una declinatoria, que es una aguja magnética dispuesta en el interior de un tubo unido al instrumento. Cuando se visualiza la aguja coincidiendo con el eje, significa que el tubo está en dirección de la meridiana magnética, circunstancia que se utiliza para comprobar que el instrumento está orientado.

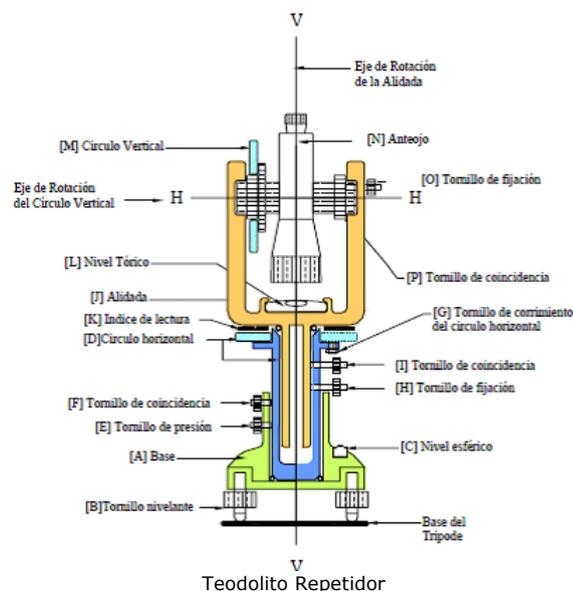
USOS DEL TAQUÍMETRO.

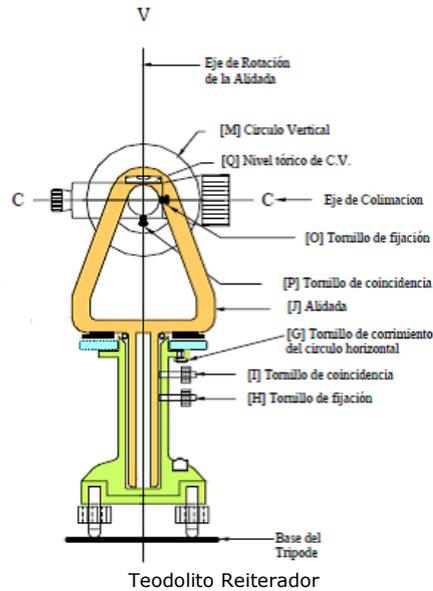
Los **taquímetros** se usan para la realización de **levantamientos topográficos** y, muy en especial, para levantamientos taquimétricos.

Se entiende por **itinerario taquimétrico** al que consta de tres operaciones básicas:

- 1º) Medida de los ángulos entre cada dos ejes del itinerario.
- 2º) Medición de las longitudes de los ejes.
- 3º) Calculo de los desniveles entre cada dos vértices del itinerario.

Es por lo tanto un levantamiento simultáneo de **planimetría y de altimetría**.



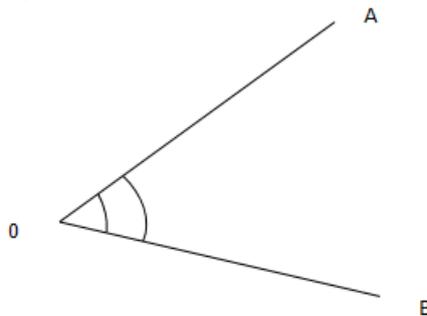


10.2 MEDICIÓN DE ÁNGULOS.

Para realizar la medición de ángulos para poligonales o triangulaciones se puede elegir cualquiera de los dos métodos más conocidos, medición por repetición o por Reiteración.

10.3 ANGULOS POR REPETICIÓN.

La precisión que se puede alcanzar con este método es proporcional al número de veces que se multiplica o repite un ángulo, el procedimiento a seguir por este sistema depende del grado de precisión que se busca, si la medición es de poca precisión, se hará dos lecturas sin invertir el anteojo, si queremos alcanzar una precisión mayor realizar por lo menos de 5 a 6 series con el anteojo en posición normal y con el anteojo basculado (invertido), el procedimiento es como sigue:



Estacionar el teodolito en el punto "0" visar al punto A con el limbo horizontal graduado en $0^{\circ}0'0''$, girar al punto B, anotando el ángulo "w", en ésta posición bloquear el limbo horizontal y trasladar hasta la posición original A, soltar en esta posición el bloqueador de ángulo y volver a visar el punto B, siendo esta la segunda lectura w' , continuar con el procedimiento las veces que sea necesario de acuerdo a la precisión deseada. El ángulo promedio se calculará con la siguiente relación.

$$\text{PRIMER CASO. } \angle p = \frac{\text{Lectura final}}{\text{No de lecturas}}$$

Ejemplo

Punto	Lect. inic.	Nº	Lect. final	Ang.
-------	-------------	----	-------------	------

				Promed.
A	0° 0'0"			
B	26° 16'	8	210° 09'	26°16'07.5"

$$\angle p = \frac{210^{\circ}09'}{8} = 26^{\circ}16'07.5''$$

SEGUNDO CASO

Cuando la última lectura supera los 360° se suma 360° a la última lectura y se divide entre las veces repetidas.

Ejemplo

1^{ra} lectura 76°30'; número de repeticiones 5, última lectura 22°31'.

Sol.

5 repeticiones son más de 360°.

$$360^{\circ} < (76^{\circ} 30' \times 5)$$

$$\angle P = \frac{22^{\circ}30' + 360^{\circ}}{5} = 76^{\circ} 30'$$

El error más probable que se comete sería el resultado de la lectura final menos la lectura inicial dividido entre el número de repeticiones.

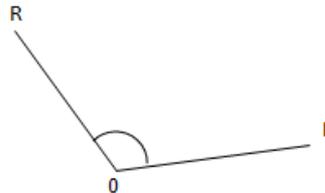
En el Ejm. 1, $E = (26^{\circ}16'07,5'' - 26^{\circ}16')/8 = 0^{\circ}0'0,94''$

En el Ejm. 2, $E = (76^{\circ}30'12'' - 76^{\circ}30')/5 = 0^{\circ}0'02,4''$

En conclusión, a mayor lectura el error es menor

Ejemplo.

Calcular el valor y error más probable en la lectura por repetición:



Punto	Lectura inicial	Nº	Lectura final	Angulo Promedio
R	0° 0'0"	6		
P	135° 18'		91°49'35"	135°18'15.8"

SOL.

- Nº de repeticiones 6; $135^{\circ}18' \times 6 = 811^{\circ}48'$
 $811^{\circ}48'/360 = 2.25$ vueltas ó sea que al realizar 6 repeticiones el limbo girará 2 veces, más de 720°.
 $(91^{\circ}49'35'' + 720^{\circ}) / 6 = 135^{\circ}18'15.8''$
 El error más probable será $(135^{\circ}18'15.8'' - 135^{\circ}18')/6 = 0^{\circ}00'2.6''$

10.4 ANGULOS POR REITERACIÓN

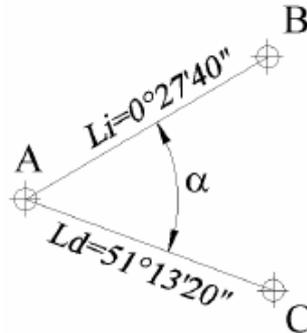
El método de reiteración se utiliza en aquellos teodolitos con un Solo eje de rotación (figura), en los cuales el círculo está siempre fijo a la base, imposibilitando la suma de ángulos horizontales con el mismo aparato.

En este tipo de teodolitos existe un tornillo de corrimiento Horizontal [G] que permite preestablecer, en forma aproximada, una determinada lectura.

En este método, al igual que en el método de repetición, debemos garantizar la medición del ángulo sobre el número de sectores determinado por la ecuación. El ángulo α , libre del error de graduación del círculo, será el promedio de los ángulos medidos en cada uno de los diferentes sectores.

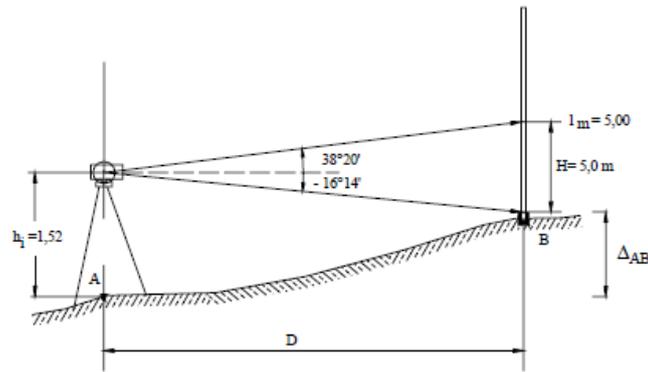
EJEMPLO

Determinar por el método de reiteración el ángulo α de la figura.



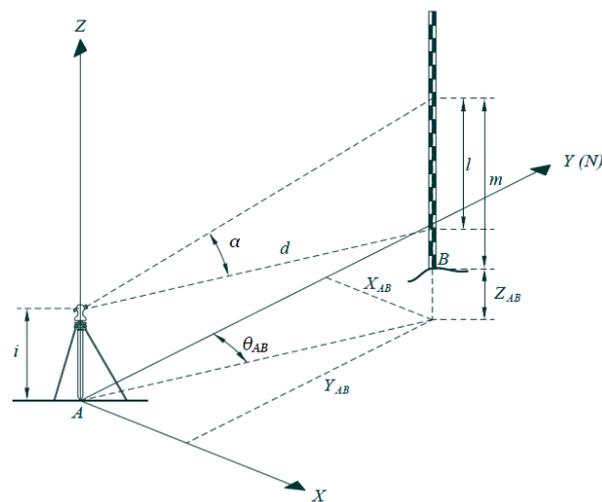
- Estacionados en A colimamos al punto B y ajustamos el tornillo de fijación de la alidada a la base [H]. Con el tornillo de corrimiento [G], imponemos una lectura cercana cero en el círculo horizontal. $LB = 0^{\circ}27'40''$.
- Soltamos el tornillo [H] y girando en sentido horario colimamos el punto C. Con el tornillo de coincidencia [I] afinamos la colimación a C. Anotamos la lectura al círculo horizontal en C. $Lc = 51^{\circ}13'20''$.
- El valor de α para la primera repetición vendrá dado por la diferencia entre las lecturas en B y C. $\alpha = 51^{\circ}13'20'' - 0^{\circ}27'40'' = 50^{\circ}45'40''$.
- Aplicando la ecuación, calculamos el número de reiteraciones requeridas para cubrir todos los sectores del círculo. $N = NS = 180/50 \approx 4$ rep.
- El incremento para cada reiteración será: $INC = 180/N \approx 45^{\circ}$ La segunda, tercera y cuarta reiteración deben comenzar con lecturas en B aproximadas a 45° , 90° y 135° respectivamente.
- Repetimos los pasos a, b y c hasta completar las reiteraciones requeridas, teniendo en cuenta las nuevas lecturas hacia B y C.
- Finalmente, el ángulo α libre del error de graduación del círculo horizontal vendrá dado por el promedio de los ángulos medidos en cada una de las reiteraciones realizadas.

Est.	Reit.	PV	Lecturas	α	α prom
A	1	B	$0^{\circ}27'40''$	$50^{\circ}45'40''$	$50^{\circ}45'38'',75$
		C	$51^{\circ}13'20''$		
	2	B	$45^{\circ}18'30''$	$50^{\circ}45'50''$	
		C	$96^{\circ}04'20''$		
	3	B	$90^{\circ}18'40''$	$50^{\circ}45'30''$	
		C	$141^{\circ}04'10''$		
	4	B	$136^{\circ}32'15''$	$50^{\circ}45'35''$	
		C	$187^{\circ}17'50''$		
		Σ	$203^{\circ}02'35''$		


TEXTO N° 11

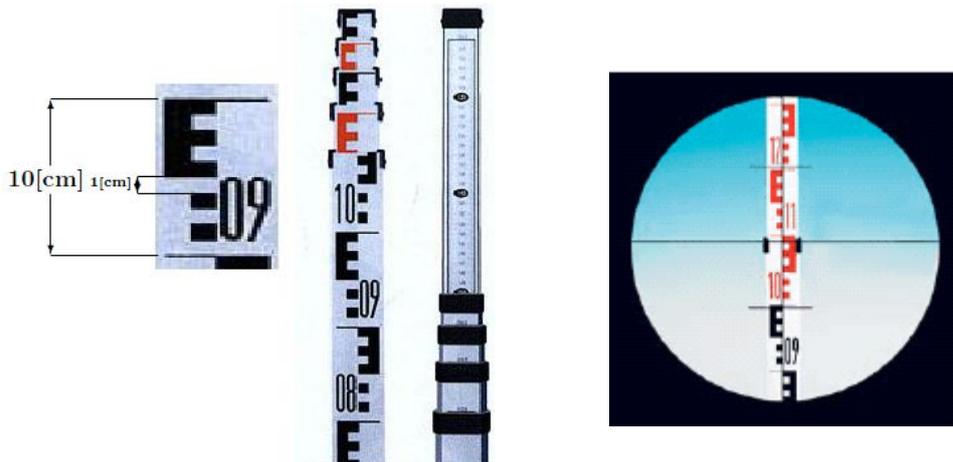
Tema N° 11: TAQUIMETRÍA

La taquimetría es la disciplina topográfica que comprende todos los procesos destinados a determinar simultáneamente la situación de los puntos en el terreno tanto proyección en un plano horizontal, lo que vendrá reflejado en las coordenadas (X, Y), así como su distancia a un plano horizontal de comparación, lo que determinará su coordenada (Z), refiriendo estas coordenadas a un sistema espacial cuyo eje (YY') tenga la dirección Norte-Sur, y el eje (ZZ') la vertical, Figura. La taquimetría, combina los procedimientos de planimetría y altimetría, y las curvas de nivel, o bien la representación de puntos en un sistema de planos acotados. Los instrumentos que se usan en taquimetría son el taquímetro y la estación total.



Fundamento de la Taquimetría

11.1 LECTURADO DE MIRAS



11.2 MEDICION DE DISTANCIAS.

En los levantamientos Topográficos las distancias medidas pueden ser horizontales o inclinadas, si se miden en un mismo nivel las distancias serán horizontales, si la distancia entre dos puntos esta afecto de un ángulo vertical la distancia será inclinada, estas distancias generalmente para su representación en un plano se reduce al horizonte o su proyección en el plano horizontal. Las distancias se pueden medir directa o indirectamente.

MEDICION DIRECTA.- Es cuando el operador actúa directamente sobre el objeto a medir, normalmente tomando una wincha sobre el terreno, para el cual debe tener en cuenta y evitar los errores que se puedan cometer al momento de medir, pueden ser errores meteorológicos, humanos, instrumentales etc. Después de la medición debe realizar las correcciones respectivas como, corrección por temperatura, catenaria, horizontalidad longitud verdadera, y tensión.

MEDICION INDIRECTA.- Ocurre cuando el terreno es accidentado y no puede utilizarse con facilidad la wincha, sobre todo cuando las distancias son grandes, para la medición indirecta de distancias se utiliza instrumentos mecánicos ó electrónicos, los teodolitos son los indicados, dentro de ellos existen los teodolitos convencionales, para tomar distancias se hace uso de miras graduadas, las lecturas se realizan dentro del rango de los hilos estadimétricos, hilo superior (s) e hilo inferior (i), en la ubicación de estos se lee su respectiva altura y se resta (s-i) y multiplicado por 100 (constante estadimétrica de fabricación), será la distancia del punto visado, estas son inclinadas y es necesario reducir al horizonte para representar en el plano, por lo que se tiene que aplicar las fórmulas taquimétricas aproximadas:

$$DH = D \cos^2\alpha \quad \text{y} \quad DV = \frac{1}{2} D \text{ Sen } 2\alpha$$

Dónde: DH = Distancia horizontal.

D = Distancia inclinada.

α = Angulo vertical.

DV = Diferencia Vertical.

Dentro de los instrumentos electrónicos tenemos los distanciómetros, Estación total, la distancia es medida por medio de rayos láser, para el cual cuenta con prismas de acuerdo a la distancia.

EJEMPLO

Se tiene los datos taquimétricos de un levantamiento topográfico, se desea calcular las distancias horizontales y verticales de cada punto.

Ptos.	Ang. Hrzt.	Ang. Cenit.	Dist.incl.
A-B	23°40'	92°10'	123.48

A-C	39°18'	93°45'	215.10
A-D	122°22'	88°18'	281.40
A-E	132°35'	86°20'	208.30

SOLUCION.

De acuerdo a la fórmula se tiene distancia inclinada, y ángulo calculamos el ángulo vertical para cada visual a partir del ángulo cenital.

Para: $A-B = 90^\circ - 92^\circ 10' = -2^\circ 10'$
 $A-C = 90^\circ - 93^\circ 45' = -3^\circ 45'$
 $A-D = 90^\circ - 88^\circ 18' = +1^\circ 42'$
 $A-E = 90^\circ - 86^\circ 20' = +3^\circ 40'$

Aplicando la fórmula. **$DH = D \cos^2 \alpha$** **y** **$DV = \frac{1}{2} D \text{ Sen } 2\alpha$.**
 Tenemos: Reemplazando los valores en la fórmula

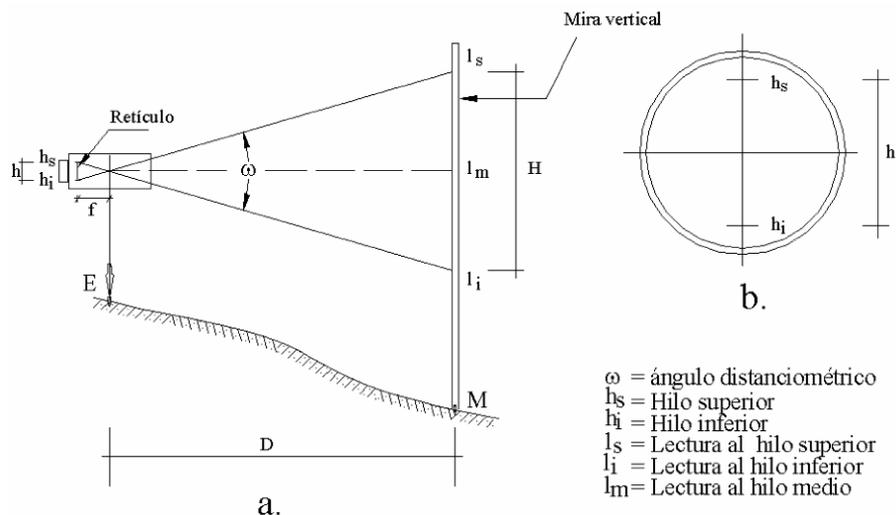
PTOS	D.H	D.V
A-B	123.304	-4.665
A-C	214.179	-14.038
A-D	281.152	8.344
A-E	207.448	13.294

11.3 MEDICIÓN ÓPTICA DE DISTANCIAS
CON VISUAL HORIZONTAL

En el proceso de levantamientos topográficos de detalles en donde los puntos de relleno a levantar no requieren de una gran precisión, se utiliza, debido a su sencillez y rapidez, el método óptico de medición de distancias.

En la figura a se representa en forma idealizada el sistema óptico de un telescopio con sistema de enfoque interno.

En el retículo del telescopio vienen incorporados un par de hilos distanciométricos horizontales, equidistantes del hilo horizontal central, tal y como se muestra en la figura b.



Representación idealizada de telescopio con sistema de enfoque interno

De la figura a. podemos obtener, por relación de triángulos

$$AC = \frac{H}{\operatorname{sen} w} \cdot \cos\left(\alpha + \frac{w}{2}\right)$$

Reemplazando:

$$D = \frac{H}{\operatorname{sen} w} \cdot \cos\left(\alpha + \frac{w}{2}\right) \cdot \cos\left(\alpha - \frac{w}{2}\right) = H \left[\cos^2 \alpha \cdot \frac{\cos^2 \frac{w}{2}}{\operatorname{sen} w} - \operatorname{sen}^2 \alpha \cdot \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{w}{2}}{\operatorname{sen} w} \right] =$$

$$D = H \left[\frac{\cos^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \frac{w}{2}} - \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha \cdot \tan \frac{w}{2}}{2} \right]$$

Recordando que

$$K = (1/2) \\ \tan(w/2)$$

$$D = KH \cos^2 \alpha - \frac{H}{4K} \cdot \operatorname{sen}^2 \alpha$$

La ecuación nos da la distancia horizontal tomada con un telescopio inclinado un ángulo α con respecto a la horizontal. Analizando el último término de la ecuación para valores máximos de H y α , y para $K=100$.

$H_{\max} = 4$ m (altura de la mira vertical)

$K = 100$ para la mayoría de los instrumentos modernos

$\alpha_{\max} = \pm 45^\circ$, tenemos:

$$\frac{4}{4 \times 100} \cdot \operatorname{sen}^2 45^\circ = 0,005 \text{ m}$$

Valor despreciable que nos permite simplificar

$$D = KH \cos^2 \alpha; \quad D = 100(l_s - l_i) \cdot \cos^2 \alpha$$

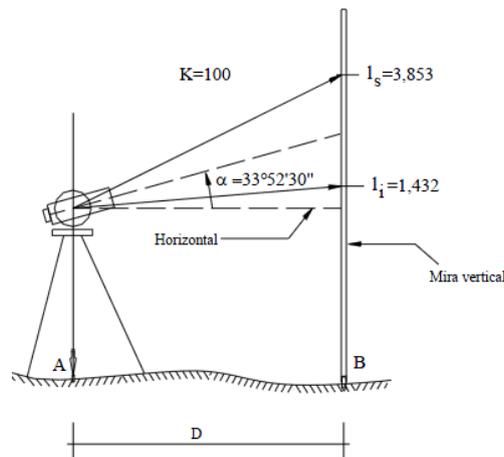
Para teodolitos que miden ángulos cenitales (ϕ), el valor de la distancia horizontal se calcula mediante la ecuación.

$$D = KH \operatorname{sen} 2\phi$$

$$D = 100(l_s - l_i) \cdot \operatorname{sen} 2\phi$$

EJEMPLO

Con los datos que se indican en la figura, calcule el error cometido por simplificación de la ecuación anterior.



Solución

Valor de la distancia aplicando la ecuación

$$K = 100 \quad H = (3,853 - 1,432) = 2,421$$

$$D = 100 \times 2,421 \times \cos^2 (33^\circ 52' 30'') - (2,421/4 \times 100) \times \sin^2 33^\circ 52' 30''$$

$$D = 166,885 - 0,002 = 166,883 \text{ m}$$

$$D = 166,883 \text{ m (valor real)}$$

Valor aproximado simplificando la

$$D = 100 \times 2,421 \cos^2 (33^\circ 52' 30'') = 166,885 \text{ m}$$

$$D = 166,885 \text{ m}$$

La diferencia entre el valor real y el valor aproximado será el error cometido por simplificación de la ecuación.

$$E = 166,883 - 166,885 = - 0,002 \text{ m}$$

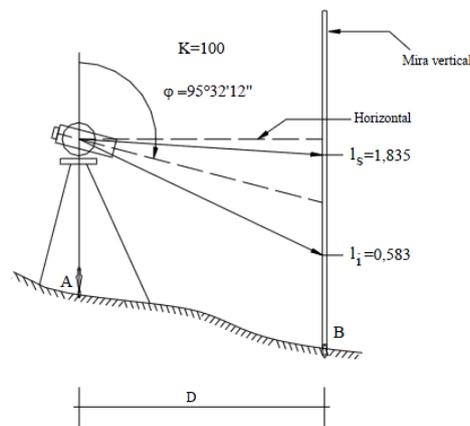
Valor despreciable ya que el error relativo sería:

$$Er = 1/(166,883/0,002) = 1/83.441,5$$

$$Er = 1/83.500$$

EJEMPLO 2

Con los valores indicados en la figura, calcule el valor de la distancia horizontal entre el punto A y el punto B.



Aplicando la ecuación tenemos:

$$D = 100(I_s - I_i) \cdot \sin^2 \phi = 100(1,835 - 0,583) \sin^2 (95^\circ 32' 12'') = 124,035 \text{ m}$$

$$D = 124,035 \text{ m}$$

11.4 ERRORES EN LA DETERMINACIÓN ÓPTICA DE DISTANCIAS

Además del error por simplificación de la ecuación (3.20), en la determinación óptica de distancias con mira vertical podemos observar los siguientes errores:

- Error de apreciación en la lectura de la tercera cifra decimal a la mira vertical. Salvo en mediciones de distancias con mira vertical de "invar" y micrómetro óptico, en la lectura a un a mira vertical la tercera cifra decimal se determina a ojo con una apreciación de hasta 1 mm que al ser multiplicado por la constante K introducirá un error de 10 cm en la determinación de la distancia.
- Error de graduación de la mira.
- Error por temperatura.
- Error inducido por las articulaciones para el pliegue de las miras (figura 2.12 p 2-9).
- Error por refracción de la visual.
- Error por la evaporación del aire. Se detecta en la parte inferior de la mira por efecto de la humedad y el calor.
- Error instrumental por inexactitud en la determinación de K. Este error se considera despreciable debido a la precisión de las técnicas de construcción de los instrumentos.
- Error de inclinación de la mira.

La mayoría de los errores descritos se pueden reducir al mínimo siguiendo las reglas y procedimientos que se indican:

- Mantener el ángulo de inclinación de la visual lo más horizontal posible.
- Utilizar nivel esférico de mano para la virtualización de la mira.
- Tomar las lecturas a la mira a una altura del suelo donde no se afecten por el movimiento del aire por evaporación.
- No hacer lecturas en horas de mucho calor.
- No tomar lecturas a distancias mayores de 100 a 120 m.
- Ajustar periódicamente las articulaciones de la mira.

EJERCICIO PROPUESTO:

Se realizó el levantamiento topográfico de una poligonal ABC cerrada utilizando un teodolito y miras, cuyos datos son los siguientes.

ESTACIÓN	g (di)	<Hz	<Vr	DH	DV	COTA
(M.N)-A-B		109°10'42"		3300		
A	23.9.392	112°48'15"	83°29'20"			
B	202.766	30°26'53"	93°11'24"			
C	368.849	36°44'52"	86°31'11"			

Determine las Distancias horizontales, verticales y Cotas. (Considere $A_i = A_s$)

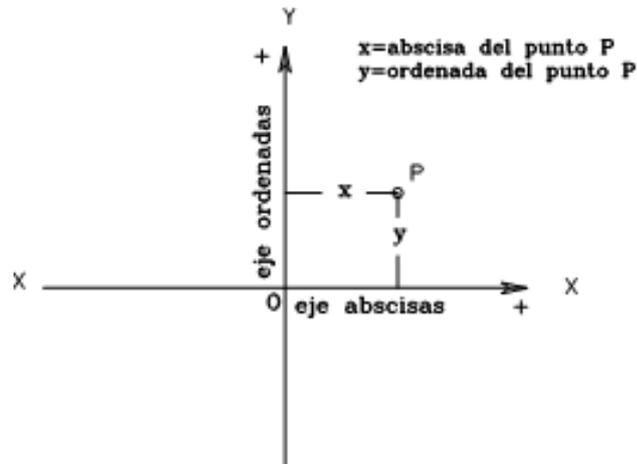
TEXTO Nº 12

Tema Nº 12: COORDENADAS TOPOGRÁFICAS

12.1 SISTEMA DE COORDENADAS RECTANGULARES

Dos líneas rectas que se corten en ángulo recto constituyen un sistema de ejes de coordenadas rectangulares, conocido también como sistema de Coordenadas Cartesianas; nombre que se le da en honor al matemático francés Descartes, iniciador de la geometría analítica.

En la intersección de las rectas se tiene el origen O de coordenadas. Al eje x-x se le denomina eje de las abscisas y al eje y-y eje de las ordenadas.



En la figura, el punto "P" queda perfectamente definido por la distancia medida sobre cada uno de los ejes desde el origen hasta la proyección del punto "P"; así pues, la distancia "x", medida desde el eje de las ordenadas hasta el punto "P", se llama abscisa del punto, y la distancia "y", medida desde el eje de las abscisas hasta el punto "P", se denomina ordenada del punto.

En Topografía, el eje de las ordenadas se asume como eje Norte-Sur, y el de las abscisas como eje Este-Oeste; de esta manera, a la ordenada del punto "P" se le denomina NORTE del punto y a la Abscisa, ESTE del punto. Por las definiciones dadas, las coordenadas de un punto se anotan de la siguiente manera.

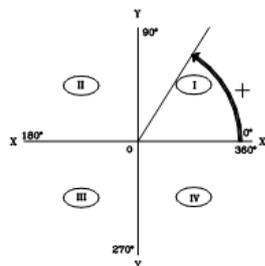
P (Np; Ep)

En donde:

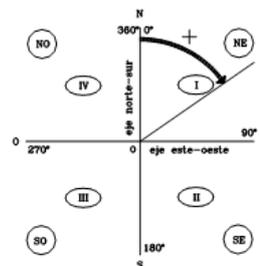
Np = Coordenada norte del punto P;

Ep = Coordenada este del punto P.

La figura a representa los cuadrantes utilizados en trigonometría y geometría analítica. Nótese que, en este caso, el sentido positivo de rotaciones es el anti horario, y que el origen de rotaciones coincide con el eje X-X.



a.- Cuadrantes
Trigonométricos y Analíticos



b.- Cuadrantes
Topográficos

La figura b representa los cuadrantes utilizados en topografía. En este caso, el sentido positivo de rotaciones es el horario, y el origen de rotaciones coincide con la dirección norte.

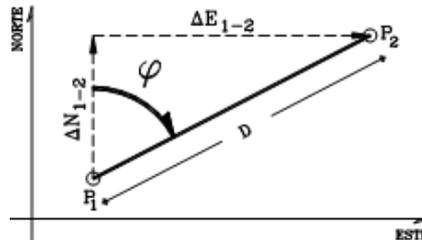
Los cuadrantes topográficos se denominan de la siguiente manera:

CUADRANTE	NOMBRE	SIGNOS
I	Norte - Este NE	+ +
II	Sur - Este SE	- +
III	Sur - Oeste SO	- -
IV	Norte- Oeste NO	+ -

12.2 SISTEMA DE COORDENADAS POLARES

La posición de un punto "P2" con respecto a un punto "P1", también queda definida mediante el ángulo ϕ entre el eje de referencia y la alineación de P1P2, y la distancia D, según se observa en la figura.

El ángulo ϕ y la distancia D, constituyen las COORDENADAS POLARES del punto P2. En forma análoga a la expresada para el sistema de coordenadas rectangulares, las coordenadas de un punto se indican de la siguiente manera: P (ϕ ; Dp)



12.3 RELACIONES GEOMÉTRICAS ENTRE AMBOS SISTEMAS

De acuerdo a la figura anterior, las relaciones geométricas existentes entre los puntos P1 ($N_1; E_1$) y P2 ($N_2; E_2$) quedan expresadas mediante las siguientes ecuaciones:

$$D_{1-2} = \sqrt{(E_2 - E_1)^2 + (N_2 - N_1)^2}$$

$$\tan \alpha_{1-2} = \frac{E_2 - E_1}{N_2 - N_1}$$

En donde:

ϕ = Azimut de la alineación P1P2

α = Rumbo de la alineación P1P2

N_i, E_i = Coordenadas Rectangulares del P_i .

$\Delta N, \Delta E$ = Distancia sobre los ejes Norte y Este desde el punto P_i hasta el punto P_{i+1} .

D_{P1P2} = Distancia horizontal entre ambos puntos.

$$\Delta N_{1-2} = D_{1-2} * \cos \phi$$

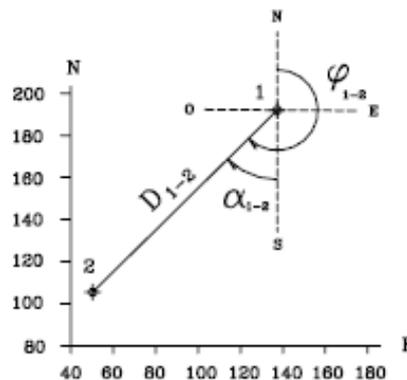
$$\Delta E_{1-2} = D_{1-2} * \sin \phi$$

EJEMPLO 1

Dadas las coordenadas de los puntos 1 y 2 representados en la figura, calcular la distancia D (1-2), el rumbo α (1-2) y el azimut ϕ (1-2) de la alineación 1 - 2.

PUNTO	COORDENADAS	
	NORTE	ESTE
1	192,241	137,419
2	105,565	50,327

Calcular: ϕ_{1-2} , α_{1-2} y D_{1-2}



Solución

Mediante la aplicación de las ecuaciones anteriores, se tiene:

$$E_2 - E_1 = 50,327 - 137,419 = -87,092 \text{ m.}$$

$$N_2 - N_1 = 105,565 - 192,241 = -86,676 \text{ m.}$$

Nótese que por ser las proyecciones norte y este, negativas el rumbo de la alineación 1-2 pertenece al III cuadrante y por lo tanto es rumbo S-W.

$$\begin{aligned} \text{Tan} \alpha(1-2) &= -87,092 / -86,676 = 1,004779 \\ \alpha(1-2) &= \text{arc tg}(1,004779) = S 45^{\circ}08'14'' W \end{aligned}$$

El azimut ϕ según la figura es:

$$\begin{aligned} \phi_{1-2} &= 180^{\circ} + \alpha_{1-2} = 180^{\circ} + 45^{\circ}08'14'' & \phi_{1-2} &= 225^{\circ}08'14'' \\ D_{1-2} &= \sqrt{(87,092^2 + 86,676^2)} = 122,873\text{m} & D_{1-2} &= 122,873\text{ m} \end{aligned}$$

Nota: Salvo que se indique lo contrario, los valores angulares se especificaran en ($^{\circ}$ ' '); y (grados, minutos, segundos enteros) y las distancias hasta el mm, ya que éstas son, generalmente, las precisiones de los instrumentos topográficos.

EJEMPLO 2

Dadas las coordenadas del punto 1 (208,325; 175, 422), el azimut ϕ_{1-2} de la alineación 1-2 y la distancia D_{1-2} , calcular las coordenadas del punto 2. $\phi_{1-2} = 124^{\circ}20'15''$ $D_{1-2} = 138,432\text{ m}$

SOLUCIÓN

Mediante la aplicación de las ecuaciones anteriores, se tiene:

$$\Delta E_{1-2} = 138,432 * \text{sen}(124^{\circ}20'15'') = -78,085\text{ m}$$

$$\Delta N_{1-2} = 138,432 * \text{cos}(124^{\circ}20'15'') = 114,307\text{ m}$$

Como ΔE_{1-2} y ΔN_{1-2} son las distancias en proyección desde 1 hasta 2, las coordenadas de 2 serán:

$$E_2 = E_1 \pm \Delta E_{1-2} \quad E_2 = 208,325 - 78,085 = 130,240\text{ m}$$

$$N_2 = N_1 \pm \Delta N_{1-2} \quad N_2 = 175,422 + 114,307 = 289,729\text{ m}$$

Coordenadas de 2 (289,729; 130,240)

12.4 CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DE LOS VÉRTICES

Una vez compensadas las proyecciones, se procede al cálculo de las coordenadas de los vértices de la poligonal. Haciendo referencia a la figura, las coordenadas del punto 1, calculadas en función de las coordenadas del punto B, se obtienen de la siguiente manera

$$N_1 = N_B + \Delta N_{B1}$$

$$E_1 = E_B + \Delta E_{B1}$$

y las coordenadas de 2, calculadas a partir de 1,

$$N_2 = N_1 - \Delta N_{12}$$

$$E_2 = E_1 + \Delta E_{12}$$

y en forma general

$$N_i = N_{i-1} \pm \Delta N_{i-1,i}$$

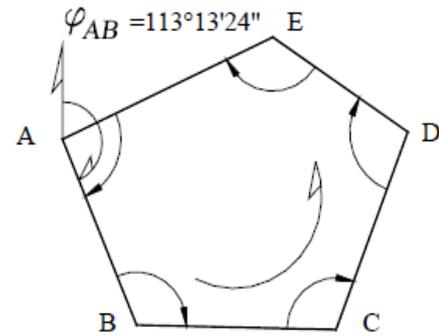
$$E_i = E_{i-1} \pm \Delta E_{i-1,i}$$

El signo de la proyección depende de la dirección de la misma

EJEMPLO

Siguiendo el procedimiento de cálculo de poligonales descrito, calcule las coordenadas de los vértices de la poligonal de la figura.

Punto	∠ Horizontal	Dist.
A	86°56'20"	38,20
B	162°00'10"	53,40
C	119°25'14"	96,20
D	74°49'34"	102,75
E	96°48'32"	104,20



Coordenadas de A: (1.040,82; 1.340,16)
Teodolito Wild T1-A con $A_p = 20''$

SOLUCIÓN

Aunque es costumbre calcular las poligonales en forma tabulada, este primer ejemplo lo

Trabajaremos siguiendo paso a paso el procedimiento indicado.

Cálculo y compensación del error angular

Est.	∠ medido	Ca	∠ Corr.
A	86°56'20"	+2"	86°56'22"
B	162°00'10"	+2"	162°00'12"
C	119°25'14"	+2"	119°25'16"
D	74°49'34"	+2"	74°49'36"
E	96°48'32"	+2"	96°48'34"
Σ	539°59'50"	+10"	539°59'60"

Aplicando la condición geométrica de la ecuación para una poligonal cerrada de 5 lados tenemos:

$$\varepsilon_a = (539°59'50'') - (5 - 2) \times 180$$

$$\varepsilon_a = (539°59'50'') - 540°$$

$$\varepsilon_a = -10''$$

$$\text{Tolerancia angular } T_a = 20'' \sqrt{5} \cong 45''$$

Como $\varepsilon_a < T_a$ procedemos a distribuir el error en partes iguales a cada uno de los ángulos.

$$C_a = -(10'')/5 = 2'' \text{ por vértice}$$

Las correcciones parciales y los ángulos corregidos aparecen en la tabla.

Con los ángulos corregidos procedemos al cálculo de los azimuts de los lados.

Est.	∠ Corregido	Acimut	∠ + Acimut	Signo
A	86°56'22"	113°13'24"		
B	162°00'12"	95°13'36"	275°13'26"	> 180°
C	119°25'16"	34°38'52"	214°38'52"	> 180°
D	74°49'36"	289°28'28"	109°28'28"	< 180°
E	96°48'34"	206°17'02"	386°28'39"	> 180°
A	86°56'22"	113°13'24"	293°25'01"	> 180°
Control →		113°13'24"		

La tabla se calcula por aplicación de la ley de propagación de los azimuts, de la siguiente manera:

- Sumamos el azimut conocido

$$\varphi_{AB} = 113^{\circ}13'24'' \text{ con el ángulo en B}$$

$$\angle B = 162^{\circ}00'12''$$

$$275^{\circ}13'26'' \text{ Como } \varphi_{AB} + \angle B > 180^{\circ}$$

$$\underline{-180^{\circ}00'00''}$$

$$\varphi_{BC} = 95^{\circ}13'36''$$

- Colocamos este valor en la columna correspondiente a azimuts entre las filas B y C.
- Procedemos de la misma manera para los lados restantes de la poligonal incluyendo, como control, el cálculo del acimut inicial.

En la tabla se ha incluido, de manera ilustrativa, una columna para la suma del ángulo y el azimut y una columna para el control del signo de la ecuación. Estas columnas no son necesarias ya que comúnmente estos pasos se hacen en una sola operación.

El cálculo y compensación de las proyecciones de los lados y de las coordenadas de los vértices se realiza en la forma que se muestra en la tabla anterior.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Pto.	Azimut	Dist.	PROYECCIÓN		CORRECCIÓN		PROY. COORD		COORD ABSOLUTAS	
			ΔN	ΔE	CpN	CpE	ΔN	ΔE	N	E
A									1040.82	1340.16
	113°13'24"	38.2	-15.063	35.105	-0.004	0.004	-15.067	35.11		
B									1025.75	1375.269
	95°13'36"	53.4	-4.865	53.178	-0.005	0.005	-4.87	53.18		
C									1020.88	1428.452
	34°38'52"	96.2	79.14	54.693	-0.01	0.009	79.13	54.7		
D									1100.01	1483.154
	289°28'28"	102.75	34.255	-96.872	-0.01	0.01	34.245	-96.86		
E									1134.26	1386.292
	206°17'02"	104.2	-93.427	-46.142	-0.011	0.01	-93.438	-46.13		
A									1040.82	1340.16
		Sum	394.75	0.04	-0.038	-0.04	0.038	0	0	

$$\text{Área} = 9.669,19 \text{ m}^2$$

En la tabla, la columna 1 corresponde a la identificación del vértice o estación de la poligonal. La columna 2, a los valores de los azimuts corregidos. La columna 3, a las distancias de los lados. Las columnas 4 y 5, corresponden a las proyecciones norte y este, calculadas con las ecuaciones anteriores, respectivamente.

La suma de las proyecciones norte, columna 4, corresponde al $\epsilon\Delta N = + 0,04$. De igual manera, el error $\epsilon\Delta E = -0,038$ resulta de la suma de las proyecciones este, columna 5.

Chequeo de la tolerancia lineal.

$$\epsilon L = \sqrt{((0.04)^2 + (-0.038)^2)} = 0.055 \text{ m}$$

$$P = 0.055/394.75 = 0.0001393; \quad n = 1/P = 7178.751$$

$$TL = 0.015 \sqrt{\epsilon L} = 0.3 \text{ m}$$

$TL > \epsilon L \rightarrow$ procederemos a la compensación de las proyecciones

Compensación de proyecciones

Las columnas 6 y 7, correspondientes a las correcciones de las proyecciones, se calculan mediante la aplicación de las ecuaciones dadas.

$$CpNi = - (0.04/394.75)Li$$

$$CpEi = - (-0.038/394.75)Li$$

Como chequeo, la suma de las correcciones de la columna 6 debe ser igual a $-\epsilon\Delta N$ y la suma de las correcciones de la columna 7 debe ser igual a $-\epsilon\Delta E$.

La columna 8 resulta de la suma de las columnas 4 y 6 y la columna 9 de la suma de las columnas 5 y 7.

Como chequeo, la suma de las proyecciones norte, columna 8, debe ser cero, y la suma de las proyecciones este, columna 9, debe ser cero.

Las coordenadas norte y este, columnas 10 y 11, se calculan sumando, en forma secuencial, las proyecciones corregidas a las coordenadas del punto anterior.

Por último, en caso de ser necesario, se calcula el área de la poligonal cerrada mediante la aplicación de la ecuación anterior.

La tabla muestra la forma usual de ordenar los datos de campo y el procedimiento de cálculo de poligonales.

Cálculo de poligonal cerrada

Ubicación: _____

Fecha: _____

Equipo: Wild T1-A; cinta acero

Levantado por: _____

Revisado: _____

Origen de Coordenadas

Punto A: (1.040,82; 1.340,16)

 $\phi_{AB}: 113^{\circ}13'24''$

Calculado por: _____

Pto	< Medido	Ca	< Correg.	Azimut	Dist	PROYECCIÓN		CORRECCIÓN		PROY. COORD		COORD ABSOLUTAS	
						ΔN	ΔE	CpN	CpE	ΔN	ΔE	N	E
A	86°56'20"	2"	86°56'22"									1040.82	1340.16
				113°13'24"	38.2	-15.063	35.105	-0.004	0.004	-15.067	35.11		
B	162°00'10"	2"	162°00'12"									1025.75	1375.269
				95°13'36"	53.4	-4.865	53.178	-0.005	0.005	-4.87	53.18		
C	119°25'14"	2"	119°25'16"									1020.88	1428.452
				34°38'52"	96.2	79.14	54.693	-0.01	0.009	79.13	54.7		
D	74°49'34"	2"	74°49'36"									1100.01	1483.154
				289°28'28"	102.75	34.255	-96.872	-0.01	0.01	34.245	-96.86		
E	96°48'32"	2"	96°48'34"									1134.26	1386.292
				206°17'02"	104.2	-93.427	-46.142	-0.011	0.01	-93.438	-46.13		
A												1040.82	1340.16
Sum	539°59'50"	10"				394.75	0.04	-0.038	-0.04	0.038	0	0	

$$\text{Sum } \Delta N = 0.04$$

$$Ea = -10''$$

$$\text{Sum } \Delta E = -0.038$$

$$Ta = 20'' \sqrt{5} = 45''$$

$$\epsilon L = 0.055 \quad Ca = -Ea / n = 2''$$

$$Er = 1: 7178 \quad TL = 0.015$$

Tema N° 13: DETALLES TOPOGRÁFICOS

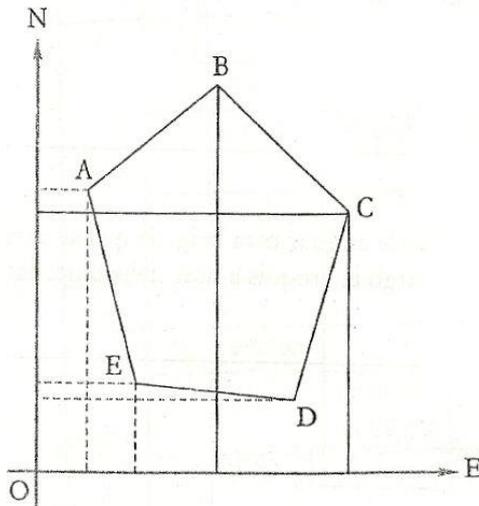
TEXTO N° 13

Los Detalles Topográficos consisten en determinar puntos en el terreno dentro y/o fuera de una poligonal o red de apoyo para con ello representar en un plano los detalles naturales que vienen a ser estructuras generadas por la evolución geológica de la corteza y artificiales, que son estructura hechas por las manos del hombre como carreteras edificaciones etc.

En el campo se usa con la misma importancia el método taquimétrico como la medición con cinta métrica aplicando simultáneamente el levantamiento planimétrico y altimétrico. Téngase presente que el producto final de una plano está constituido por los detalles topográficos, por tal razón dicha tarea debe encomendarse a personal calificado, pues errores que se cometan serán fácilmente detectado por cualquier individuo que conozca la zona de trabajo.

13.1 PROCEDIMIENTO

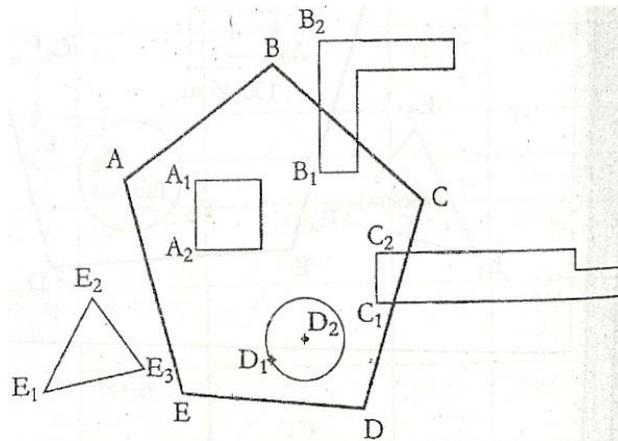
1º Elección de la red de apoyo o poligonal:



Poligonal			
Punto	Este(m)	Norte(m)	Cota(m)
A	100,000	700,000	500,000
B	399,042	886,458	523,231
C	755,130	657,915	510,610
D	545,100	174,860	530,420
E	193,234	199,104	521,232

2º DETERMINACIÓN DEL CROQUIS DE LOS DETALLES A LEVANTAR:

Se dibuja in-situ la geometría y posición aproximada de los detalles naturales y artificiales (dicho grafico se debe plasmar en la libreta de campo). Esta operación involucra la detonación de los puntos a levantar (asignación de nombres a los puntos de relleno).

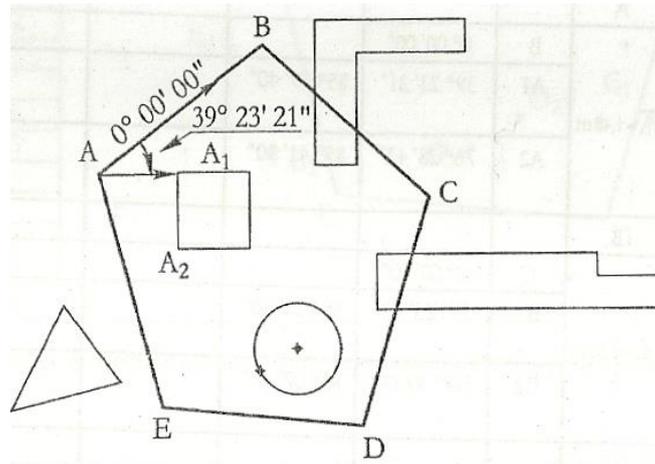


3º SE DETERMINA LA MÍNIMA LONGITUD A TOMAR EN CUENTA EN EL CAMPO:

Para ello es preciso la escala a la cual se representará el levantamiento en el plano. Si la escala elegida es $1/E$, es aceptable la siguiente expresión $L = 0.0002 \times E$,
 Donde L = Mínima longitud a tomar en cuenta en el campo, por ejemplo $E = 10\ 000$, la mínima longitud será 2m

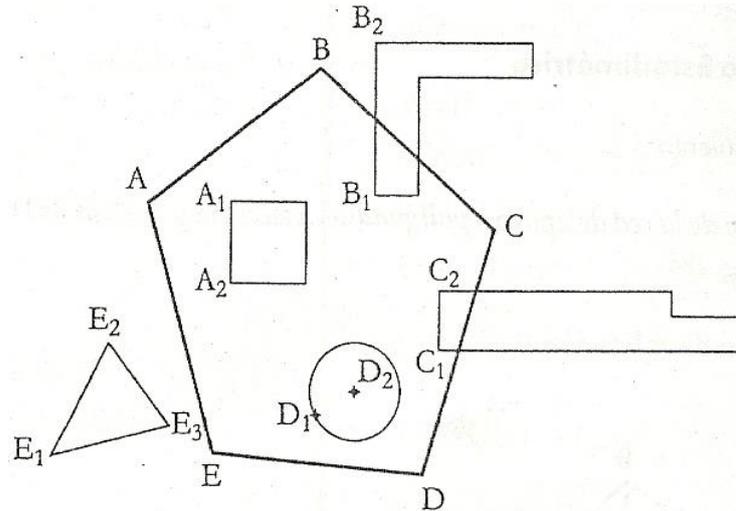
4º DETALLES DESDE EL PRIMER PUNTO DE CONTROL

- Se estaciona en un punto de la poligonal
- Se hace $0^\circ 00'00''$ en un punto vecino
- Se suelta el bloqueo de la alidada y se dirige la visual hacia el primer punto a levantar, se toman como datos: el ángulo azimutal, vertical y la lectura del hilo superior e inferior. (es conveniente que el hilo medio sea la altura del instrumento).
- Se suelta el bloqueo de la alidada y se dirige hacia el segundo punto a rellenar y se toman los mismo parámetros.


5º LIBRETA DE CAMPO:

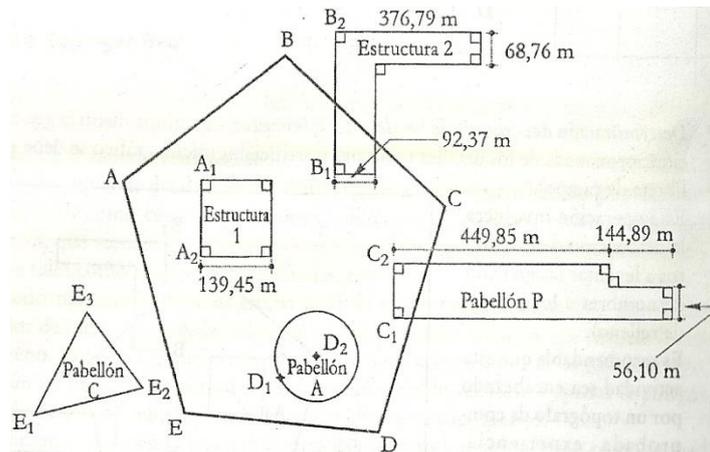
- $\angle H$: ángulo Horizontal
 : Altura de Instrumento
 PV : Punto visado
 $\angle V$: Ángulo Nadiral o Cenital
 A : Ángulo Vertical Respecto al horizonte

Estación	PV.	Ángulo Vertical		Hilo Estadimétrico(m)	$D_H(m)$	$D_V(m)$	Cota(m)
		$\angle H$	$\angle V$				
A							500,00
$\bar{A}=1,48\text{ m}$	B	0° 00' 00"					
	A1	39° 23' 21"	85° 19' 40"	2,30			
	A2	76° 28' 42"	85° 41' 30"	0,66			
B							523,231
$\bar{B}=1,52\text{ m}$	C	0° 00' 00"					
	B1	25° 25' 42"	85° 39' 50"	2,77			
	B2	298° 39' 04"	85° 07' 40"	0,27			
C							510,610
$\bar{C}=1,50\text{ m}$	D	0° 00' 00"					
	C1	12° 01' 03"	84° 53' 35"	2,70			
	C2	33° 16' 26"	84° 24' 50"	0,30			
D							530,420
$\bar{D}=1,45\text{ m}$	E	0° 00' 00"					
	D1	26° 01' 11"	83° 49' 50"	2,43			
	D2	53° 54' 55"	83° 40' 00"	0,47			
E							521,232
$\bar{E}=1,54\text{ m}$	A	0° 00' 00"					
	E1	282° 26' 28"	81° 36' 48"	2,60			
	E2	323° 03' 59"	81° 29' 20"	0,49			
	E3	331° 41' 31"	80° 59' 50"	1,73			
				1,35			
				2,50			
				0,58			



6º PARALELO AL LEVANTAMIENTO TAQUIMÉTRICO

Se puede asignar otra brigada que se encargue de tomar las medidas con cinta métrica; sin embargo el croquis a usar debe tener las mismas denotaciones que las usadas en taquimetría.



13.2 CÁLCULOS Y GRÁFICO

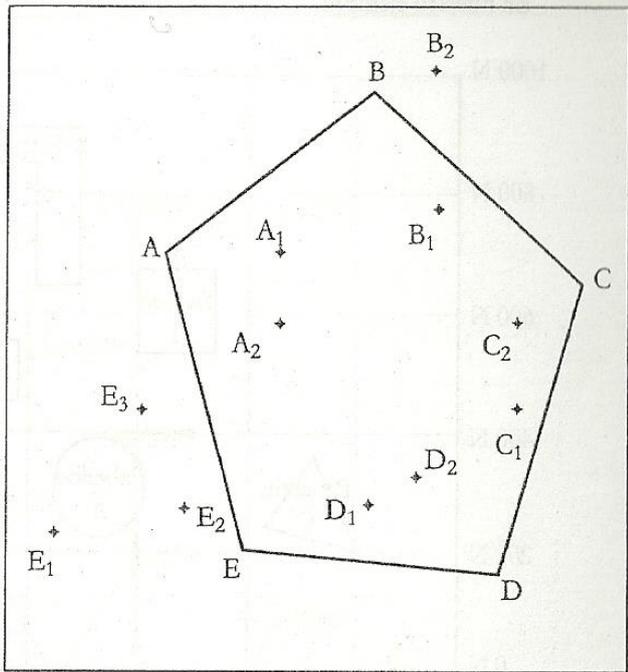
7º TRABAJO DE GABINETE: Se realiza el cálculo respectivo:

Estación	P.V.	$\angle H$	Ángulo Vertical		Hilo		$D_H(m)$	$D_V(m)$	Cota(m)
			$\angle V$	α	Estadimétrico(m)				
A									500,000
$\bar{A}=1,48\text{ m}$	B	0° 00' 00"							
	A1	39° 23' 21"	85° 19' 40"	04° 40' 20"	2,30 0,66	162,912	13,314	513,314	
	A2	76° 28' 42"	85° 41' 30"	04° 18' 30"	2,62 0,34	226,713	17,080	517,080	
B									523,231
$\bar{A}=1,52\text{ m}$	C	0° 00' 00"							
	B1	25° 25' 42"	85° 39' 50"	04° 20' 10"	2,77 0,27	248,571	18,848	542,079	
	B2	298° 39' 04"	85° 07' 40"	04° 52' 20"	2,27 0,77	148,918	12,694	535,925	
C									510,610
$\bar{A}=1,50\text{ m}$	D	0° 00' 00"							
	C1	12° 01' 03"	84° 53' 35"	05° 06' 25"	2,70 0,30	238,010	21,279	531,889	
	C2	33° 16' 26"	84° 24' 50"	05° 35' 10"	2,35 0,65	168,389	16,470	527,080	
D									530,420
$\bar{A}=1,45\text{ m}$	E	0° 00' 00"							
	D1	26° 01' 11"	83° 49' 50"	06° 10' 10"	2,43 0,47	193,736	20,942	551,362	
	D2	53° 54' 55"	83° 40' 00"	06° 20' 00"	2,29 0,60	166,943	18,529	548,949	
E									521,232
$\bar{A}=1,54\text{ m}$	A	0° 00' 00"							
	E1	282° 26' 28"	81° 36' 48"	08° 23' 12"	2,60 0,49	206,511	30,446	551,678	
	E2	323° 03' 59"	81° 29' 20"	08° 30' 40"	1,73 1,35	37,168	5,562	526,794	
	E3	331° 41' 31"	80° 59' 50"	09° 00' 10"	2,50 0,58	187,300	29,674	550,906	

8° UBICACIÓN DE LOS DETALLES

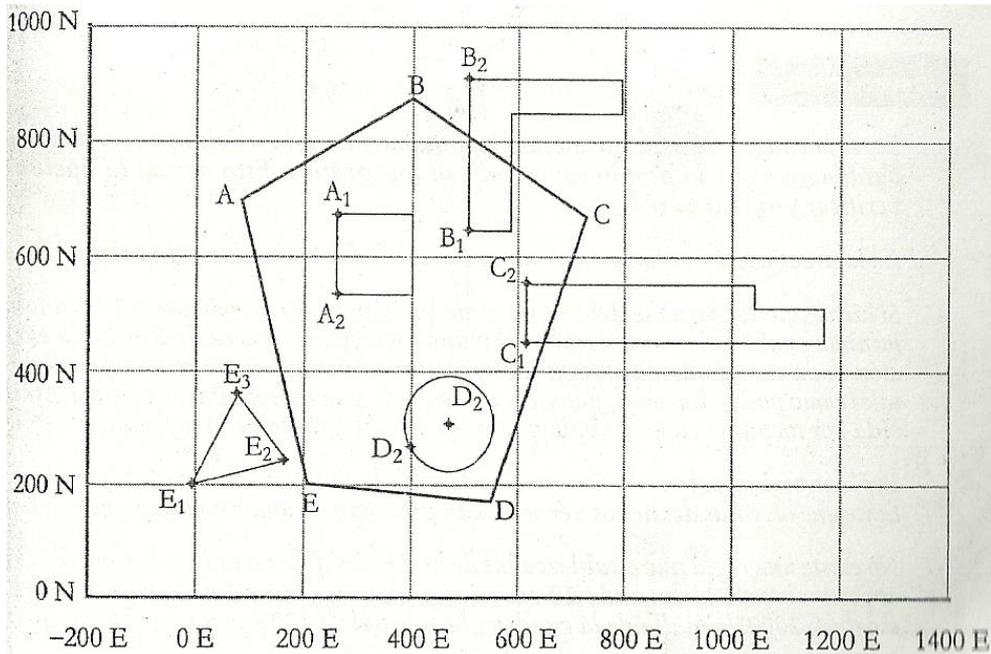
Con ayuda de la poligonal y el cuadro adjunto se lleva a cabo la ubicación gráfica de los puntos levantados taquimétricamente, gracias al método gráfico de coordenadas polares.

Estación	P.V.	$\angle H$	$D_H(m)$
A	B	0° 00' 00"	
	A1	39° 23' 21"	162,912
	A2	76° 28' 42"	226,713
B	C	0° 00' 00"	
	B1	25° 25' 42"	248,571
	B2	298° 39' 04"	148,918
C	D	0° 00' 00"	
	C1	12° 01' 03"	238,010
	C2	33° 16' 26"	168,389
D	E	0° 00' 00"	
	D1	26° 01' 11"	193,736
	D2	53° 54' 55"	166,943
E	A	0° 00' 00"	
	E1	282° 26' 28"	206,511
	E2	323° 03' 59"	37,168
	E3	331° 41' 31"	187,300



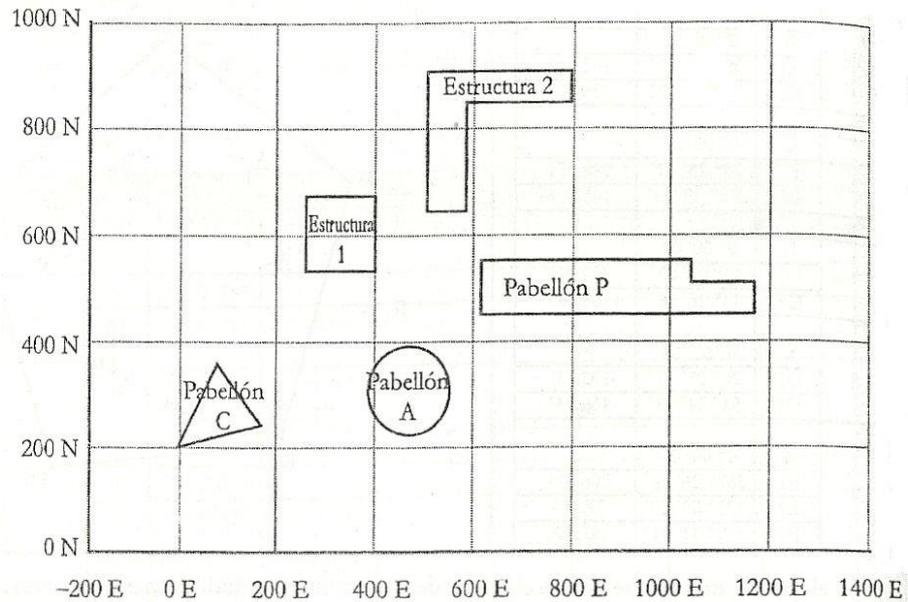
9º UBICACIÓN EN COORDENADAS

En el gráfico anterior, se realiza el dibujo de los detalles apoyándose en el croquis existente: En nuestro ejemplo.



10º PLANO FINAL

el plano queda determinado con la representación de los detalles, según las exigencias pertinentes (nombres, medidas, cotas, etc.).

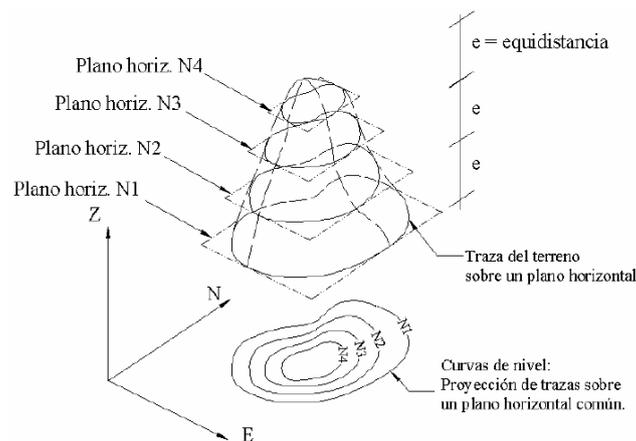


13.3 OBSERVACIONES

- Es recomendable realizar primero el levantamiento de la red de apoyo o poligonal para luego hacer lo propio con el relleno topográfico. Esto nos da la opción de verificar y ajustar la red.
- Si bien es cierto que no se deben tomar medidas en el terreno menor que la longitud mínima establecido por la escala del plano (percepción óptica de 2 mm); la excepción se da cuando dichas longitudes corresponden a estructuras independientes, tales como postes, buzones puentes, árboles etc.
- Los banco de nivel pueden o no sr vértices de la poligonal; sin embrago es importante que las cotas de dichos puntos vértices sean producto de una nivelación geométrica.
- No existe una regla que establezca las dimensiones de las cuadrículas, no obstante es costumbre trazarlos cada 10 cm en el plano. Así por ejemplo en un plano de escala 14/2000. La malla de la cuadrícula equivales a 200 m en el terreno.

Es el método más empleado para la representación gráfica de las formas del relieve de la superficie del terreno, ya que permite determinar, en forma sencilla y rápida, la cota o elevación del cualquier punto del terreno, trazar perfiles, calcular pendientes, resaltar las formas y accidentes del terreno, etc.

Una curva de nivel es la traza que la superficie del terreno marca sobre un plano horizontal que la intersecta, por lo que podríamos definirla como la línea continua que une puntos de igual cota o elevación. Si una superficie de terreno es cortada o interceptada por diferentes planos horizontales, a diferentes elevaciones equidistantes entre sí, se obtendrá igual número de curvas de nivel, las cuales al ser proyectadas y superpuestas sobre un plano común, representarán el relieve del terreno. El concepto de curvas de nivel se ilustra en la figura anterior.



14.1 EQUIDISTANCIA.

La distancia vertical o desnivel entre dos curvas consecutivas es constante y se denomina equidistancia. El valor de la equidistancia depende de la escala y de la precisión con que se desea elaborar el mapa. Como norma general se recomienda se utilice la equidistancia normal (e_n), definida como la milésima parte del denominador de la escala, expresada analíticamente según la siguiente Ecuación.

En dónde.

e_n = equidistancia normal.

D escala = denominador de la escala.

Ejemplo

Cuál será el valor de la equidistancia normal (e_n) recomendado para la elaboración de un plano de curvas de nivel a escala 1/2.000.

SOLUCIÓN

El valor recomendado será el valor de la equidistancia normal calculado por la ecuación anterior.

$$e_n = 2.000/1.000 = 2 \text{ m}$$

$$e_n = 2 \text{ m}$$

14.2 MÉTODOS PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS CURVAS DE NIVEL

Una vez realizado el levantamiento topográfico por cualquiera de los métodos que estudiaremos más adelante (cuadrículas, radiación, secciones, etc.), y determinadas las coordenadas Norte, Este y cota de puntos sobre la superficie del terreno, se procede a la elaboración del plano acotado. Como las curvas de nivel son líneas que unen los puntos de cotas enteras de igual elevación, y en el trabajo de campo difícilmente se obtienen las cotas enteras, es necesario recurrir a un proceso de interpolación lineal entre puntos consecutivos, para ubicar dentro del plano acotado

los puntos de igual elevación. El proceso de interpolación, como se mencionó anteriormente, es un proceso de interpolación lineal, ya que en la determinación de detalles se toman las cotas de los puntos de quiebre del terreno, por lo que la cota o elevación del terreno varía uniformemente entre un punto y otro. Finalmente, determinada la ubicación de los puntos de igual elevación, procedemos a unirlos por medio de líneas continuas completando de esta manera el plano a curvas de nivel.

A continuación describiremos los métodos más comunes y prácticos de interpolación para la ubicación de las "cotas enteras" o "redondas".

MÉTODO ANALÍTICO

Supongamos que tenemos el plano de la figura y que deseamos determinar las cotas redondas a cada metro que existen entre los puntos A y B.

Conociendo que la variación de la cota entre los puntos A y B es lineal, como hemos dicho anteriormente, podemos proceder de la siguiente manera:

a) Determinar el desnivel entre los puntos A y B.

$$\Delta_{A-B} = (47.63 - 43.44) = 4.19 \Rightarrow \Delta_{A-B} = 4.19 \text{ m}$$

b) Determinar la distancia horizontal entre A y B

$$D_{A-B} = 35.00 \text{ m.}$$

c) Determinar las diferencias de nivel entre la cota menor o cota de referencia y cada una de las cotas enteras existentes entre A y B.

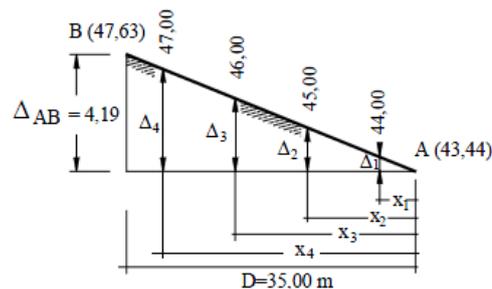
$$\Delta_1 = 44.00 - 43.44 = 0.56 \text{ m}$$

$$\Delta_2 = 45.00 - 43.44 = 1.56 \text{ m}$$

$$\Delta_3 = 46.00 - 43.44 = 2.56 \text{ m}$$

$$\Delta_4 = 47.00 - 43.44 = 3.56 \text{ m}$$

$$\Delta_{AB} = 47.63 - 43.44 = 4.19 \text{ m}$$



INTERPOLACIÓN ANALÍTICA

d) Por relación de triángulos determinamos los valores de x_1, x_2, \dots, x_n , que representan las distancias horizontales entre el punto de menor cota o cota de referencia y los puntos de cota entera (figura).

La ecuación para el cálculo de los valores de x_i se reproduce a continuación,

$$x_i = (D_t / \Delta_t) * \Delta_i$$

En donde,

Δ_t = desnivel total entre los puntos extremos

D_t = distancia horizontal entre los puntos extremos

Δ_i = desnivel parcial entre el punto de cota redonda y el punto de menor cota

x_i = distancia horizontal entre el punto de menor cota y el punto de cota redonda a ser ubicado

Aplicando la ecuación, se obtienen los valores de x_i . Los cálculos en forma tabulada se reproducen a continuación.

Cota entera	Desnivel parcial	Distancia X_i
44	0,56	4,7
45	1,56	13,0
46	2,56	21,4
47	3,56	29,7
47,63	4,19	35,0

e) Luego, sobre el plano horizontal y a la escala del mismo, se hace coincidir el cero del escalímetro con el punto de menor cota, y a partir de éste se miden los valores calculados de x_i , determinando así la ubicación en el plano de la cota entera buscada.

f) Este proceso se repite para cada par de puntos adyacentes en el plano acotado.

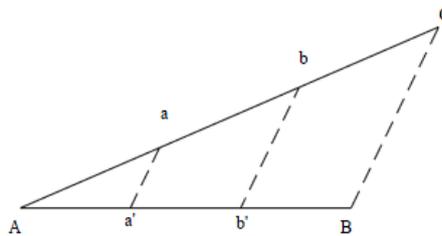
g) Finalmente se procede a unir los puntos de igual cota para obtener las curvas de nivel correspondiente.

MÉTODO GRÁFICO

El método gráfico está basado en el teorema de proporcionalidad de Thales, cuyo enunciado se reproduce a continuación:

“Si varias rectas paralelas cortan dos líneas transversales, determinan en ellas segmentos correspondientes proporcionales”.

La figura representa gráficamente el teorema de Thales

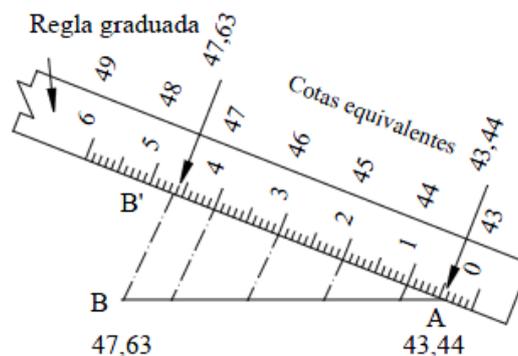


Representación Gráfica del Teorema de Thales

En la figura AB y AC son rectas transversales y aa' y bb' son rectas paralelas a CB, por lo tanto, según el teorema de Thales tenemos:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{Aa}{Aa'} = \frac{Ab}{Ab'} = \frac{ab}{a'b'}$$

Este mismo principio es aplicado para ubicar puntos de cota entera entre dos puntos del plano acotado. El procedimiento de interpolación gráfica será descrito con la ayuda de la figura siguiente en la que deseamos ubicar los puntos de cota entera con equidistancia de 1 m que existen entre los puntos A-B de la figura anterior.



Procedimiento de Interpolación Gráfica

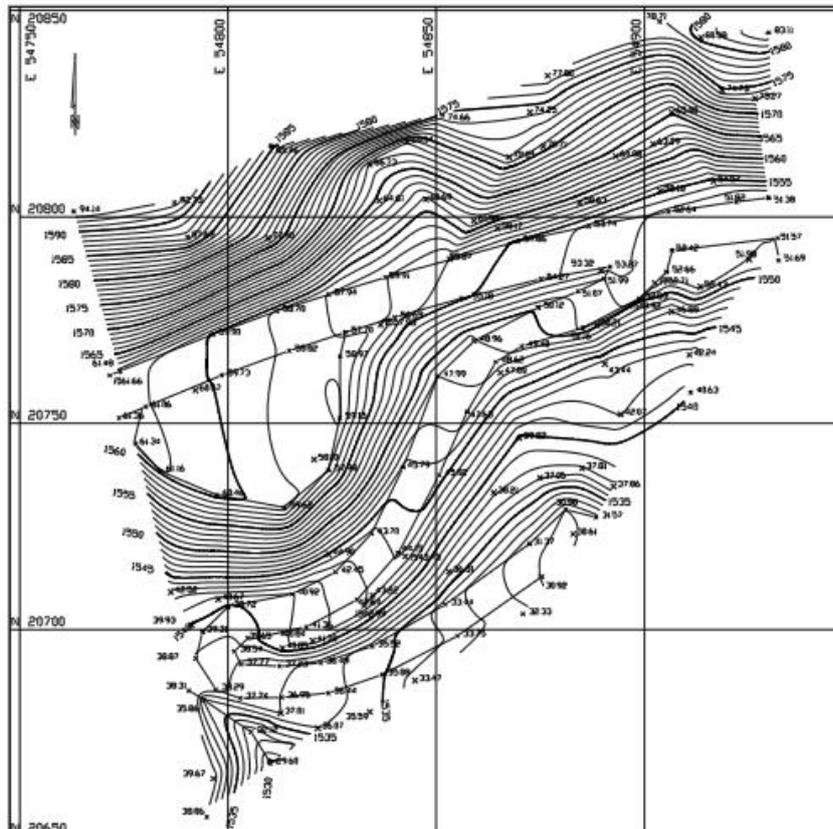
Procedimiento:

- Por el punto de menor cota (punto A) trazamos en recta arbitraria (AB').

- Alineando el escalímetro sobre AB' y a una escala conveniente, hacemos coincidir la parte decimal de la cota del punto A (0,44) con el punto A representado.
- Como se desea ubicar las cotas enteras con equidistancia de 1 m, marcamos sobre la alineación AB' los puntos intermedios 1, 2, 3, 4 y B' que representarán las cotas 44, 45, 46, 47 y 47,63, respectivamente.
- Por el punto B' , que representa la cota 47,63 trazamos una línea que pase por B, determinando de esta manera la alineación BB' .
- Trazamos paralelas a BB' por los puntos 1, 2, 3 y 4 hasta interceptar la línea AB.
- Por el principio de proporcionalidad de Thales, los puntos interceptados definen la ubicación de las cotas 44, 45, 46 y 47 sobre la línea AB.

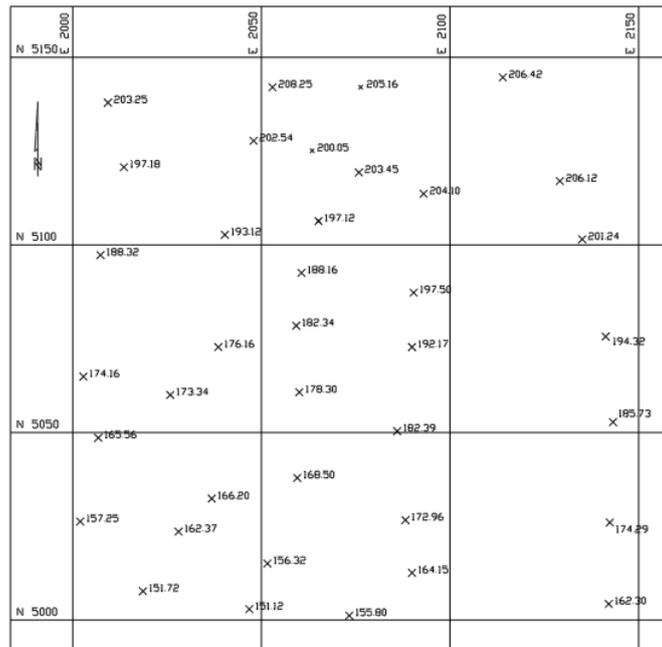
Nótese que en la interpolación gráfica, la escala utilizada para dividir la recta auxiliar no influye en el resultado final.

- Se repite el proceso indicado para cada par de puntos adyacentes.
- Finalmente se procede a unir los puntos de igual cota para obtener las curvas de nivel correspondiente.



Plano de curvas de nivel obtenido a partir de los datos de la figura

Dado el plano acotado de la figura, elabore el plano a curvas de nivel con equidistancia de 1m.

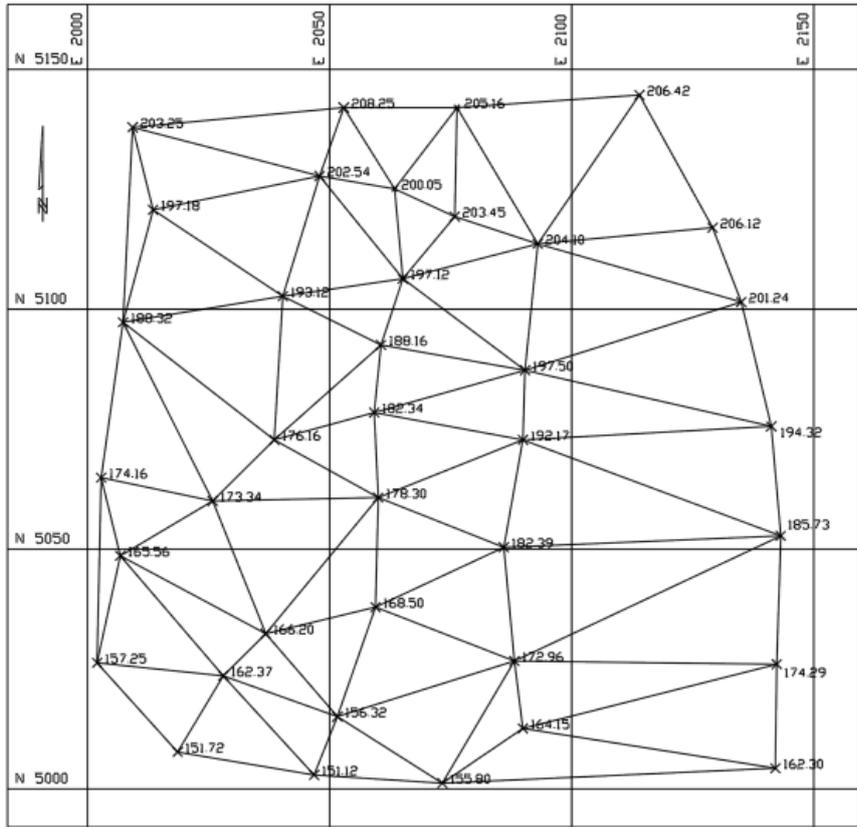


Solución

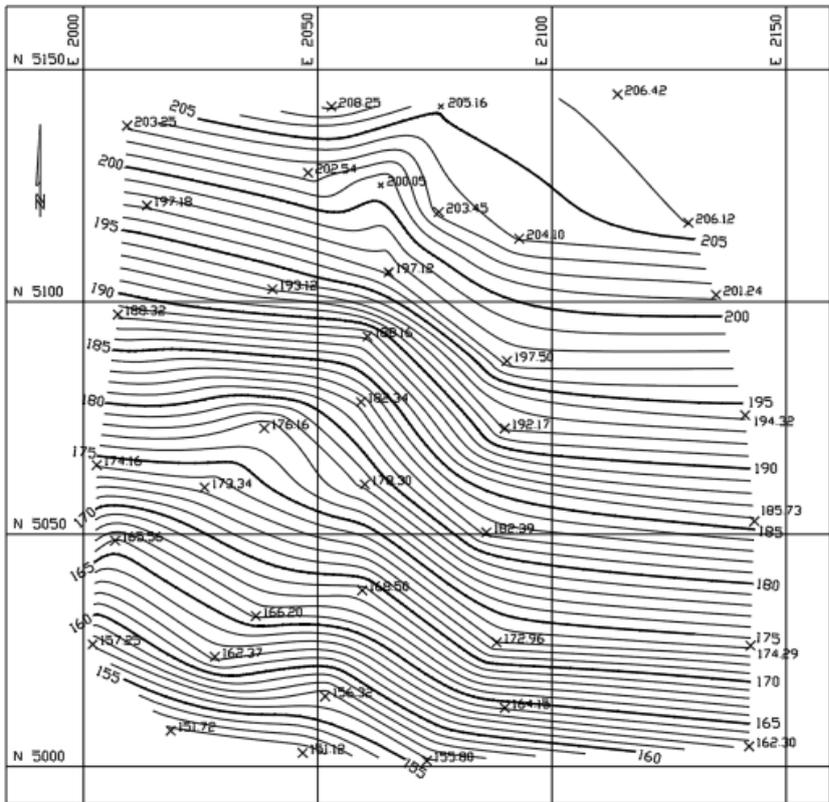
Aunque ambos métodos son de fácil aplicación, el método de interpolación analítica es el método más recomendado por su rapidez y por requerir menos marcas sobre el papel, evitando confusiones en el momento del trazado de las curvas.

En la figura b se puede observar la red de triángulos que se utilizó para la interpolación. La interpolación se realizó sobre los lados de cada uno de los triángulos. Es importante advertir que los triángulos solamente se marcaron de manera ilustrativa, ya que en el proceso de interpolación y trazado de las curvas de nivel solamente se requiere marcar los puntos correspondientes a las cotas enteras. En la figura c. se muestran las curvas de nivel obtenidas.

Para facilidad de lectura e interpretación de las curvas de nivel, se recomienda, de acuerdo a la escala del mapa, que cada cierto número de curvas (5 en nuestro ejemplo), se tracen **curvas guías** con un espesor mayor que las curvas normales y que las mismas sean acotadas convenientemente.



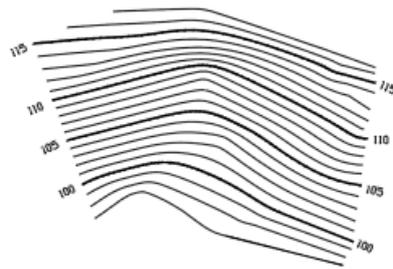
Red de triángulos utilizados en la interpolación



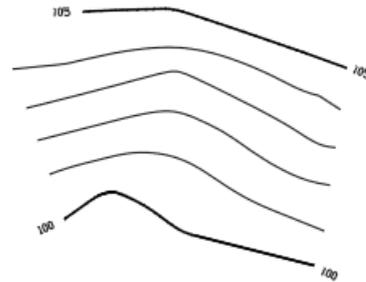
Plano de curvas de nivel

14.3 CARACTERÍSTICAS DE LAS CURVAS DE NIVEL

- Debido a que la superficie de la tierra es una superficie continua, las curvas de nivel son líneas continuas que se cierran en sí mismas, bien sea dentro o fuera del plano, por lo que no se deben interrumpir en el dibujo.
- Las curvas de nivel nunca se cruzan o se unen entre sí, salvo en el caso de un risco o acantilado en volado o en una caverna, en donde aparentemente se cruzan pero están a diferente nivel.
- Las curvas de nivel nunca se bifurcan o se ramifican.
- La separación entre las curvas de nivel indican la inclinación del terreno. Curvas muy pegadas indican pendientes fuertes (figura a), curvas muy separadas indican pendientes suaves (figuras b).

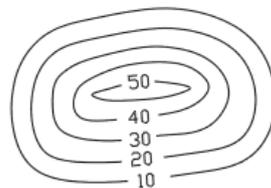


a.- Vertiente con pendiente pronunciada

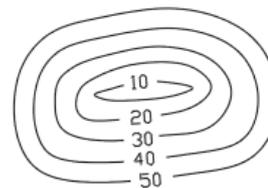


b.- Vertiente con pendiente suave

Curvas concéntricas cerradas, en donde las curvas de menor cota envuelven a las de mayor cota indican un cerro o colina (figura a).

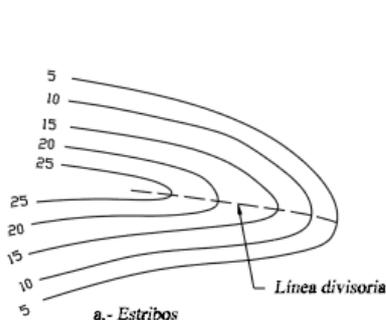


a.- Elevación

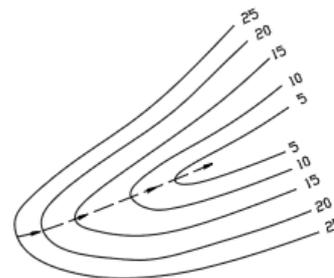


b.- Depresión

- Curvas concéntricas cerradas, donde las curvas de mayor cota envuelven a las de menor cota indican una depresión (figura b).
- Curvas con dos vertientes o laderas en forma de U, donde las curvas de menor cota envuelven a las de mayor cota representan estribos o elevaciones. La línea de unión de las dos vertientes por la parte central de la forma de U representa la divisoria de las vertientes (figura a).
- Curvas con dos vertientes o laderas en forma de V, donde las curvas de mayor cota envuelven a las de menor cota representan un valle o vaguada. La línea de unión de las dos vertientes por la parte central de la forma V indica la línea de menor cota del valle (figura b).



a.- Estribos



b.- Valles

Tema N° 15: APLICACIONES DE LAS CURVAS DE NIVEL

TEXTO N° 15

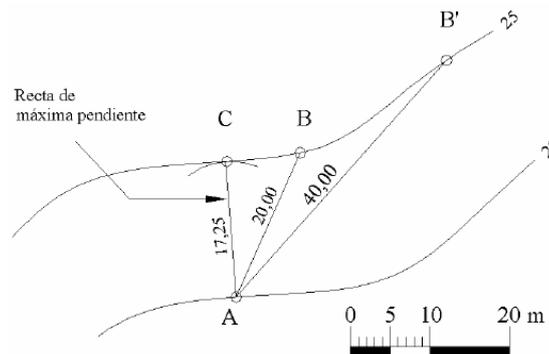
Una vez elaborado el mapa topográfico con la representación gráfica del relieve del terreno por medio de las curvas de nivel, podemos utilizar el mismo de diferentes maneras en la planificación y ejecución de obras civiles, usos agrícolas y pecuarios, ordenamiento territorial, planificación, etc

Un mapa topográfico bien elaborado constituye una base de información indispensable en la planificación, ejecución y control de todo proyecto.

De un mapa topográfico con curvas de nivel podemos determinar la cota o elevación de cualquier punto sobre el plano, la pendiente entre dos puntos, estimar los volúmenes de corte y relleno de material requerido en la ejecución de una obra, proyectar trazado de vías, etc. En el presente capítulo estudiaremos algunas de las aplicaciones más importantes de las curvas de nivel.

15.1 CÁLCULO DE PENDIENTES

La pendiente de un terreno entre dos puntos ubicados en dos curvas de nivel consecutivas es igual a la relación entre el intervalo de las curvas de nivel o equidistancia y la distancia longitudinal que los separa



Pendiente del terreno

$$P = \frac{e}{D} \cdot 100$$

En donde:

P = pendiente del terreno en %

e = equidistancia entre curvas de nivel

D = distancia horizontal entre los puntos considerados

La figura representa un plano de curvas de nivel con equidistancia $e = 5$ m.

Como los mapas topográficos representan la proyección del terreno sobre el plano horizontal, todas las distancias que midamos sobre el son distancias en proyección horizontal. Para calcular la pendiente del terreno entre los puntos A y B de la figura, medimos directamente con el eclímetro, a la escala indicada, la distancia AB (20,0 m) y aplicamos la ecuación.

$$P = \frac{e}{D} \cdot 100 = \frac{5}{20} \cdot 100 = 25\%$$

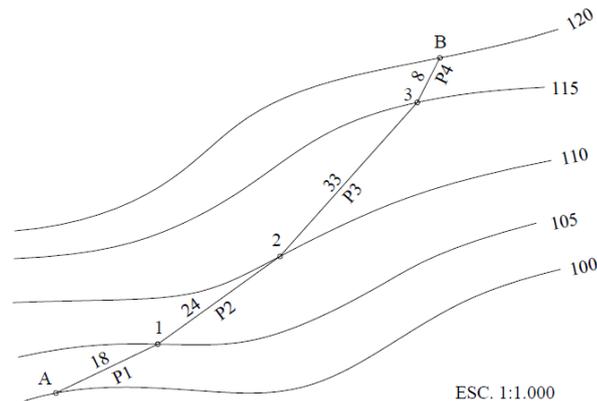
Si en la figura, en vez de calcular la pendiente entre A y B, calculamos la pendiente entre A y B', vemos que para salvar el mismo desnivel de 5 m la distancia horizontal es de 40 m por lo que la pendiente entre A y B' será,

$$P = \frac{e}{D} \cdot 100 = \frac{5}{40} \cdot 100 = 12,5\%$$

Como la pendiente entre dos puntos es inversamente proporcional a la distancia horizontal, la recta de máxima pendiente entre dos curvas consecutivas se obtendrá para la menor distancia entre las curvas, siendo determinada por una línea tangente a las dos curvas consecutivas, como se muestra en la figura por la línea AC.

EJEMPLO

Calcular las pendientes P1, P2, P3 y P4 indicadas en la figura y la longitud total del tramo AB.



Para calcular las pendientes P1 a P4 del alineamiento AB, se requiere medir con el escalímetro y a la escala indicada, la distancia de cada uno de los tramos del alineamiento.

Luego, conociendo la equidistancia entre curvas y aplicando la ecuación referida, calculamos la tabla

Tramo	Longitud	P %
A-1	18,00	27,78
1-2	24,00	20,83
2-3	33,00	15,15
3-B	8,00	62,50
Σ	83,00	

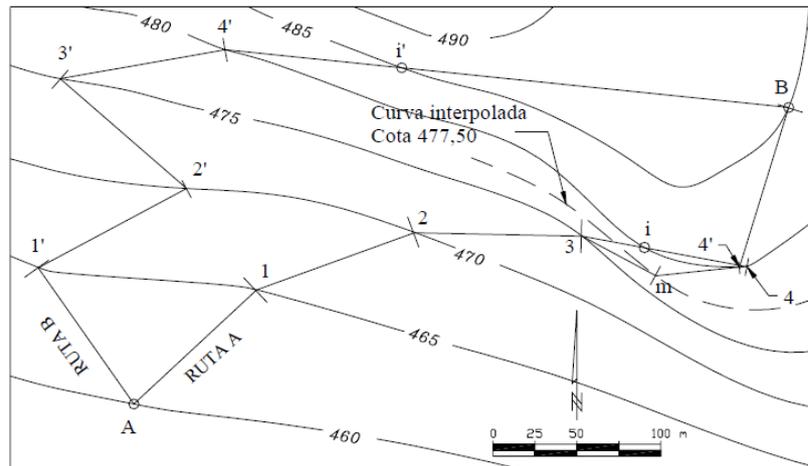
Longitud total del tramo, L = 83,00 m.

15.2 TRAZADO DE LÍNEAS DE PENDIENTE CONSTANTE

Un procedimiento muy común en el estudio de rutas para proyectos viales, ferroviarios, de riego, etc., es el del trazado de líneas de pendiente constante.

En la escogencia de la ruta de una carretera en terreno ondulado o de montaña, una de las

mayores limitantes es el de mantenerse dentro de los límites de pendiente y longitudes críticas establecidos por el comportamiento de vehículos pesados, por lo que se hace necesario establecer un procedimiento para trazar, a partir de un mapa de curvas de nivel, una línea de pendiente constante que no sobrepase la pendiente máxima permitida según el tipo de carretera. El procedimiento para el trazado de la línea de pendiente constante se explicará con la ayuda de la figura siguiente:



Trazado de una línea de pendiente constante

Supongamos que en la figura deseamos trazar una línea que una los puntos A y B, con una pendiente igual o menor al 5%.

Como primer paso calculamos la distancia horizontal que hay que recorrer para vencer el desnivel entre curva y curva (equidistancia) sin sobrepasar la pendiente establecida del 5%.

Despejando D de la ecuación anterior tenemos:

$$D = \frac{e}{P} \cdot 100 = \frac{5}{5} \cdot 100 = 100m$$

Que según la ecuación de escala, en la escala del mapa representa un valor de 4 cm.

$$VAR = \frac{VR}{ESC} \cdot 100 = \frac{100}{2500} \cdot 100 = 4cm$$

En donde:

VAR = Valor a representar (en centímetros)

VR = Valor real (en metros)

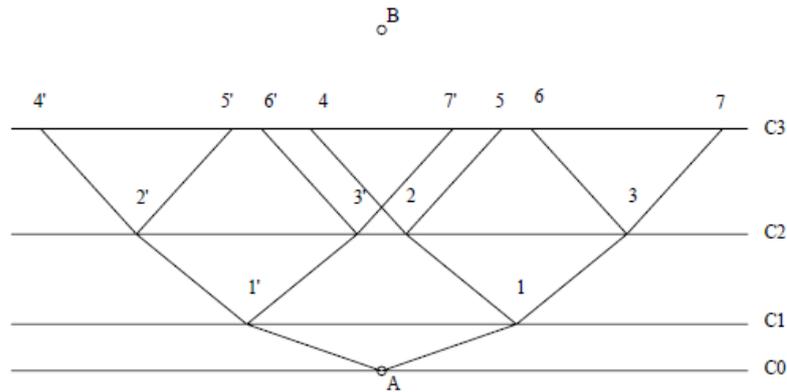
ESC = Escala del mapa.

Abrimos el compás hasta obtener un radio igual a 4 cm y haciendo centro en el punto A trazamos un arco de círculo hasta cortar la siguiente curva determinando los puntos 1 y 1'.

Haciendo centro en los puntos obtenidos y con la misma abertura del compás, avanzamos hacia la siguiente curva trazando arcos de círculo determinando los puntos 2 y 2'.

Como por lo general, para pasar de una curva a la siguiente se obtienen dos alternativas, para pasar a un nuevo nivel (segunda curva) obtendremos cuatro alternativas y para pasar al siguiente nivel (tercera curva) obtendremos ocho alternativas y así sucesivamente, teóricamente el número de soluciones estaría en progresión geométrica de acuerdo al número de curvas de nivel entre los puntos extremos.

En la figura se representa esquemáticamente el número de alternativas posibles para trazar una ruta de pendiente constante entre dos puntos.



Número de rutas posibles entre dos puntos

Siendo la ruta óptima la alternativa de menor longitud, debemos ir descartando aquellas alternativas que nos alejen del punto de llegada. También se debe evitar aquellas soluciones que produzcan excesivos cambios de dirección (alineamientos en zig zag) o ángulos muy agudos como se muestra en la ruta B de la figura anterior.

Nótese que en la figura anterior, al pasar del nivel 475 al nivel 480 en la ruta A, el segmento resultante corta dos veces la curva 480 generando los puntos i y 4.

El punto intermedio i se ubica a 38 m del punto 3 por lo que la pendiente del tramo 3-i será $P_{3i} = (5/38) \times 100 = 13,16\%$, mayor que la pendiente permitida, mientras que la pendiente del tramo i-4, por cortar la misma curva de nivel será 0%.

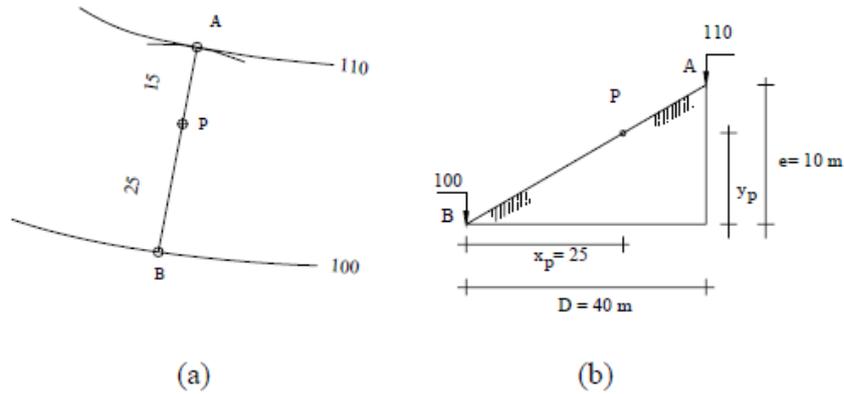
Un procedimiento recomendado en estos casos, para cumplir con la pendiente permitida es dibujar una curva de nivel intermedia, en nuestro ejemplo la 477,50 y trazar los arcos 3-m y m-4' con radio igual a 50 m (1 cm a la escala del plano), ya que el desnivel entre 3 y m es 2,5 m e igual al desnivel entre m y 4'.

En la ruta B, para pasar de 4' a B pasamos por el punto intermedio i' ubicado a 105 m de 4' por lo que la pendiente del tramo 4'-i' es menor a la máxima permitida. El tramo i'-B será un tramo a nivel ($P = 0\%$).

Diversos factores tales como geológicos, geomorfológicos, costo de la tierra, ambientales, etc., influyen en la selección de la ruta definitiva. En nuestro ejemplo, solamente consideramos la longitud de la vía por lo que la ruta A resulta, por su menor longitud, la mejor opción de trazado. Otras soluciones diferentes pudieran obtenerse partiendo del punto B. Nótese que una línea trazada de esta manera es de pendiente constante y va a ras del terreno por lo que no genera cortes ni rellenos.

15.3 CÁLCULO DE LA COTA DE UN PUNTO

Comúnmente, en la elaboración de proyectos, es necesario determinar la cota de un punto sobre un mapa a curvas de nivel. El proceso de interpolación para el cálculo de la cota de un punto ubicado entre dos curvas de nivel se explicará con la ayuda de la figura. Para calcular la cota del punto P de la figura a. se procederá de la siguiente manera:



Cálculo de la cota de un punto

- Trazamos por P un arco de círculo tangente a la curva superior (cota 110) determinando el punto A.
- Unimos A con P y prolongamos la alineación hasta cortar la curva inferior (cota 100) determinando el punto B.
- Medimos las distancias horizontales B-P y B-A representados en la figura b. por x_p y D respectivamente.
- Conociendo la equidistancia e entre curvas de nivel, por relación de triángulos (figura b) calculamos y_p .

$$y_p = x_p \cdot \frac{e}{D} = 25 \cdot \frac{10}{40} = 6,25m$$

La cota de P será la cota de B más y_p .

$$Q_p = 100 + 6,25 = 106,25$$

$$Q_p = 106,25 m$$

15.4 PERFILES, SECCIONES Y CÁLCULO DE VOLÚMENES A PARTIR DE LAS CURVAS DE NIVEL

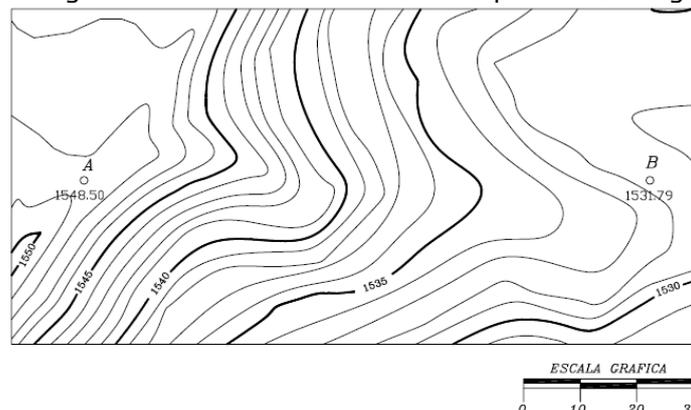
PERFILES LONGITUDINALES

En un proyecto de ingeniería, por lo general es necesario analizar diferentes alternativas, por lo que sería impráctico levantar en campo un perfil para cada una de las alternativas planteadas.

El perfil longitudinal es la traza que el eje del proyecto marca sobre el plano vertical. Un perfil longitudinal se puede construir a partir de las curvas de nivel.

EJEMPLO.

Construya el perfil longitudinal del alineamiento AB a partir de la figura.



SOLUCIÓN

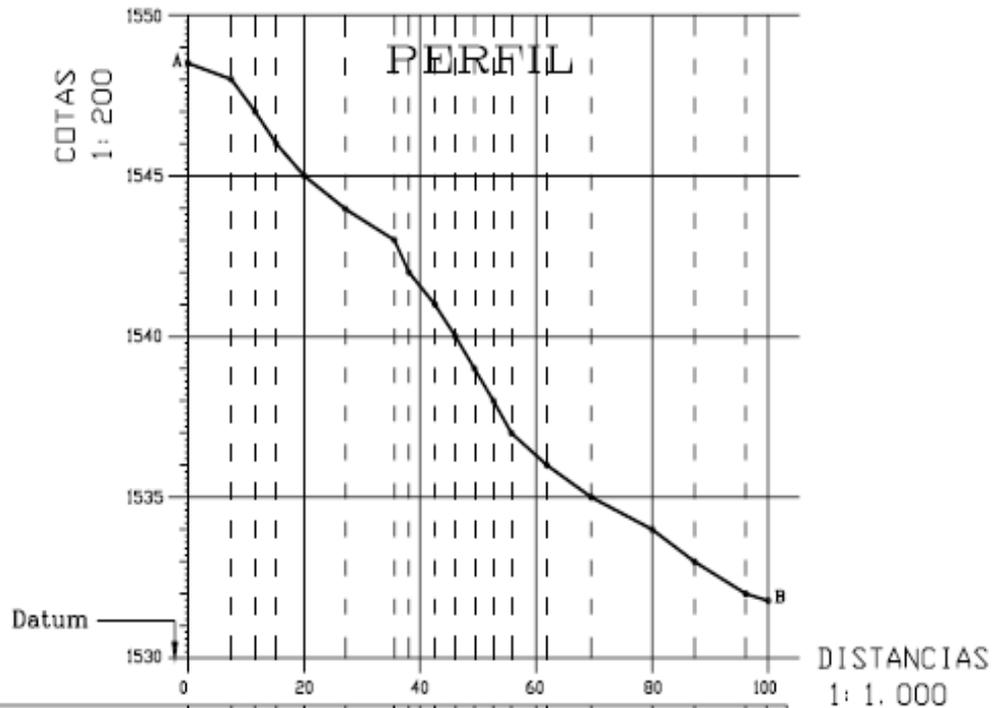
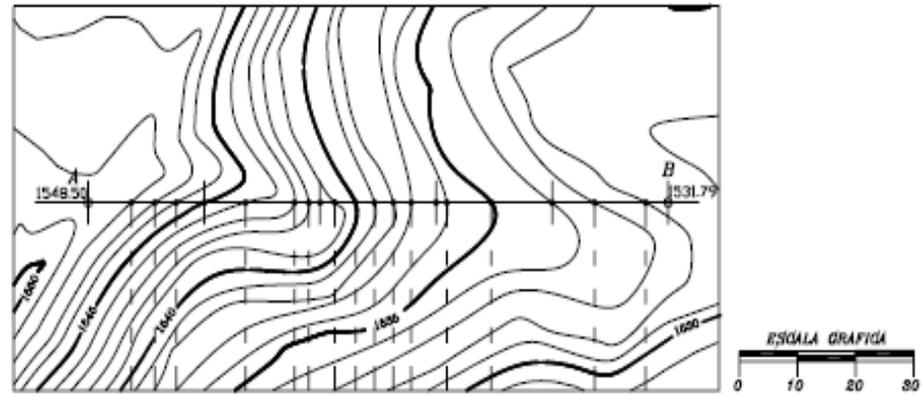
- Determinamos, mediante el proceso de interpolación descrito anteriormente, las cotas de los puntos A(QA = 1.548,50) y B(QB = 1.531,79).
- Luego trazamos un sistema de coordenadas rectangulares x,y (distancias, cotas) en donde se representará el perfil longitudinal del alineamiento AB (figura).
- Como por lo general, los desniveles a representar son mucho menores que las distancias horizontales, se acostumbra que la escala del eje de las cotas sea unas diez veces mayor que la escala de las distancias. En nuestro ejemplo, por problemas de espacio, usaremos la misma escala horizontal del mapa 1:1.000, y una escala vertical 1:200 para las cotas.
- Determinamos las distancias parciales entre cada uno de los puntos de intersección de la línea AB con las curvas de nivel. Como la escala horizontal del mapa es la misma que la del perfil, bastará con proyectar los puntos de intersección sobre el eje horizontal del perfil (figura).
- Las cotas de los puntos de intersección corresponden a las cotas de las curvas de nivel intersecadas.
- Unimos en forma consecutiva los puntos ploteados obteniendo el perfil longitudinal AB.
- Por lo general, en la parte inferior se colocan en forma tabulada las distancias parciales, progresivas y las cotas del terreno como se muestra en la figura.

SECCIONES TRANSVERSALES

Las secciones transversales son perfiles perpendiculares al eje de referencia del proyecto.

Las secciones transversales se utilizan para el cálculo del volumen del movimiento de tierras necesarias en la construcción de un proyecto.

En la preparación de un proyecto, en donde se requiere el análisis de diferentes alternativas, las secciones transversales se pueden construir a partir del mapa a curvas de nivel, en forma similar a la descrita en el caso de perfiles longitudinales. Con la ayuda del ejemplo se explica el proceso para la elaboración de las secciones transversales a partir del mapa de curvas de nivel.



DISTANCIAS	PARCIAL	0.00	7.44	4.10	3.66	4.80	7.15	8.43	2.48	1.94	2.54	3.55	3.28	3.26	3.08	1.85	7.66	10.49	7.28	8.85	3.87	
	PROGRESIVA	0+000.00	0+007.44	0+011.54	0+015.20	0+020.00	0+027.15	0+035.58	0+038.06	0+040.00	0+042.54	0+046.09	0+049.37	0+052.63	0+055.71	0+060.00	0+061.85	0+069.51	0+080.00	0+087.28	0+096.13	0+100.00
COTA TERRENO		1548.50	1548.00	1547.00	1546.00	1545.00	1544.00	1543.00	1542.00	1541.60	1541.00	1540.00	1539.00	1538.00	1537.00	1536.30	1536.00	1535.00	1534.00	1533.00	1532.00	1531.79

15.5 CÁLCULO DE VOLÚMENES A PARTIR DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES

En un proyecto de ingeniería se define como rasante a la traza que la superficie terminada del proyecto marca sobre el plano vertical a lo largo del eje de referencia, en otras palabras, la rasante es el perfil real del proyecto.

Superponiendo la rasante sobre el perfil longitudinal del terreno, podemos identificar las zonas de corte y relleno requeridas para la ejecución del proyecto.

En un proyecto vial, la rasante está constituida por tramos rectos y curvos, cuyas pendientes máximas, longitudes de pendientes y de curvas verticales quedarán limitadas por la velocidad de proyecto, importancia de la vía, etc.

El diseño de la rasante de una vía queda fuera del alcance de este texto, en el presente capítulo simplemente describiremos el procedimiento de cálculo del volumen del movimiento de tierra correspondiente a un segmento recto de una vía.

EJEMPLO

A partir de la figura., construya las secciones transversales en A y B y a cada 20 m sobre el alineamiento AB.

Ancho de las secciones transversales: 25 m a cada lado del eje,

Escalas: V = H = 1:200

SOLUCIÓN

Ubicamos, a partir del punto A y a cada 20 m los puntos donde se requiere construir las Secciones transversales (ver figura).

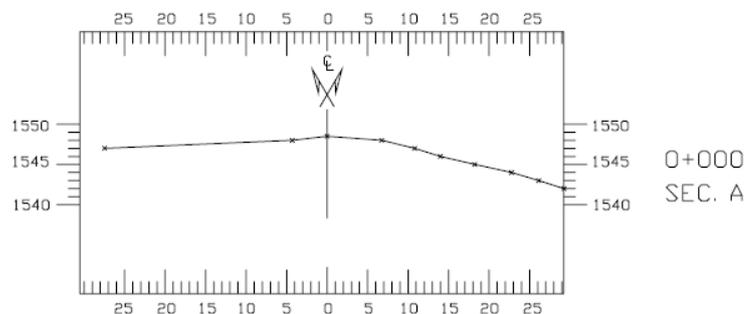


Trazamos por los puntos A y B más en los puntos determinados anteriormente, perpendiculares con un ancho aproximado de 60 m (30 m a cada lado del eje).

Medimos, a partir del eje y a cada lado del mismo, la distancia horizontal a cada una de las intersecciones con las curvas de nivel, anotando la cota correspondiente. A manera ilustrativa se reproducen los datos tomados para la sección en A.

<u>-27,50</u>	<u>-4,30</u>	<u>0</u>	<u>6,75</u>	<u>10,80</u>	<u>14,00</u>	<u>18,20</u>	<u>22,80</u>	<u>26,10</u>
1.547,00	1.548,00	1.548,50	1.548,00	1.547,00	1.546,00	1.545,00	1.544,00	1.543,00

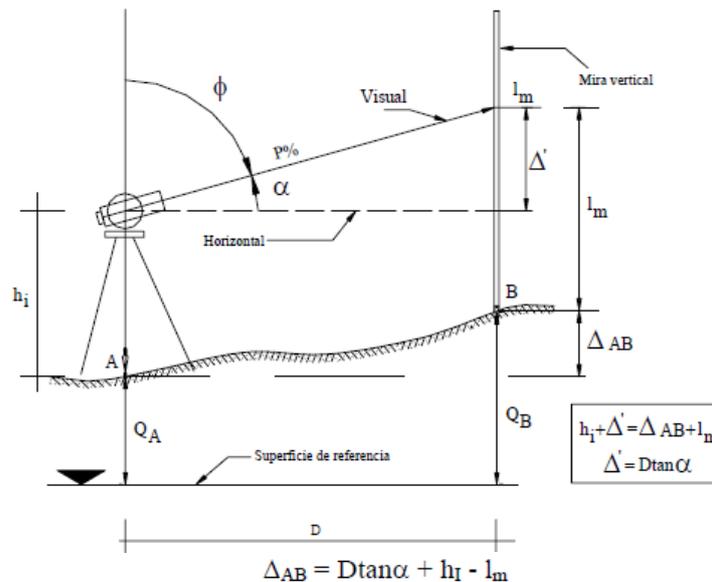
Sobre un sistema de coordenadas xy (distancia, cota) ploteamos a escala e independientemente cada una de las secciones obtenidas, en la forma que se muestra a continuación.



DISTANCIAS AL EJE	27,50	4,30	0,00	6,75	10,80	14,00	18,20	22,80	26,10
COTAS	1547,00	1548,00	1548,50	1548,00	1547,00	1546,00	1545,00	1544,00	1543,00

Tema N° 16:
NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA
TEXTO N° 16

Manteniéndonos dentro de los límites del campo topográfico altimétrico a fin de despreciar los efectos de curvatura y refracción al considerar la tierra como plana, podemos definir la nivelación trigonométrica como el método de nivelación que utiliza ángulos verticales para la determinación del desnivel entre dos puntos. Las ecuaciones generales utilizadas en la nivelación trigonométrica se pueden deducir de la figura.



$$\Delta_{AB} = D \cot \phi + h_I - l_m$$

$$\Delta_{AB} = \frac{P \cdot D}{100} + h_I - l_m$$

En donde:

Δ_{AB} = Desnivel entre A y B

D = Distancia horizontal

α = Ángulo vertical de elevación

ϕ = Ángulo cenital

P = Inclinación de la visual en %

h_I = Altura del instrumento

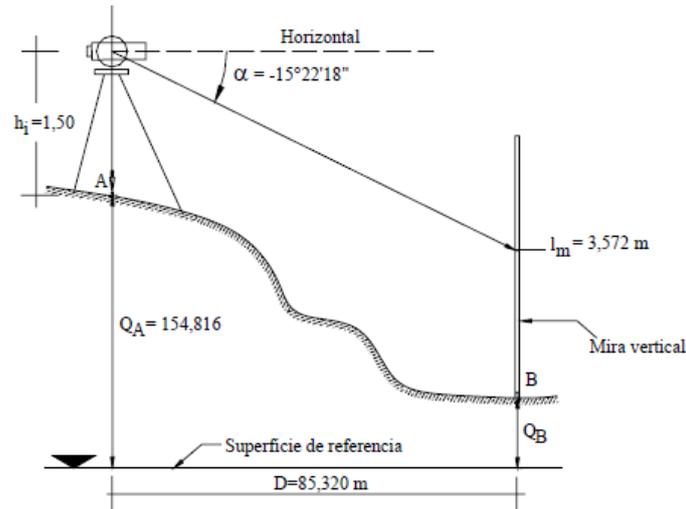
h_s = Altura de la señal (lectura en mira)

En ángulo vertical se puede medir con teodolito o con clisímetro, dependiendo de la precisión deseada. Para el caso de visual horizontal, en el que $\alpha = 0$ y $\phi = 90^\circ$ (visual con nivel), la ecuación queda:

$$\Delta_{AB} = h_I - h_s$$

EJEMPLO

Con los datos de la figura, determine el desnivel entre los puntos A y B y la cota del punto B.



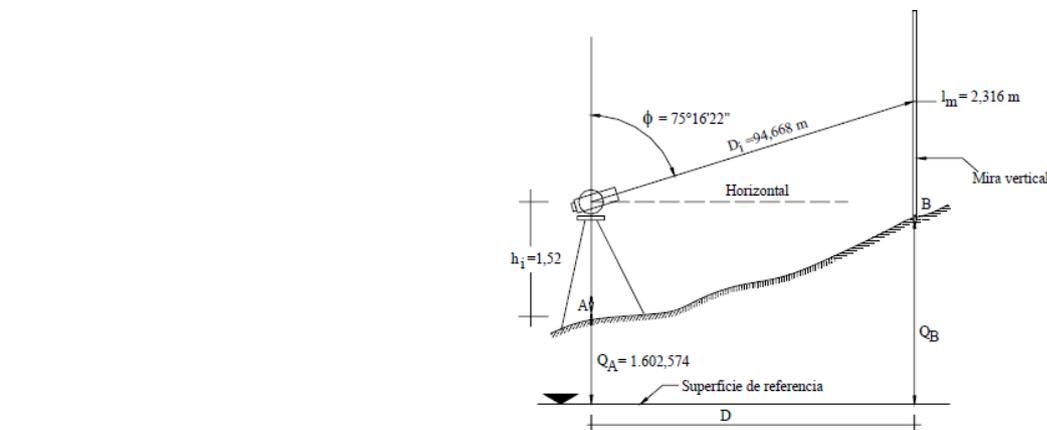
Aplicando la ecuación
 $\Delta AB = 85,320 \times \tan(-15^\circ 22' 18'') + 1,50 - 3,572 = -25,528 \text{ m.}$

El signo negativo indica que el punto B está por debajo del punto A. Para calcular la cota del punto B aplicamos la ecuación anterior.

$$\begin{aligned} \Delta AB &= Q_B - Q_A \therefore Q_B = \Delta AB + Q_A \\ Q_B &= 25,528 + 154,816 = 126,288 \\ Q_B &= 129,288 \text{ m.} \end{aligned}$$

EJEMPLO

Con los datos de la figura E6-4 determine el desnivel entre A y B y la cota del punto B.



Solución:

Para la solución de este problema debemos referirnos al capítulo 3.4 correspondiente a medición de distancia.

Aplicando la ecuación de reducción de distancias inclinadas al horizonte tenemos:

$$DH = D_i \sin \phi$$

Sustituyendo nos queda,

$$\Delta AB = D_i \sin \phi \times \cot \phi + h_p - l_m$$

$$\Delta AB = D_i \cos \phi + h_p - l_m = 94,668 \times \cos(75^\circ 16' 22'') + 1,52 - 2,316$$

$$\Delta AB = +23,270 \text{ m}$$

El signo positivo indica que B está por encima del punto A.

$$\Delta AB = Q_B - Q_A \therefore Q_B = \Delta AB + Q_A$$

$$Q_B = 23,270 + 1.602,574 = 1.625,844 \text{ m}$$

$$Q_B = 1.625,844 \text{ m.}$$

16.1 NIVELACIÓN TAQUIMÉTRICA

La taquimetría, palabra compuesta proveniente del griego ταχύς-metro que significa medida rápida, es un procedimiento topográfico que se apoya en la medición óptica de distancias para la ubicación plano altimétrica de puntos sobre la superficie terrestre.

Para la determinación del desnivel por taquimetría utilizaremos las ecuaciones para teodolitos que miden ángulos de elevación tenemos:

$$DH = KH \cos^2 \alpha$$

$$\Delta AB = D \tan \alpha + h_I - I_m$$

Sustituyendo nos queda:

$$\Delta AB = KH \times \cos^2 \alpha \tan \alpha + h_I - I_m$$

$$\Delta AB = KH \cos \alpha \times \text{sen} \alpha + h_I - I_m$$

Para teodolitos que miden ángulos cenitales la ecuación queda como sigue:

$$\Delta AB = KH \cos \phi \text{ sen} \phi + h_I - I_m$$

Recordemos que K es la constante diastimométrica generalmente igual a 100 para los instrumentos modernos y H es el intervalo de mira o diferencia entre la lectura superior y la lectura inferior a la mira.

Por la sencillez y rapidez de la toma de datos en campo, el método taquimétrico constituye el método más empleado en el levantamiento de puntos de relleno.

Por ser un levantamiento rápido para puntos de relleno, donde no se requiere de gran precisión, el campo topográfico altimétrico para la taquimetría se puede extender a distancias de hasta 400 m.

Ejemplo

Con los datos de la figura anterior, calcule la cota del punto B.

Solución

Aplicando la ecuación anterior de nivelación taquimétrica con ángulo cenital tenemos,
 $\Delta AB = 100 (3,250 - 1,286) \cos 85^\circ 32' 20'' \times \text{sen} 85^\circ 32' 20'' + 1,540 - 2,268$

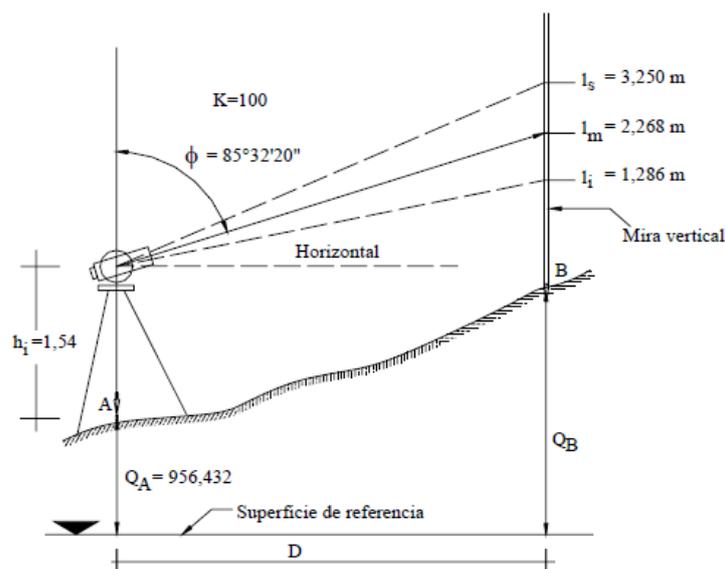
$$\Delta AB = 14,502 \text{ m}$$

$$\Delta AB = Q_B - Q_A \therefore Q_B = \Delta AB + Q_A$$

$$Q_B = 14,502 + 956,432 = 970,934 \text{ m}$$

$$Q_B = 970,934 \text{ m}$$

Por lo general, en trabajos taquimétricos se levantan varios puntos a partir de una misma estación.



EJEMPLO

Con los datos de la tabla, calcule las cotas de los puntos 1 al 5:

EST	Pv	Angulos medidos		Lecturas en mira		
		$\angle H$	$\angle V$	l_s	l_m	l_i
A	1		91°30'	3,658	2,493	1,328
$h_i = 1,602$	2		95°17'	2,302	1,921	1,540
$Q_A = 1,620,32$	3		83°10'	1,514	1,274	1,034
	4		90°30'	2,386	1,406	0,426
	5		85°32''	2,043	1,704	1,365

Sol.

Aplicando la ecuación para el cálculo del desnivel entre A y cada uno de los puntos restantes y la ecuación para el cálculo de las cotas, construimos la tabla.

A	Pv	Dist	Desnivel	Cota
A	1	232,84	- 6,99	1.613,33
	2	75,55	- 7,31	1.613,01
	3	47,32	+ 6,00	1.626,32
	4	195,99	- 1,51	1.618,81
	5	67,39	+ 5,16	1.625,48

En la tabla, se ha incluido una columna para el cálculo de las distancias, ya que las mismas se requieren para el cálculo de las coordenadas rectangulares y para la elaboración del plano acotado del terreno, procedimiento que estudiaremos más adelante.

EJEMPLOS:

Dónde:

AS = Altura de la Señal (Lectura del Hilo Medio)

Z= Azimuts

Est. P Cota B = 3263.42 msnm AI = -1.40 m

PTO	d	α	AS	Z	DH	DV	COTA
P	321.17	+1°48'	+2.59	148°36'18"	320.85	-10.08	3254.53

Est. P Cota B = 3263.42 msnm AI = -1.40 m

PTO	d	α	AS	Z	DH	DV	COTA
P	321.17	-1°48'	+2.59	148°36'18"	320.85	+10.08	3274.69

Est. Q Cota B = 3263.42 msnm AS = AI

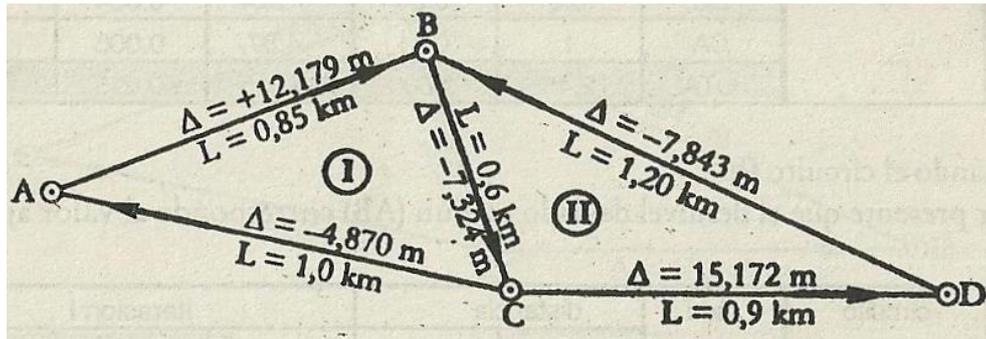
PTO	d	α	Z	DH	DV	COTA
Q	324.17	+4°48'	212°34'27"	321.90	-27.03	3236.39

Est. Q Cota B = 3263.42 msnm AS = AI

PTO	d	α	Z	DH	DV	COTA
Q	324.17	-4°48'	212°34'27"	321.90	+27.03	3290.45

16.2 RED DE NIVELACIÓN

Cuando un conjunto de circuitos cerrados se tiene como datos la longitud y el desnivel entre cada banco de nivel. Se pide realizar el ajuste respectivo.



Las flechas de cada línea nos indican el sentido del recorrido del circuito
La denotación Δ indica el desnivel entre dos bancos

$$\Delta = \text{Cot } Q - \text{Cot } P$$

Se calcula el Error de cierre de cada circuito.

En el circuito I: $E_n = E_c = 12.179 + (-7.324) + (-4.870) = -0.015 \text{ m}$

En el circuito II: $E_n = E_c = +0.005$

Error de nivelación (E_n) = Error de Cierre (E_c)

Se recomienda dar inicio al circuito cuyo error de cierre sea mayor, sin embargo si la diferencia entre estos dos son mínimos, se ha ce indiferente empezar por cualquier circuito.

Calculando la Tolerancia de Nivelación (T_n) ó Error Máximo Tolerable (E_{max}) en el Circuito I; en nuestro caso asumiremos:

$$T_n = E_{max} = \pm 0.01 \sqrt{k} = 0.01 \sqrt{2.45} = 0.016 \text{ m}$$

Dado que: $E_n = E_c = 0.0015\text{m} < T_n = E_{max} = 0.016$

Es posible continuar

Ajustando el circuito I:

circuito	lado	distancia		iteración I		
		L (km)	%	desnivel	corrección	desn.correg
I	AB	0.85	0.347	12.179	0.005	12.184
	BC	0.6	0.242	-7.324	0.004	-7.32
	CA	1	0.411	-4.87	0.006	-4.864
	TOTAL	2.450	1.000	-0.015	0.015	0.000

Ajustando en el circuito II:

Tener presente que el desnivel del lado AB corresponde al valor ajustad.

circuito	lado	distancia		iteración I		
		L (km)	%	desnivel	corrección	desn.correg
II	BC	0.6	0.223	-7.32	-0.002	-7.322
	CD	0.9	0.333	15.172	-0.003	15.169
	DB	1.2	0.444	-7.843	-0.004	-7.847
	TOTAL	2.700	1.000	0.009	-0.009	0.000

Ajustando en el circuito perimetral:

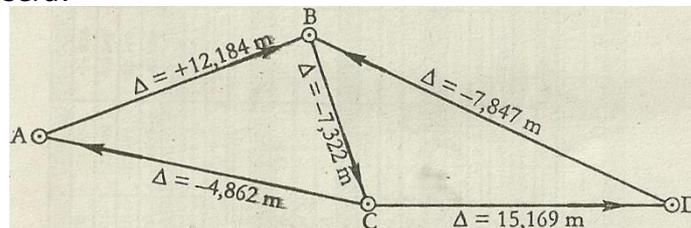
Tener presente que los desniveles a tomar son los últimos que han sido ajustados.

circuito	lado	distancia		iteración I		
		L (km)	%	desnivel	corrección	desn.correg
PERIME TRAL	AB	0.85	0.215	12.184	0	12.184
	BD	1.2	0.304	7.847	0.001	7.848
	DC	0.9	0.228	-15.169	0	-15.169
	CA	1	0.253	-4.864	0.001	-4.863
	TOTAL	3.950	1.000	-0.002	0.002	0.000

Repitiendo la misma operación desde el circuito I tomando como desniveles los últimos ajustados.

circuito	lado	distancia		iteración I			iteración II			iteración III		
		L (km)	%	desnivel	corrección	desn.correg	desnivel	corrección	desn.correg	desnivel	corrección	desn.correg
I	AB	0.85	0.347	12.179	0.005	12.184	12.184	0.000	12.184	12.184	0.000	12.184
	BC	0.6	0.242	-7.324	0.004	-7.32	-7.322	0.000	-7.322	-7.322	0.000	-7.322
	CA	1	0.411	-4.87	0.006	-4.864	-4.863	0.001	-4.862	-4.862	0.000	-4.862
	TOTAL	2.450	1.000	-0.015	0.015	0.000	-0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
II	BC	0.6	0.223	-7.32	-0.002	-7.322	-7.322	0.000	-7.322	-7.322	0.000	-7.322
	CD	0.9	0.333	15.172	-0.003	15.169	15.169	0.000	15.169	15.169	0.000	15.169
	DB	1.2	0.444	-7.843	-0.004	-7.847	-7.848	0.001	-7.847	-7.847	0.000	-7.847
	TOTAL	2.700	1.000	0.009	-0.009	0.000	-0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
PERIME TRAL	AB	0.85	0.215	12.184	0	12.184	12.184	0.000	12.184	12.184	0.000	12.184
	BD	1.2	0.304	7.847	0.001	7.848	7.847	0.000	7.847	7.847	0.000	7.847
	DC	0.9	0.228	-15.169	0	-15.169	-15.169	0.000	-15.169	-15.169	0.000	-15.169
	CA	1	0.253	-4.864	0.001	-4.863	-4.862	0.000	-4.862	-4.862	0.000	-4.862
	TOTAL	3.950	1.000	-0.002	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

La iteración finaliza cuando la suma de desniveles en todos los circuitos sea cero. El resultado final será:


TEXTO Nº 17

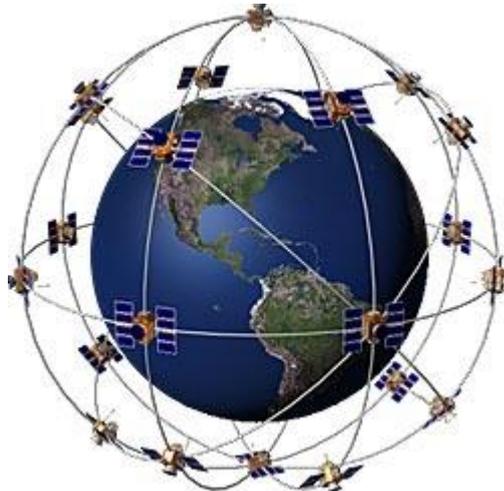
Tema Nº 17 DESCRIPCION DEL SISTEMA G.P.S.

17.1 INTRODUCCION

El Sistema de Posicionamiento Global G.P.S. fue creado y desarrollado por el Ministerio de Defensa y la Marina de Guerra de los EE.UU. con el objeto de configurar un sistema capaz de entregar la posición de un determinado móvil en cualquier lugar del globo terrestre. Este sistema, concebido con fines bélicos, es el que abre sus fronteras al uso civil sin costo para el usuario, en Enero de 1980, convirtiéndose a partir de esa fecha en una importante fuente de desarrollo para las ciencias de la tierra y sus afines.



La configuración completa del sistema consiste en un total de 21 satélites principales, inclinados a 5 grados (en relación al Ecuador), en 6 planos orbitales, de 12 horas, circulando para transmitir las señales de navegación a una altitud de 20.183 km. lo cual asegura una cobertura en toda la superficie terrestre durante las 24 horas de operación efectiva. Los 6 planos de la constelación operacional están a 60 grados de distancia en longitud. La continua cobertura global de 4 satélites se proporciona ubicando desigualmente los 4 satélites espaciales, en cada uno de los 6 planos orbitales. Los satélites están ubicados de tal manera que aunque fallaran 3 de ellos, el sistema brindará óptimos resultados. De esta forma, la constelación base de 21 satélites posee 3 satélites de repuesto para asegurar la presencia permanente de los 21 satélites en órbita.



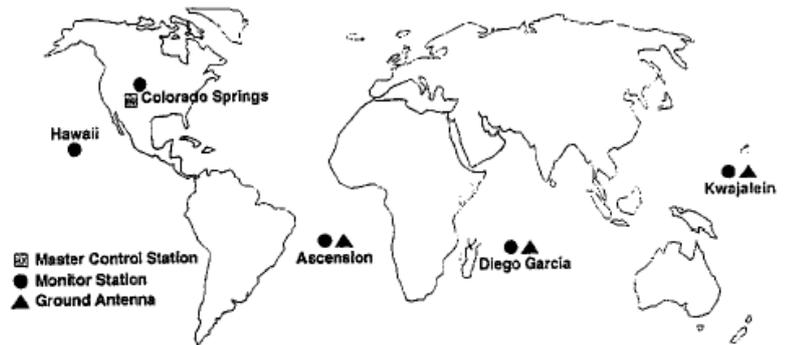
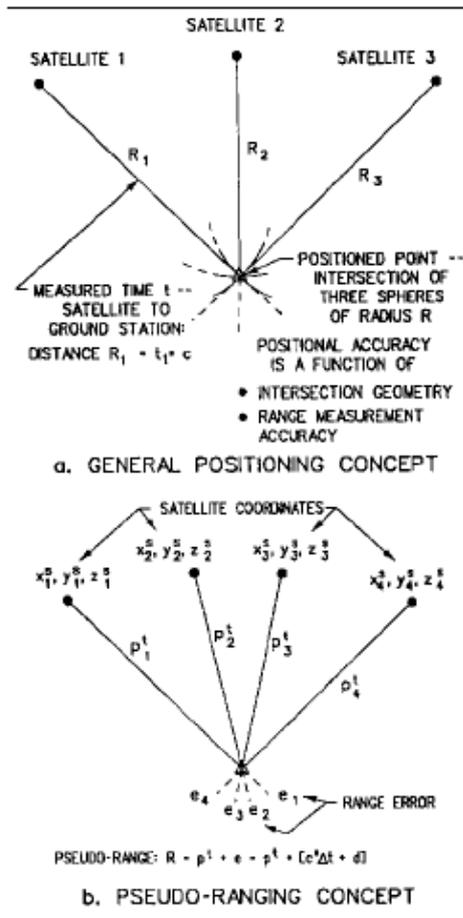
Los satélites emiten 2 señales de radio, de ruido pseudoleatorio de amplio espectro. El mensaje de navegación que incluye la información con las efemérides del satélite que se modula en la secuencia de ruidos pseudoaleatorios. Las señales de navegación son transmitidas en 2 frecuencias L1 (1575,42 Mhz) y L2 (1227,6 Mhz). Ambas provienen de relojes atómicos altamente estables.

Estas señales contienen los códigos C/A y P, además del mensaje de navegación. El código C/A es de acceso libre a todos los usuarios. Se transmite con una frecuencia de 1,023 Mhz y se repite cada milisegundo.

El código P (preciso o protegido) se transmite en 10,23 MHz. En la práctica es fijado en el fin de cada semana G.P.S. y es el resultado de una familia de 37 diferentes códigos. El efecto que produce el código P es dar una mayor resolución a la señal y por lo tanto a la determinación de la posición. Sin embargo, este código es transmitido en forma oculta, ya que su creación se debe a fines netamente militares, por lo tanto se debe contar con receptores con este código incorporado.

El mensaje de navegación contiene la información de efemérides y almanaque de los satélites.

El seguimiento de control consiste en el conjunto de una Estación de Control maestra localizada en Falcón AFB cerca de Colorado Springs, 5 estaciones de monitoreo y 3 antenas. A través de procesamiento de toda la información de la estación de control maestra se calculan las efemérides precisas y los parámetros de reloj. La información sobre las efemérides y el reloj son periódicamente transmitidas en forma de mensaje de navegación a los satélites desde las antenas en Tierra, para su transmisión posterior desde los satélites a los usuarios. El segmento de control también tiene a cargo el funcionamiento apropiado de los satélites.



Los equipos del usuario tienen una antena, un receptor, capacidad para procesamiento de señales y de datos. La señal de radio transmitida por satélite es recibida por el equipo conociendo el código de la señal PRN, obteniendo de esta manera la información de pseudodistancia, y detectando el mensaje de navegación. La información obtenida de 4 satélites permite calcular la posición tridimensional, la velocidad y la hora.

17.2 CONCEPTOS BASICOS DEL SISTEMA

El sistema basa su funcionamiento en cinco principios básicos:

- Realización de una TRILATERACION desde las antenas de los receptores a los satélites.
- Medición de la distancia entre antena y satélite mediante el tiempo de viaje de las radios señales.
- Determinación precisa del tiempo. Cada satélite cuenta con cuatro relojes atómicos más dos relojes por cada receptor.
- Tener totalmente determinadas las posiciones de los satélites para cualquier instante de tiempo, es decir, efemérides.
- Aplicar las respectivas correcciones al retardo que sufre la señal al cruzar las distintas capas de la atmósfera que cubren la Tierra.

Sobre lo mencionado anteriormente, se debe tener presente, lo siguiente:

- La posición de la antena es calculada basándose en la medición de distancia. Esta se realiza utilizando la señal que emite los satélites. Matemáticamente se necesitan tres distancias a estaciones conocidas para determinar la ubicación de un punto en el espacio, pero por razones técnicas del sistema este requiere de un mínimo de cuatro satélites, para tal efecto (La cuarta incógnita es el tiempo). Ahora bien, si conocemos la distancia a los satélites también debemos conocer la posición de estos en cada instante, y sólo así podremos determinar posiciones absolutas.
- Para lograr dicho objetivo existen cinco estaciones de rastreo, dispuestas en la línea del Ecuador y son estas las que monitorean el paso de los satélites ingresándoles datos de corrección a sus órbitas, para que a su vez sean transmitidos a Tierra.

FUENTES DE ERROR

El sistema de Medición Satelital G.P.S., también afecto a errores, los que se pueden agrupar de la siguiente manera:

Error del Satélite

En donde se encuentran los efectos asociados al satélite y que contribuyen a alterar la medición de distancia. Anteriormente se mencionó que el mensaje de navegación estaba compuesto por la posición instantánea del satélite, determinada en un sistema geocéntrico. Este mensaje es conocido con el nombre de EFEMERIDES y sus valores son predeterminados por las estaciones en Tierra. A este mensaje podemos atribuir tres tipos de error.

El primero será intrínseco al sistema debido a que es imposible determinar con toda exactitud la posición del satélite porque las órbitas de éstos estarán influenciadas por distintas fuerzas perturbadoras.

El segundo tipo de error estará asociado a la medición de tiempo. Esta determinación es fundamental en la medición de la distancia receptor-satélite, aunque los relojes empleados son de alta calidad, éstos no son perfectos.

Y la tercera fuente de error era introducida deliberadamente por el Departamento de Defensa de los EE.UU., en donde se degradaban las Efemérides y se alteraban los relojes. Sin embargo esta acción que se conoce con la sigla SA (Selective Availability o Disponibilidad Selectiva) fue eliminada el 1 de mayo del año 2000.

Error en la propagación de la señal

Este error es introducido cuando la señal del satélite pasa a través de la atmósfera, encontrándose con la Troposfera y la Ionosfera, las que afectan la onda, produciéndole un cambio de velocidad o retraso conocido con el nombre de REFRACCION. La mayor parte de este error se produce al cruzar la IONOSFERA, capa superior de la Atmósfera que posee una gran cantidad de partículas cargadas electrónicamente.



Geometría de los satélites

Este factor es el que tiene relación con la disposición espacial, respecto al receptor, que puedan tener los satélites en un momento dado. De tal manera que cuando encontramos satélites en una configuración en donde todos se encuentran juntos, este factor tenderá a aumentar y por lo tanto indicará una medición poco confiable. Por el contrario cuando están bastante dispersos a la antena, el valor será pequeño, indicando una buena medición. El efecto de la configuración geométrica es conocido con el nombre de FACTOR DE DILUCION DE LA PRECISIÓN (DOP).

17.3 METODOLOGIA DE TRABAJO

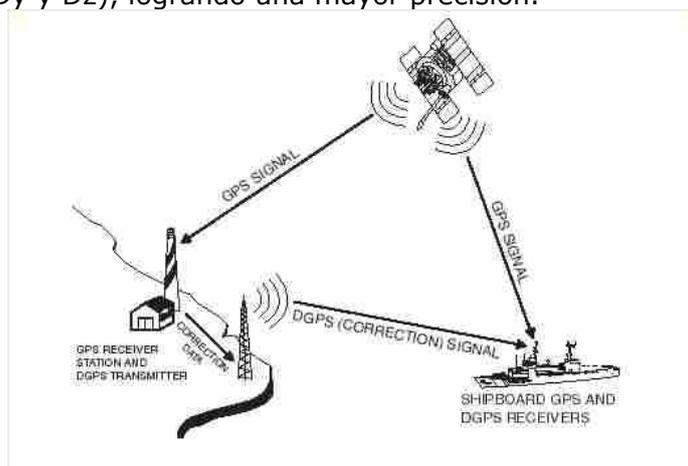
Respecto a las metodologías de trabajo utilizando GPS, éstas se pueden dividir en dos grupos:

MEDICION INDIVIDUAL

En la primera categoría se encuentran todos los trabajos realizados con un solo equipo, debido a que se necesitan hacer mediciones de terreno con poca precisión. En estos trabajos podemos incluir la navegación, el posicionamiento de terreno, etc.

METODO DIFERENCIAL

El método diferencial es el que se realiza con un mínimo de dos equipos utilizados en forma simultánea, con la salvedad de que al menos uno de los equipos, se sitúe en un punto de coordenadas conocidas. En esta modalidad MAGELLAN permite trabajos diferenciales en TIEMPO REAL. Determina coordenadas en terreno mediante el cálculo de DELTAS (Dx, Dy y Dz), logrando una mayor precisión.



PRECISIONES

Las precisiones entregadas por un Geo-receptor Satelital dependen del tipo de medición y del equipo utilizado, si recibe una frecuencia o dos. Una forma de estimar la precisión de un equipo consiste en realizar la siguiente prueba:

Se ubica el GPS en un punto fijo

Durante un lapso de tiempo suficientemente largo se efectúa una serie de mediciones. Se obtiene la distribución de las mediciones realizadas la que se pueden comparar con las coordenadas del punto donde está ubicado el GPS, si es que se conocen, o bien contra el promedio de las mediciones registradas.

Por ejemplo, se presentan los resultados, reportados en Internet, de algunas pruebas:

Equipo	Error horizontal [m]		Error en cota [m]	
	50% confianza	95% confianza	50% confianza	95% confianza
Garmin 12XL	4,7	9,9	5,6	21,3
Garmin III+	4,2	8,7	-	-

Garmin-21 DGPS	1,6	4,2	1,8	12,0
----------------	-----	-----	-----	------

Escala de trabajo

Para determinar la escala a la cual podemos trabajar con un GPS debemos tener presente los siguientes límites¹:

Tamaño menor de un punto que se puede diferenciar en una fotografía aérea.	0,10 mm
Límite percepción visual	0,25 mm
Polígono mínimo significativo para una carta	2,50 mm

Por ejemplo, si se usa un GPS que tenga un error de 5 metros (5000 mm) y considerando que el límite de la percepción visual es de 0,25 mm, la escala de trabajo se calcula haciendo una proporción:

$$\frac{5000}{0,25} = \frac{x}{1}$$

El resultado es $x = 20.000$. Esto quiere decir la escala de trabajo para lo cual el error del GPS no tiene ningún efecto es 1:20.000 o menor (1:50.000, 1:100.000).

17.4 SISTEMA DE COORDENADAS

El sistema GPS tiene su fundamento en la medición de las distancias (TRILATERACION) a puntos conocidos, en este caso los satélites en el espacio. Las órbitas e dichos vehículos están referidas a un sistema Geocéntrico, es decir, un sistema en donde se considera al centro de masa de la Tierra, con el origen de los tres ejes coordenadas (X, Y, X). Las coordenadas utilizadas para localizar los satélites y por ende el resultado de la medición que se hace con el GPS, están referidas al ELIPSOIDE WGS-84 (Wold Geodetic System 1984). Por lo anterior, los GPS entregan, por defecto, las coordenadas UTM usando el WGS-84; si el usuario desea recibir las coordenadas en otro sistema, por ejemplo PSAD-1956, deberá ajustar el GPS y este realiza automáticamente el cambio de coordenadas.

17.5 EL FUTURO DEL SISTEMA GPS

Con la invención del sistema GPS, se ha ingresado a la era del posicionamiento preciso, disponible las 24 horas del día, para cualquier posición de la Tierra. Dicho sistema no es el único concebido con tales fines, ya que la Rusia y la Comunidad de Estados Independientes han desarrollado una configuración similar al sistema americano, el que se denomina GLONASS, cuyas características son similares a GPS, en cuanto a la cobertura, procedimientos y precisiones.

Otro aspecto importante de destacar es la inclusión del sistema no sólo a usos geodésicos o militares, sino a la vida cotidiana, ya que existe el receptor portátil que opera con baterías de 1.5 v, y cuyo tamaño es similar al de un teléfono celular. Esta miniaturización de los equipos ha permitido incorporarlo en automóviles, vehículos de emergencias, flotas de camiones, buses, taxis, vehículos policiales, etc., y en un futuro cercano los relojes de pulsera serán portadores de la posición geográfica del usuario.

Además, el sistema en si tiene proyectada una renovación del material espacial una vez haya transcurrido cierta cantidad de años, en donde se podrán en órbitas satélites más poderosos con relojes aún más precisos, que emitan señales que sufran una menor alteración, en donde además se transmita otro tipo de información, todo para optimizar cada vez más el sistema.

Tema N° 18: FINALES.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BÁSICA

Jorge Mendoza Dueñas Topografía Práctica, Proyecto Mundo 2000 EIRL. Edición 2006 Lima Perú Biblioteca UCCI: 526.9 W78 2009.

COMPLEMENTARIA

- Bannister, A Técnicas modernas en topografía Biblioteca UCCI:
526.9 B22 2002
- McComac, Jack Topografía Biblioteca UCCI: 526.9 M12
2007
- Torres Nieto Bonilla Topografía Biblioteca UCCI: 526.9
T74 2008
- De Corral, Ignacio Topografía de obras Biblioteca UCCI: 526.9
D35 2001
- Masa Vásquez Introducción a la topografía Biblioteca UCCI: 526.9
M33 2008