

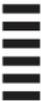
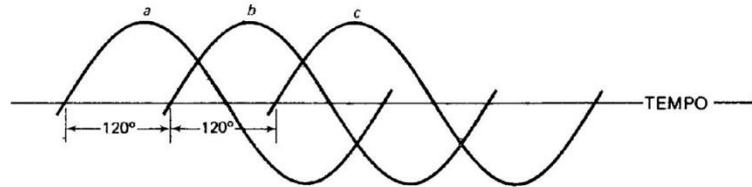


Universidad
Continental

Circuitos de corriente alterna

Análisis senoidal en estado estable

Ing. Boris D'Anglés Woolcott

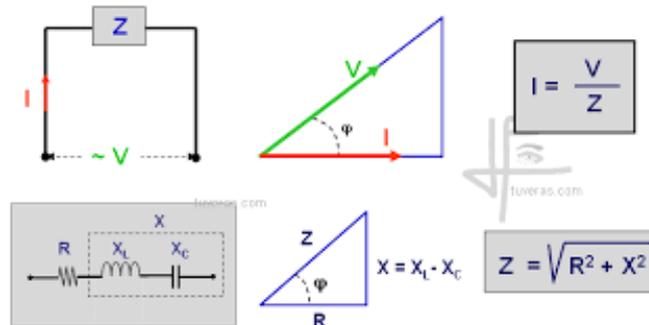




Sesión 09: Senoides y fasores

Propósito:

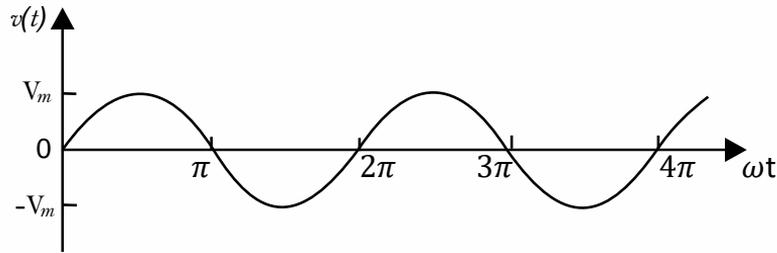
- Analiza las características más importantes de una onda sinusoidal utilizando la notación fasorial para resolver problemas con señales sinusoidales y números complejos.
- Resuelve problemas con circuitos con fasores.



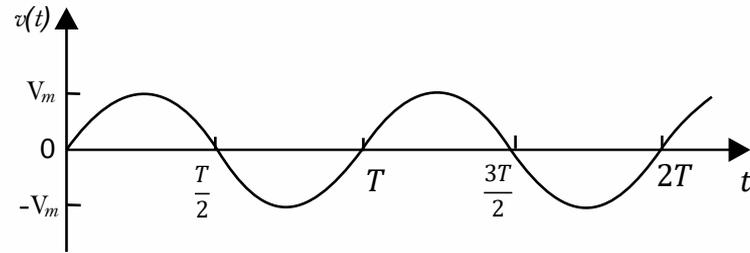


Senoides

- Un senoide es una señal que tiene la forma de función seno o coseno.
- Sirve para representar a una onda de corriente o tensión en corriente alterna.



a



b

Figura 9.1

Gráfica de $V_m \text{ sen } \omega t$: a) Como función ωt , b) Como función de t



Representación senoidal de la tensión

- Una onda de tensión o corriente puede expresarse como una función seno o coseno.
- Podemos definir la expresión general de un senoide con la siguiente expresión:

$$\omega v(t) = V_m \text{sen}(\omega t + \phi)$$

Donde $(\omega t + \phi)$ es el argumento y ϕ es la fase.
Tanto el argumento como la fase pueden estar en radianes o grados.

$$v_1(t) = V_m \text{sen} \omega t \quad v_2(t) = V_m \text{sen}(\omega t + \phi)$$

$V(t)$ es el valor instantáneo en un tiempo t .
 V_m es el valor pico de onda

ω es la velocidad angular

T es el periodo $\omega = 2\pi f$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

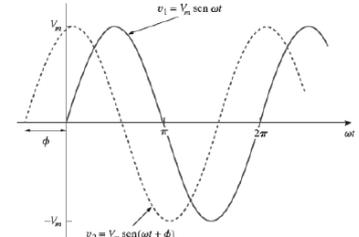


Figura 9.2
Dos senoides con diferentes fases.



Función periódica

- Una función periódica es aquella que satisface $f(t) = f(t + nT)$ para cualquier t y para cualquier n entero.
- El hecho de que $v(t)$ se repita cada T segundos se demuestra reemplazando t por $t + T$ en la función senoidal, así se obtiene:

$$\begin{aligned}v(t + T) &= V_m \operatorname{sen}\omega(t + T) = V_m \operatorname{sen}\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) \\ &= V_m \operatorname{sen}(\omega t + 2\pi) = V_m \operatorname{sen}\omega t = v(t)\end{aligned}$$

$$v(t + T) = v(t)$$

- Lo cual quiere decir que v tiene el mismo valor en $t + T$ que en t , y que $v(t)$ es periódica.



Expresión de senoides en función de senos y cosenos

- Una senoide puede expresarse en forma de seno o de coseno.
- Cuando se comparan dos senoides es útil expresar ambas en función de senos y cosenos con amplitudes positivas utilizando expresiones trigonométricas.

$$\begin{aligned} \text{sen}(A \pm B) &= \text{sen } A \cos B \pm \cos A \text{sen } B \\ \text{cos}(A \pm B) &= \cos A \cos B \pm \text{sen } A \text{sen } B \end{aligned}$$

- Utilizando las expresiones anteriores se puede obtener las equivalencias que se muestran:

$$\begin{aligned} \text{sen}(\omega t \pm 180^\circ) &= -\text{sen}\omega t \\ \text{cos}(\omega t \pm 180^\circ) &= -\text{cos}\omega t \\ \text{sen}(\omega t \pm 90^\circ) &= -\text{cos}\omega t \\ \text{cos}(\omega t \pm 90^\circ) &= -\text{sen}\omega t \end{aligned}$$

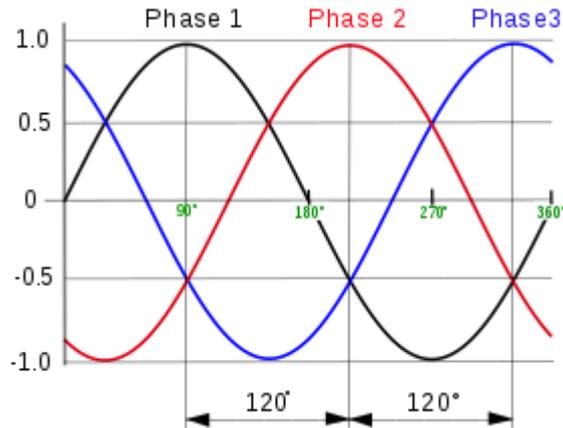


Expresiones en el dominio temporal y en el dominio fasorial

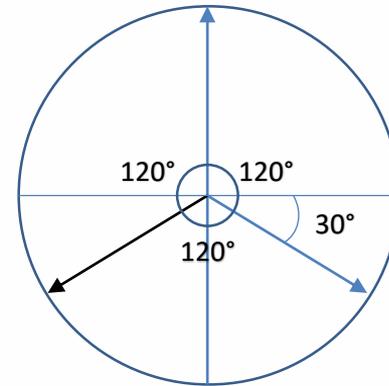
- La corriente trifásica se puede expresar como tres ondas desfasadas entre si, las cuales son representadas como tres funciones las cuales se expresan como sigue:

$$V_{\text{fase 1}} = V_m \cdot \cos(\omega t + 0^\circ) \quad V_{\text{fase 2}} = V_m \cdot \cos(\omega t + 120^\circ) \quad V_{\text{fase 3}} = V_m \cdot \cos(\omega t + 240^\circ)$$

- La corriente trifásica también se puede representar en forma fasorial (como un vector).



Expresión en el dominio temporal



ucontinental.edu.pe Expresión en el dominio fasorial



Expresiones en dominio temporal y dominio fasorial

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \quad \Leftrightarrow \quad V = V_m \underline{\angle \phi}$$

(Representación en el dominio temporal)

(Representación en el dominio fasorial)



Fasores

Un fasor es un número complejo que representa la amplitud y la fase de una senoide.

- Los senoides en corriente alterna se expresan fácilmente en términos de fasores, con los que es más cómodo trabajar que con las funciones seno y coseno.
- Un número complejo es una expresión representada por una parte real y otra imaginaria, en la que la parte imaginaria es un múltiplo de i , donde $i = \sqrt{-1}$, que para el caso de los circuitos eléctricos se representa por la letra j .
- Las expresiones fasoriales se pueden dar en coordenadas polares, coordenadas rectangulares así como en función de senos y cosenos.

$$z = x + jy = r \angle \phi = r(\cos \phi + j \sen \phi)$$



Expresiones en forma fasorial

- La suma y resta de números complejos es más sencilla en forma rectangular; la multiplicación y división lo son en forma polar.

$$z = x + jy = r \angle \phi, \quad z_1 = x_1 + jy_1 = r_1 \angle \phi_1$$

$$z_2 = x_2 + jy_2 = r_2 \angle \phi_2$$



Operaciones con fasores

Suma: $z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$

División: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle \underline{\phi_1 - \phi_2}$

Resta: $z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$

Inverso: $\frac{1}{z} = \frac{1}{r} \angle \underline{-\phi}$

Multiplicación: $z_1 z_2 = r_1 r_2 \angle \underline{\phi_1 + \phi_2}$

Raíz cuadrada: $\sqrt{z} = \sqrt{r} \angle \underline{\phi/2}$



Operaciones con fasores

Conjugando complejo

$$z^* = x - jy = r \underline{\angle -\phi} = r e^{-j\phi}$$

Representación compleja en función a la expresión de Euler:

$$e^{\pm j\phi} = \cos\phi \pm j \operatorname{sen}\phi$$

Tener en cuenta que: $-j = \frac{1}{j}$

*Muchas
Gracias!*

ucontinental.edu.pe