



Universidad  
Continental

Escuela de Posgrado

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
CON MENCIÓN EN DOCENCIA EN EDUCACIÓN SUPERIOR

Tesis

**Aplicación del método de Pólya en la resolución  
de problemas con ecuaciones de primer y segundo  
grado, en estudiantes de Ciencias de la Empresa,  
Derecho y Humanidades de la Universidad  
Continental 2017**

**Aymee del Carmen Toykin Mucha  
Stuart Régulo Bendezú Arias**

Huancayo, 2018

Para optar el Grado Académico de  
Maestro en Educación con Mención en  
Docencia en Educación Superior



Repositorio Institucional Continental  
Tesis digital



Obra protegida bajo la licencia de [Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/peru/)

**Asesor**

Dr. Carlos Augusto Mezarina Aguirre

## **Agradecimiento**

Nuestro más sincero agradecimiento a todas las personas que colaboraron en la realización de este trabajo de investigación, en especial a nuestro asesor Dr. Carlos Augusto Mezarina Aguirre por sus acertados consejos basados en su amplia experiencia profesional.

A nuestros padres por su apoyo desinteresado e incondicional desde el inicio de nuestra formación profesional hasta la culminación de este trabajo.

A nuestras hijas Antonella y Samantha por ser nuestro motivo de superación personal y realización profesional.

A todos ellos muchas gracias.

## Índice

Asesor .....	ii
Agradecimiento .....	iii
Índice.....	iv
Índice de Gráficos .....	vii
Índice de Tablas .....	vii
Resumen.....	ix
Abstrac .....	x
Introducción.....	xi
Capítulo I: Planteamiento del estudio.....	13
1.1. Planteamiento y formulación del problema.....	13
1.1.1. Planteamiento del problema .....	13
1.1.2. Formulación del problema .....	17
A. Problema general:.....	17
B. Problemas específicos: .....	18
1.2. Determinación de objetivos .....	18
1.2.1. Objetivo general:.....	18
1.2.2. Objetivos específicos:.....	18
1.3. Justificación e importancia del estudio: .....	19
1.4. Limitaciones de la presente investigación .....	20
Capítulo II: Marco teórico .....	21
2.1. Antecedentes académicos .....	21
2.2. Bases teóricas .....	26
2.2.1. Constructivismo .....	26
2.2.2. Método de Pólya.....	32
A. Fase 1: Comprender el problema.....	33
B. Fase 2: Concebir un plan .....	34
C. Fase 3: Ejecución del plan .....	35
D. Fase 4: Verificar el resultado.....	36
2.2.3. Resolución de problemas .....	37

A.	Didáctica y corrientes de la matemática.....	37
B.	Historia de la Resolución de Problemas.....	39
C.	Definición de resolución de problemas matemáticos .....	42
2.3.	Definición de términos básicos.....	47
2.3.1.	Contenidos de aprendizaje .....	47
2.3.2.	La Taxonomía de verbos .....	47
2.3.3.	Estrategias de enseñanza .....	48
2.3.4.	Estrategias de Aprendizaje .....	48
2.3.5.	Desempeño .....	49
2.3.6.	Rúbrica: .....	49
2.3.7.	Resolución de problemas con ecuaciones:.....	49
Capítulo III:	Hipótesis y variables .....	50
3.1.	Hipótesis.....	50
3.1.1.	Hipótesis general: .....	50
3.1.2.	Hipótesis específicas: .....	50
3.2.	Operacionalización de variables.....	51
4.1.	Alcance y método de investigación .....	53
4.1.1.	Alcance .....	53
4.1.2.	Método:.....	53
4.2.	Diseño de la investigación:.....	54
4.3.	Población y muestra .....	55
4.3.1.	Población .....	55
4.3.2.	Muestra.....	55
4.4.	Técnicas e instrumentos de recolección de datos .....	56
4.5.	Selección de los instrumentos .....	56
4.6.	Validez del instrumento .....	58
4.7.	Confiabilidad del instrumento .....	59
4.8.	Técnicas de análisis de datos .....	60
Capítulo V:	Resultados.....	61
5.1.	Resultados y análisis.....	61
5.1.1.	Nivel de resolución de problemas con ecuaciones .....	63
5.1.2.	Nivel de desempeño del Método de Pólya en la resolución de Problemas con Ecuaciones. ....	64

5.1.3. Relación de los niveles de desempeños de la utilización del Método de Pólya sobre los niveles de la resolución de problemas con ecuaciones .....	68
5.2. Prueba de Hipótesis general .....	69
5.3. Prueba de Hipótesis específicas .....	71
5.3.1. Hipótesis específica 1 .....	71
5.3.2. Hipótesis a contrastar: .....	71
5.3.3. Hipótesis específica 2 .....	73
5.3.4. Hipótesis a contrastar: .....	73
5.3.5. Hipótesis específica 3 .....	74
5.3.6. Hipótesis a contrastar: .....	75
5.4. Discusión de resultados: .....	76
Conclusiones.....	81
Recomendaciones.....	83
Referencias bibliográficas .....	84
Anexos .....	90
ANEXO 1: Matriz de consistencia .....	91
ANEXO 2: Sesiones De Clase .....	93
ANEXO 3: Guías de Trabajo.....	99
Guía de Trabajo N°01.....	99
Guía de Trabajo N°02.....	102
Guía de Trabajo N°03.....	106
Guía de Trabajo N° 04.....	109
ANEXO 4: Examen de Entrada (Pre Test).....	113
ANEXO 5: Examen de Salida (Post Test).....	118
ANEXO 6: Rúbricas .....	120
ANEXO 7: Registro de Notas.....	125

## Índice de Gráficos

<b>Gráfico 1:</b> Niveles de Resolución de Problemas correspondientes al grupo control y experimental .....	63
Gráfico 2: Nivel de desempeño de la fase Comprensión del Método de Pólya obtenidas en el grupo experimental.....	64
Gráfico 3: Nivel de desempeño de la fase Planificación del Método de Pólya obtenidas en el grupo experimental.....	65
Gráfico 4: Nivel de desempeño de la fase Ejecución del Método de Pólya obtenidas en el grupo experimental.....	66
Gráfico 5: Nivel de desempeño de la fase Verificación del Método de Pólya obtenidas en el grupo experimental.....	67

## Índice de Tablas

Tabla 1 <i>Resultados académicos finales de la asignatura de Matemática I del ciclo regular periodo académico 2016 – I, facultad de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades.....</i>	15
Tabla 2 <i>Resultados académicos finales de la asignatura de Matemática I del ciclo regular periodo académico 2016 – II, facultad de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades.....</i>	15
Tabla 3 Taxonomía de verbos del dominio cognitivo .....	48
<b>Tabla 4</b> <i>Operacionalización de la variable independiente.....</i>	51
<b>Tabla 5</b> <i>Operacionalización de la variable dependiente.....</i>	52
<b>Tabla 6</b> <i>Población de Estudio .....</i>	55
<b>Tabla 7</b> Muestra de Estudio .....	56
<b>Tabla 8</b> Técnica e instrumentos de recolección de datos .....	56
<b>Tabla 9</b> Dimensiones y cantidad de ítems para evaluar el nivel de dominio de la metodología de Pólya.....	57
<b>Tabla 10</b> Niveles de desempeño para cada fase del Método de Pólya .....	57
<b>Tabla 11</b> Problemas y respuestas esperadas en la prueba de desarrollo .....	58
<b>Tabla 12</b> Validación de los expertos .....	59

<b>Tabla 13</b>	<i>Medidas de centralización y dispersión del grupo experimental</i> .....	68
Tabla 14	<i>Medidas de centralización y dispersión del post test, grupo experimental</i> .....	69
Tabla 15	<i>Estadígrafos para la prueba de hipótesis mediante la t Student</i> .....	70
Tabla 16	<i>Prueba t de Student para muestras independientes de la hipótesis general</i> .....	70
Tabla 17	<i>Tabla de contingencia de los niveles de resolución de problemas de los estudiantes del grupo experimental en el Pre y Pos-test</i> .....	72
Tabla 18	<i>Prueba de la hipótesis específica 1</i> .....	72
Tabla 19	<i>Tabla de contingencia del nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya en la resolución de problemas de los estudiantes del grupo experimental en el Pre y Pos-test</i> .....	73
Tabla 20	<i>Prueba de la hipótesis específica 2</i> .....	74
Tabla 21	<i>Tabla de contingencia del nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya y los niveles de Resolución de Problemas de ecuaciones, de los estudiantes del grupo experimental en el Post- test y Pos-test</i> .....	75
Tabla 22	<i>Prueba de la hipótesis específica 3</i> .....	76

## Resumen

El trabajo realizado tiene como objetivo principal, determinar la influencia de la aplicación del Método de Pólya en la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado. Se empleó el método experimental con diseño cuasi experimental con un grupo control y otro experimental de 58 y 82 estudiantes respectivamente, a quienes se les aplicó el pre y post test. El trabajo fue de tipo aplicado con nivel explicativo. Los datos obtenidos fueron analizados con el paquete estadístico SPSS en su versión 22 en la que se determinó las medidas de tendencia central, dispersión y en la diferencial la prueba de t de student y la chi – cuadrada para la prueba de hipótesis general y específicas, concluyendo que la aplicación del método de Pólya influye significativamente mejora la Resolución de Problemas de ecuaciones de primer y segundo grado en los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental.

**PALABRAS CLAVE:** Método de Pólya y resolución de problemas

## **Abstrac**

The main objective of this work is to determine the influence of the application of the Pólya Method in Problem Solving with first and second degree equations. The experimental method with quasi-experimental design was used with a control group and an experimental one with 58 and 82 students, respectively, to whom the pre and posttest were applied. The work was of type applied with explanatory level. The data obtained were analyzed with the statistical package SPSS in its version 22 in which the measures of central tendency, dispersion were determined and in the differential the student 's t test and the chi - square for the test of general and specific hypothesis, concluding that the application of the Pólya method significantly influences the problem solving of first and second degree equations in the students of Business Sciences, Law and Humanities of the Continental University.

**KEYWORDS :** Pólya method and problem solving

## Introducción

La resolución de problemas se ha convertido en el objetivo más importante en la enseñanza de la Matemática, no se trata solo de resolver ejercicios siguiendo patrones previamente establecidos, el desafío radica en encontrar la utilidad en la vida real. Resolver un problema implica un proceso del pensamiento, donde se aplican conocimientos previos en una nueva estructura mediante un proceso secuencial; en ese sentido son tan importantes los procedimientos y métodos empleados como el resultado final.

La resolución de problemas es un medio para aprender matemáticas porque los estudiantes van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, mejorando las capacidades para comunicarse matemáticamente, alcanzando procesos de pensamiento de más alto nivel. Para lograr todo lo anterior, los docentes debemos mejorar el uso de estrategias para promover aprendizajes significativos y coincidimos con Pólya, cuando señala que un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad de cambiar su metodología tradicional. Si dedica tiempo a ejercitar a los estudiantes en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad, planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello.

Para buena parte de los estudiantes universitarios de los primeros semestres, resolver problemas matemáticos se convierte en una actividad frustrante, no distinguen la información relevante de un texto cuya redacción les parece extraña, no suelen planificar acciones, ejecutarlas y menos comprobarlas. Esta situación se complica más si tomamos en cuenta que muchos de ellos cuestionan la importancia de la matemática para su carrera profesional (Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades), todo este panorama ha

traído como consecuencia altas tasas de desaprobados convirtiendo la Matemática en una asignatura crítica.

Analizando los anteriores planteamientos, surge la idea de llevar a cabo un estudio sobre aplicación del Método de Pólya en la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, en estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental. La investigación es de tipo explicativo, enfocada hacia los docentes en el aspecto metodológico de la resolución de problemas matemáticos, tiene como objetivo general determinar la influencia de la aplicación del Método de Pólya en la Resolución de Problemas con Ecuaciones. La presente investigación consta de cuatro capítulos. En el primer capítulo, encontramos el planteamiento del estudio, referido a plantear, formular y establecer el problema general y los específicos; en el segundo capítulo tenemos el marco teórico, donde tenemos los antecedentes bases teórica (Método de Pólya y Resolución de problemas), el tercer capítulo se refiere a la hipótesis y variables, donde se plantean y se prueban las hipótesis generales y específicas; finalmente en el capítulo cuarto se muestran los resultados obtenidos y su respectiva interpretación. En la parte final tenemos las conclusiones, recomendaciones y referencias bibliográficas del trabajo.

Los autores

## **Capítulo I: Planteamiento del estudio**

### **1.1. Planteamiento y formulación del problema**

#### **1.1.1. Planteamiento del problema**

A partir de la década de los ochenta la resolución de problemas se convierte en un objetivo fundamental en la enseñanza de la matemática, acontecimientos importantes como la creación de estándares curriculares por el Consejo Nacional de Profesores de los Estados Unidos influyó en los sistemas educativos de muchos países. Otro hecho crucial fue el Informe Cockcroft (1985), el cual señala en su capítulo 6 que la resolución de problemas es de la misma naturaleza y esencia que las Matemáticas, siendo éstas útiles en la medida que tengan aplicación en situaciones reales y cotidianas. En ese sentido, los estudiantes deben adquirir experiencia en este tipo de aplicaciones y no limitarse a repetir ejercicios de manera mecánica.

La resolución de problemas se ha convertido entonces en una actividad fundamental dentro del desarrollo de las asignaturas relacionadas a la Matemática en el sistema universitario, coincidimos con Santos (2008), al identificar la resolución de problemas como una forma de pensar en la que docentes y estudiantes buscan diversas maneras de abordar una situación y de justificar sus respuestas con diversos tipos de argumentos. No se trata solo de llegar a la respuesta correcta, sino identificar y contrastar las diversas maneras de representar, explorar y resolver un problema.

Además de ello, creemos que en el proceso de la resolución de problemas se aplican conocimientos previos a situaciones nuevas o poco conocidas reorganizando información en nuevas estructuras de manera secuencial, resaltando la importancia de los procedimientos y los métodos al igual que las respuestas.

En los últimos años la capacidad de resolver problemas se ha convertido en una competencia general de los perfiles profesionales que el proyecto Tuning (2013), señala de manera precisa, ya que se ponen de manifiesto habilidades para comprender información, planificar y ejecutar un plan de acción en base a heurísticas y verificar los resultados con actividades metacognitivas, como sugiere Polya en su versión más clásica.

Los estudiantes universitarios de los primeros semestres desarrollan asignaturas de formación general entre las cuales se encuentran las relacionadas a la Matemática, en el desarrollo de estas asignaturas se debe mostrar su utilidad práctica a través de la resolución de problemas matemáticos contextualizados en áreas de interés acordes a las carreras profesionales.

Sin embargo, los estudiantes consideran que plantear y resolver problemas debe ser un proceso lineal y que garantice su solución: datos, proceso y respuesta; además de ello se evidencian dificultades cuando se les pide justificar los procesos y resultados. Esta realidad es preocupante, ya que el desarrollo de la comunicación verbal y escrita ayuda a que el aprendizaje perdure más tiempo; además de ser parte importante del perfil de la gran mayoría de carreras universitarias.

El problema se agrava si sumamos a lo anterior el empleo de una metodología tradicional por parte del docente, que no promueve el trabajo cooperativo, haciendo uso excesivo de la clase magistral tradicional, en la cual él concentra el protagonismo desarrollando en la pizarra todos los procesos de resolución de “problemas tipo”

de manera muy ordenada, reduciendo el rol del estudiante a transcribir, memorizar y en el mejor de los casos repetir el problema desarrollado en la clase.

La Universidad Continental no es ajena a esta realidad, los estudiantes de la facultad de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades presentan dificultades en el desarrollo de la asignatura de Matemática I y en particular con la resolución de problemas matemáticos, llegando a catalogar a esta asignatura como “Asignatura Crítica” debido a las tasas de desaprobados en los últimos periodos, tal como se puede observar en las tablas 1 y 2; es importante mencionar que en las evaluaciones parcial y final el 60% de los reactivos corresponden a la resolución de problemas matemáticos.

**Tabla 1**

*Resultados académicos finales de la asignatura de Matemática I del ciclo regular periodo académico 2016 – I, facultad de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades*

N° de estudiantes	Promedio 0 -10		Promedio 11 - 15		Promedio 16 - 20	
	N°	%	N°	%	N°	%
1247	546	44%	508	41%	193	15%

Fuente: Elaboración de los autores en base al reporte de la Oficina de Departamento Académico

**Tabla 2**

*Resultados académicos finales de la asignatura de Matemática I del ciclo regular periodo académico 2016 – II, facultad de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades*

N° de estudiantes	Promedio 0 -10		Promedio 11 - 15		Promedio 16 - 20	
	N°	%	N°	%	N°	%
685	258	38%	308	45%	119	17%

Fuente: Elaboración de los autores en base al reporte de la Oficina de Departamento Académico

En la entrevista sostenida con el estudiante de la asignatura Matemática I, Palomino (2016), manifiesta no saber cómo proceder en la resolución de problemas matemáticos, ya que no entiende la información presentada y cómo los contenidos se relacionan en este proceso; esta situación también la describe Juidías y Rodríguez (2007) al señalar que los estudiantes tienen dificultad de resolver problemas desde el momento de tratar de comprender los enunciados de éstos, debido a la poca habilidad de comprensión lectora de textos que contienen vocabulario técnico y notación matemática.

En otras entrevistas sostenidas con los docentes de la asignatura Matemática I, Diego y Morales (2017), manifiestan que algunos estudiantes presentan dificultades para resolver problemas con ecuaciones, desde el manejo de las operaciones básicas y de procesos algorítmicos. Hay que enseñar al estudiante a identificar la incógnita en el enunciado y ello se logra por medio de la resolución de situaciones similares partiendo siempre de lo más simple. También afirman que la gran mayoría de estudiantes que desapruueba la asignatura es debido a que no entienden de manera razonada un problema matemático y que se les hace complicado al transformarla en una ecuación. Debido a lo anterior, optan por realizar un razonamiento de inducción con pequeñas cantidades y luego incrementarlas, para finalmente generalizarla por medio de una ecuación.

Haciendo referencia a la metodología de enseñanza, Garma (2006) concluye a partir de su estudio en la asignatura de Matemática Básica, que el método heurístico es eficaz y que necesita ser implementado como método de enseñanza en el sistema universitario al resto de asignaturas de Matemática. De igual manera Vera (2014), con su estudio de la capacidad de resolución de problemas en estudiantes universitarios sugiere aplicar el método de Pólya a contenidos más específicos o focalizados.

Reforzando la postura de que el docente debe promover el cambio metodológico, Pólya (1989), citado por Echenique (2006), consideraba que:

El profesor tiene en sus manos la llave del éxito ya que, si es capaz de estimular en los alumnos la curiosidad, podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente; pero, si por el contrario dedica el tiempo a ejercitarles en operaciones de tipo rutinario, matará en ellos el interés. Es necesario crear en clase un ambiente que favorezca la investigación, el descubrimiento, la búsqueda, la desinhibición –cuando se trate de plantear preguntas o dudas-, el respeto a los compañeros y las actitudes de colaboración. (p. 10).

En el ámbito nacional y local, las investigaciones previas no hacen referencia a la aplicación del Método de Pólya, en la resolución de problemas de ecuaciones lineales y cuadráticas, con estudiantes de estudios generales de programas académicos relacionados a las Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades del nivel universitario. Existe, por lo tanto, una brecha de conocimiento interesante sujeta a investigar ya que buscamos mejorar el nivel de resolución de problemas matemáticos de estudiantes que ingresan con pocos conocimientos de base y que se enfrentan con una asignatura poco popular que exige como resultado de aprendizaje la capacidad de resolver problemas. Proponemos para ello aplicar un programa de actividades y recursos de 03 semanas basado en el método de Pólya.

### **1.1.2. Formulación del problema**

A. Problema general:

¿En qué medida la aplicación del Método de Pólya influye en la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, en los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017?

**B. Problemas específicos:**

- ¿Cuál es el nivel de la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado que presentan los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017?
- ¿Cuál es el nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya en la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, en los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017 del grupo experimental?
- ¿Cómo es la relación entre el nivel de desempeño de la utilización del Método de Pólya y los niveles de la Resolución de Problemas con Ecuaciones, en los estudiantes, de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017?

**1.2. Determinación de objetivos**

**1.2.1. Objetivo general:**

Determinar la influencia de la aplicación del Método de Pólya en la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, en los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

**1.2.2. Objetivos específicos:**

- Identificar el nivel de la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, que presentan los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

- Identificar el nivel de desempeño, en la utilización del Método de Pólya en la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.
- Identificar si se da una relación significativa entre el nivel de desempeño de la utilización del Método de Pólya y los niveles de la Resolución de Problemas con Ecuaciones, en los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

### **1.3. Justificación e importancia del estudio:**

La presente investigación presenta una relevancia social, ya que a través de la implementación de un programa basado en el Método de Pólya, quedará a disposición de los docentes de Matemática, las sesiones de clase, los recursos e instrumentos de evaluación para los contenidos de Ecuaciones Lineales y Cuadráticas; a fin de que la experiencia se extienda y se consolide como una forma de trabajo permanente sujeta a perfeccionarse en el tiempo.

Se espera mejorar el nivel de resolución de problemas matemáticos y con ello alcanzar los resultados de aprendizaje de la asignatura de Matemática I, los estudiantes podrán desarrollar habilidades cognitivas evidenciándolas a través de procesos justificados y resultados verificados.

Con este trabajo se está aportando en el campo metodológico ya que se detallarán las secuencias basadas en el Método de Pólya, cada una con recursos y actividades distintas a un enfoque rutinario y mecanizado; donde se podrán desarrollar actividades colaborativas y experienciales que beneficiarán al estudiante y docentes de la asignatura de Matemática I, al brindarles una experiencia de enseñanza – aprendizaje gratificante.

#### **1.4. Limitaciones de la presente investigación**

Una limitación muy importante es el tamaño y conformación de la muestra, debido a que se encontraron distribuidos de manera desigual estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades.

Debido a los horarios asignados a los investigadores, solo se pudo acceder a 03 secciones NRC2198, NRC7187 y NRC7189, a los cuales se aplicó el pre test para determinar el grupo experimental. Esta situación obligó a asignar como grupo control a otras 02 secciones a cargo de otro docente.

Lo anterior no permitirá realizar la generalización de resultados, ya que la selección de la muestra fue no probabilística.

## Capítulo II: Marco teórico

### 2.1. Antecedentes académicos

Rodríguez (2005) en su tesis **“Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las Matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico”** presentada para optar el grado de doctor en la Universidad Complutense de Madrid, tiene por objetivo observar y evaluar el proceso realizado con especial atención en la Incorporación de la resolución de problemas como eje generador de la actividad matemática y los aspectos meta cognitivos.

La eficacia de la propuesta de incorporar la resolución de problemas, tiene dos interpretaciones diferentes en el pre-test y en el post-test. Los ítems de la versión original (la utilizada en el pre-test) evalúan el grado en que los alumnos confían en estar haciéndolo bien, en ser capaces de comprender los aprendizajes; mientras que en el post-test los alumnos deben valorar, al final del proceso, si lo han hecho bien o no, y han sido capaces o no de comprender los aprendizajes. En ambos casos se trata de creencias de autoeficacia, pero mientras que en el primero todavía están a tiempo de modificar sus actuaciones en el segundo se hace referencia a lo que ya ha ocurrido en el pasado.

Tiene un diseño experimental, con un grupo control y uno experimental. Se ha mostrado la eficacia de la propuesta de instrucción planteada por los Recorridos de Estudio e Investigación- para situar la resolución de problemas como eje integrador del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

El autor concluye que se ha mostrado la eficacia de la propuesta de instrucción planteada –los Recorridos de Estudio e Investigación- para situar la resolución de problemas como eje integrador del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, al realizar 4 diarios detallando los procedimientos empleados. Así también, se muestra cómo la incorporación de una verdadera actividad de resolución de problemas en el

aula a través de los REI (Recorridos de Estudio de Investigación) implica un desarrollo de los aspectos meta cognitivos.

Cortés y Galindo (2007) en su tesis **“El modelo de Pólya centrado en resolución de problemas, en la interpretación y manejo de la Integral definida”** para optar el título de maestría en educación, en la Universidad de La Salle, en Bogotá (Colombia) tiene por objetivos, utilizar el modelo de Pólya de resolución de problemas como estrategia didáctica para mejorar la interpretación de la Integral Definida y evaluar los resultados de la aplicación del modelo mediante la resolución de problemas de la vida real. La metodología empleada tiene un enfoque de investigación cualitativa con el diseño de investigación- acción que constituye una vía de reflexiones sistemáticas sobre la práctica docente, con el fin de optimizar los procesos de enseñanza - aprendizaje.

En la investigación se escogieron a los estudiantes de segundo semestre de ingeniería del grupo 07, durante el segundo ciclo del año 2006, quienes formaban parte del espacio académico de Cálculo Integral de la Universidad de la Salle y a los cuales se les aplicó un ciclo de la metodología Investigación –acción en sus cuatro fases: Planeación, desarrollo del plan de acción, observación y testimonio de los estudiantes. Para recoger la información se utilizó tres instrumentos básicos: los estudios cuantitativos, las observaciones y los diarios. Así llegaron a establecer algunas conclusiones: El método de Pólya es una estrategia que genera creatividad intelectual en los estudiantes. Se presentó mayor interrelación entre los estudiantes y el ingenio para solucionar los problemas propuestos. Utiliza la integral definida para modelar problemas de la vida diaria y la resuelve correctamente mediante el modelo de Pólya. Permite un continuo acercamiento Profesor-alumno convirtiendo más propicio el ambiente del aula de clase para asimilar conceptos. Finalmente, los estudiantes reconocen la utilidad e importancia de la aplicación de las matemáticas en el comportamiento del mundo real.

Guerra (2009), en su tesis **“La Conducción del método heurístico en la enseñanza de la matemática para optar el Grado de Magíster en Educación con Mención en Docencia en el Nivel Superior”** de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Tiene como objetivo general

determinar y analizar si existen diferencias significativas en el rendimiento académico del grupo de estudiantes que trabajan con la estrategia didáctica de la enseñanza de la matemática, basada en la resolución de problemas, con respecto al grupo de estudiantes al que no se aplica dicha estrategia. En la metodología, definen la variable independiente “Enseñanza de la matemática empleando el Método de Pólya” con cuatro dimensiones y once indicadores, esta variable asumió dos valores: El *valor alto* donde se considera la aplicación de la enseñanza de la temática basada en la resolución de problemas, cuando se cumple el 80% de los indicadores. El *valor bajo* cuando se cumple menos del 79% de los indicadores. Así también definieron la variable dependiente: Rendimiento académico como producto del resultado del proceso enseñanza – aprendizaje al aplicar los momentos del Método de Pólya, con 4 dimensiones y ocho indicadores. Esta variable asume los tres valores siguientes: *El nivel alto*, cuando el puntaje obtenido en el rendimiento académico por los estudiantes es superior al promedio, (62-80 puntos); un *nivel regular*, cuando el puntaje obtenido por los estudiantes es igual al promedio referido, (42-61 puntos) y el *nivel bajo*, cuando el puntaje obtenido por los estudiantes es inferior al promedio referido, (0 -40 puntos).

Utilizaron el diseño cuasi experimental con pre prueba – post prueba con un grupo control y un grupo experimental. El autor trabajó con una metodología teórica explicativa y una investigación cuantitativa.

Los niveles de aprendizaje se midieron en función a los puntajes obtenidos, así los alcanzados por los estudiantes del grupo experimental fueron más elevados ya que alcanzaron un 73% de respuestas buenas frente al 55% del grupo control. También que la estrategia del modelo de Pólya, mejora la actitud del estudiante frente a las matemáticas.

Finalmente concluyen que existen diferencias significativas en el nivel de rendimiento académico del grupo de estudiantes del Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista que trabajó con el Método Heurístico de la Matemática, basada en la resolución de problemas, con respecto al grupo al cual no se aplicó dicha metodología. Garma (2006), en su tesis **“Método heurístico para la enseñanza - aprendizaje de la matemática básica en el nivel universitario”**, para

optar el grado de doctor en educación en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos". Se establece la eficacia en términos de rendimiento académico del método Heurístico, donde a través del diálogo y las interrogantes se motiva y guía a los estudiantes a comprender y a encontrar razones antes de fijar los conocimientos.

De acuerdo al diseño de investigación se trabajó con dos grupos, con pre y post prueba, obteniéndose como resultado que el método heurístico como método de enseñanza es más eficaz que los métodos tradicionales ya que al utilizar la prueba estadística t student consiguió un nivel de significancia del 0,05.

Finalmente se concluye con la eficacia del método heurístico y la necesidad de su implementación como método de enseñanza en el sistema universitario, en primer lugar, en la asignatura de Matemática Básica y en las demás asignaturas. En segundo lugar, en la forma de contribuir en la solución del gran problema de aprendizaje, el de las asignaturas de matemática.

Vera (2014) en su tesis **“Capacidad de Resolución de problemas en estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú”** para optar el grado académico de magíster en Educación con mención en Didáctica universitaria, establece que existen diferencias significativas en la Capacidad de Resolución de Problemas en los estudiantes a nivel de las escuelas académicas profesionales de educación en la UNCP. El análisis y procesamiento de datos se realizaron mediante estadística descriptiva e inferencial, utilizando el paquete estadístico SPSS versión 21, considerando las medidas de tendencia central y de dispersión.

En la prueba de hipótesis se utilizó el análisis de varianza (ANOVA). Una muestra de 135 estudiantes del II semestre de las 7 escuelas profesionales, de la facultad de educación el año 2011. Concluyendo que existen diferencias significativas en la capacidad de resolución de problemas en los estudiantes de nivel de escuelas profesionales.

Treviño (2016) en su tesis **“Estrategias de Aprendizaje y rendimiento académico en estudiantes universitarios de Huancayo”** para obtener el grado de magister con mención en Psicología Educativa, tiene por objetivo

general establecer qué relación hay entre las estrategias de aprendizaje y el rendimiento académico de los estudiantes universitarios de Huancayo, se realizó una investigación descriptiva correlacional entre las dos variables y a mencionadas. La muestra estuvo conformada por 560 estudiantes del II ciclo de una Universidad Particular de Huancayo. Se empleó un cuestionario sobre el uso de estrategias de aprendizaje CEDEA (Cuestionario de evaluación y diagnóstico de las estrategias de aprendizaje) del año 2008 y para analizar el rendimiento académico se consideró el promedio general del semestre 2014-II de estudiantes universitarios de una universidad privada en Huancayo; finalmente se concluye que sí hay una relación directa entre las estrategias de aprendizaje y el rendimiento académico porque se utilizó el coeficiente de correlación y se encontró correlación directa significativa entre las variables.

Cedeño (2017) en su tesis **“Importancia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015”** para optar el Grado Académico de Doctor en Educación, en esta investigación se aborda el aprendizaje de la matemática mediante el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria. Esta investigación es de tipo cuantitativo, cuyo objetivo fue el de establecer el nivel de incidencia de la aplicación del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, y el aprendizaje de matemáticas por parte de los estudiantes de la mencionada universidad.

Se elaboró y aplicó un pre test a dos grupos, uno llamado control y uno experimental. Luego se da una capacitación distribuidas por etapas al grupo experimental, tomando como base la teoría del método heurístico de Pólya.

Se elaboró y aplicó un post test a los dos grupos control y experimental, que hacen un total de 113 estudiantes; luego de analizar los resultados se evidencia que la aplicación del método de resolución de problemas con

ejemplo de la vida diaria ayuda significativamente el aprendizaje de la matemática. Este proceso se dio en forma gradual ya que debían aprender a llevar al lenguaje algebraico los problemas de la vida real, para luego plantear y resolver una ecuación lineal y cuadrática. Los estudiantes van demostrando cambios y perciben que entre mayor sea la complejidad, mayor será el desarrollo de sus capacidades matemáticas, afianzando sus competencias.

Para probar la diferencia de medias entre las variables (Método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria y el aprendizaje de la matemática), se utilizó el estadístico t de student, hallándose una significancia de  $P = 0,00$ , con un margen de error al 5%, hallándose una diferencia de medias de 17,91 puntos. Por lo que se acepta la hipótesis de trabajo: De manera el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria mejoró el aprendizaje de Matemática en la población en estudio.

## **2.2. Bases teóricas**

### **2.2.1. Constructivismo**

En sus orígenes surgió como una corriente epistemológica preocupada por discernir los problemas de la adquisición de conocimientos. Diversos autores encuentran planteamientos constructivistas en los pensamientos de Vico, Kant, Marx o Darwin. En estos autores y en otros más, existe la convicción que de que los seres humanos son producto de su capacidad para adquirir conocimientos y para reflexionar sobre sí mismos, lo que les ha permitido anticipar, explicar y controlar positivamente la naturaleza y construir la cultura humana. Destaca la convicción de que el conocimiento se construye activamente por los sujetos cognoscentes, es decir no se recibe pasivamente del ambiente o de otros. Así el constructivismo rechaza la tesis de las corrientes epistemológicas empiristas.

En un modelo constructivista consideramos que los estudiantes construyen los conocimientos en base a sus experiencias previas, estructuras mentales, creencias o ideas que sirven para interpretar objetos y eventos.

Coll (2001), considera como fuentes principales de la visión constructivista de los procesos de enseñanza y aprendizaje distintos planteamientos derivados de la Psicología genética piagetiana, del cognoscitvismo y de la Teoría sociocultural de Vygotsky.

De manera coloquial, Mario Carretero (1993) afirma que el constructivismo se debate entre tres miradas que se considera aportaciones enriquecedoras: El aprendizaje es una actividad solitaria, con amigos se aprende mejor y sin amigos no se puede aprender.

El aprendizaje de los estudiantes es considerado como eje central de todo el proceso educativo, para lo cual debemos considerar aspectos como: Conocimientos previos o representación que se tenga de la nueva información, de la actividad o tarea a realizar; de la actividad externa o interna que el aprendiz realice al respecto. (Carretero 1993, p.21)

El objetivo de la Teoría Sociocultural derivado de las ideas de Lev Vigotsky consiste en explicar cómo se ubica la acción humana en ámbitos culturales, históricos e institucionales. Para este autor el desarrollo individual no se puede dar sin conocer el contexto social, cultural en el que uno está. Los procesos mentales superiores como el pensamiento crítico, toma de decisiones y el razonamiento, tienen como punto de partida los procesos sociales.

Por ejemplo, en el aprendizaje, se incluye un tutor que puede ser un familiar o el docente quien por medio del diálogo cooperativo o dialogo colaborativo brinda instrucciones verbales, guía el aprendizaje; entonces el estudiante internaliza la información para

regular su propio actuar durante el aprendizaje. En el campo educativo, esto se traduce en la importancia otorgada a la función mediadora del profesor y en la potencial presencia docente que los propios pares llegan a ejercer en episodios de enseñanza recíproca o colaborativa.

El individuo que aprende, desde un punto de vista constructivista, debe construir los conceptos a través de la interacción que tiene con los objetos y con otros sujetos. Durante el desarrollo de una clase, el docente mediador presenta una estrategia, con la finalidad de que los estudiantes puedan alcanzar el propósito planteado en la sesión de aprendizaje y para esto considera lo que saben los estudiantes y lo que pueden llegar a alcanzar con la acción mediadora del docente y de sus pares al realizar los trabajos en equipo. Para esto es necesario conocer qué es la zona de desarrollo próximo, la zona de desarrollo real y la zona de desarrollo potencial.

La zona de desarrollo próximo es la distancia que existe entre la zona real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver un problema de manera independiente, y la zona de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. (Vigotsky, 1979, p.133)

El aprendizaje es más significativo cuando los estudiantes se relacionan unos con otros, al realizar trabajos grupales, colaborativos, de equipo, etc. Ya que al interior comparten conocimientos previos y nuevos, expresan dudas, proponen soluciones y sobre todo se interrelacionan socialmente.

Ausubel plantea que el aprendizaje del estudiante depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un

determinado campo del conocimiento, así como su organización. Los estudiantes tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

Según Ausubel (1983) “el aprendizaje es significativo, cuando los nuevos contenidos a aprender se relacionan con los que ya se tiene; las ideas se relacionan en la estructura cognoscitiva del estudiante, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto, o una proposición” (p.18).

El docente mediador y a la vez guía debe lograr aprendizajes significativos por medio de acción planificadora de la sesión de clase, sin exceso de contenidos, alineando metodología y evaluación para que realmente se logre el aprendizaje de una asignatura. “Se logra un aprendizaje significativo, si el estudiante muestra disposición para relacionar sustancialmente y no arbitrariamente, el nuevo material con su estructura cognoscitiva; así el material que aprende es potencialmente significativo y se relaciona con su estructura de conocimiento”. (Ausubel,1983, p.48).

El enfoque constructivista, tratando de conjuntar el cómo y el qué de la enseñanza, la idea central se resume en la siguiente frase: Enseñar a pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextualizados.

De acuerdo a Coll, (2001, p. 442) la concepción constructivista se organiza en función a tres ideas:

1. El alumno es responsable último de su propio proceso de aprendizaje. (él reconstruye los saberes de su grupo cultural, cuando escucha, lee, descubre, explora y manipula)
2. La actividad mental constructiva del estudiante se aplica a contenidos que ya posee en un grado considerable de elaboración.
3. La función del docente es engarzar los procesos de construcción del estudiante con el saber colectivo

culturalmente organizado. Esto significa que no solo se debe crear el ambiente o buscar las condiciones óptimas para que el estudiante despliegue una actividad mental constructiva. El docente debe orientar, guiar explícita y deliberadamente dicha actividad.

Según Cobb y Merkel, (1989), el proceso de equilibrio, puede verse afectado por factores: biológicos, físicos y socio-culturales; en cualquier caso, pero estos factores no alteran el tipo de estructuras profundas construidas, ni la secuencia del desarrollo intelectual. El docente promueve en los estudiantes la resolución de nuevos hechos matemáticos apoyándose en la estructura que ya poseen y desarrollan una comprensión mayor de cómo y cuándo aplicar las operaciones matemáticas y cómo adaptarla a nuevas situaciones.

Así, Confrey (1991) mantiene que “el aprendizaje es una actividad interactiva, tanto individual como construida. En el aprendizaje de la matemática, profesores y estudiantes, construyen matemáticamente interpretaciones y promueven la comprensión de su significado matemático.” (p. 35).

Desde esta visión, el aprendizaje es considerado como un proceso de comunicación, en el cual el profesor escucha a los alumnos, asume que sus comportamientos son racionales, y trata de identificar y comprender las metas de los estudiantes.

La enseñanza de la matemática es diferente en cada contexto social al que pertenece el estudiante. Es por eso que los docentes debemos preocuparnos por lograr que nuestros estudiantes aprendan y para ello debemos buscar la metodología adecuada al contexto social para alcanzar los resultados de aprendizaje trazados. Esto no significa rechazar las estrategias de enseñanza utilizados en otros lugares sino, al contrario, si han dado buenos resultados, ver si se pueden adecuar a nuestro contexto.

El término estrategia, indica que es un procedimiento flexible, heurístico (nunca como técnica rígida o prácticas estereotipadas) y adaptables según los distintos dominios de contenidos, contextos o demandas de los episodios o secuencia de enseñanza de que se trate. Las estrategias didácticas empleadas en el sector de educación son de enseñanza y de aprendizaje. Las estrategias de aprendizaje son procedimientos que usa el estudiante para lograr el aprendizaje autogenerado (Levin,1971).

Para Mayer (1992), las estrategias de enseñanza, “son procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los estudiantes.

Existe una diferencia entre los niveles de competencia de un estudiante, expresados por su desempeño en solitario y asistido (pares, docente, etc.), esta es reducible gracias a los aportes de la situación pedagógica que emplea el docente mediante cierto tipo de actividades. Entonces nos encontramos frente a la problemática educativa: ¿Cómo puede conseguir el profesor (estrategias, interacciones y recursos educativos) que el estudiante llegue a hacer lo que por el momento no consigue hacer cuando actúa por sí solo?

Considerando diversos trabajos referidos al tema y la idea de construcción conjunta de zonas de desarrollo entre docente y estudiantes, Onrubia (1993) propone algunos criterios:

- Insertar actividades que realizan los estudiantes, dentro de un contexto, donde los objetivos, tengan sentido.
- Fomentar la participación e involucramiento de los estudiantes en las diversas actividades y tareas.
- Realizar ajustes y modificaciones en la programación más amplia (Unidades, temas, clase, etc) y sobre el proceso, partiendo siempre de la observación de cómo los estudiantes se desempeñan en tareas y cómo manejan los contenidos por aprender.

- Hacer uso claro y explícito del lenguaje, el docente ayuda y orienta de múltiples formas, hasta que el estudiante mejore en su competencia y en su autonomía.
- Promover como fin último, el uso autónomo y autorregulado de los contenidos por parte de los estudiantes. (Estudiante puede hacer por sí mismo sin ayuda del docente).
- Utilizar el lenguaje para recontextualizar y reconceptualizar la experiencia pedagógica. El docente establece momentos de síntesis o de recapitulación para que los estudiantes aseguren una mayor cantidad de aprendizajes significativos. Es fundamental la interacción entre alumnos, como otro recurso valioso para crear zonas de desarrollo próximo.

Por lo anteriormente señalado, se propone el uso del método de Pólya, que es una estrategia heurística, ampliamente usada por distintos docentes en los diferentes niveles del campo educativo.

### **2.2.2. Método de Pólya**

El método de Pólya, “es un procedimiento que conduce a la resolución de problemas, de modo significativo, en particular haciendo uso de las operaciones mentales; sin tener métodos rigurosos en su aplicación” (Pólya, 1989).

La obra didáctica de Pólya, nace en el prefacio de su libro Problemas y teoremas de Análisis Matemático realizado con el matemático Gábor Szegó. Los autores dan una breve recomendación, a fin de lograr un pensamiento productivo. Ellos señalan reglas generales, capaces de prescribir detalladamente la más útil disciplina del pensamiento, que no son conocidas por nosotros. Sin embargo si tales reglas pudieran ser formuladas, ellas no serían muy útiles [.....] uno tiene que asumirlos en carne y hueso y tenerlas listas para su uso inminente. [.....]. La resolución independiente de problemas difíciles ayudará al estudiante mucho

más que los aforismos que el sigue, aunque para un comienzo estos puedan no dañarlo. (Pólya y Szegó, 1972)

Cuando George Pólya publica su obra "How to solve it", realiza un estudio introspectivo del método cartesiano. Nos presenta un modelo que conduce a la solución de problemas, este método presenta cuatro fases claramente identificables durante el proceso; que ayudan al estudiante a organizar sus ideas, a como emplear la teoría matemática, a ejecutar algoritmos, fórmulas, principios matemáticos garantizando que el resolutor (persona que resuelve problemas) pueda desarrollar un aprendizaje significativo y de largo plazo. En cada fase, Pólya, propone una serie de reglas heurísticas bastante sugerente, lo más notorio consiste en que la mayoría de ellas van dirigidas a la segunda fase.

Para Alonso (1988), lo que realmente aporta Pólya es un modelo, porque la investigación que realizaba se focalizaba en ciertos aspectos materiales y concretos del enunciado, o en las habilidades específicas de los buenos o malos resolutores. Sin embargo, la complejidad del proceso de solución de problemas requería procedimientos que permitieran el seguimiento y valoración de las distintas fases implicadas y, consecuentemente, de las habilidades o competencias requeridas, y que la heurística multifase de Pólya resuelve esta necesidad (p. 251).

El autor estableció cuatro fases en la resolución de un problema:

A. Fase 1: Comprender el problema

Echenique (2006):

"Comprender el problema, según Pólya, implica entender tanto el texto como la situación que nos presenta el problema, diferenciar los distintos tipos de información que nos ofrece el enunciado y comprender qué debe hacerse con la información que nos es aportada" (p.157).

Es necesario que los estudiantes que resuelven los problemas tienen que considerar el enunciado del problema, ya que, si decodifican bien el mensaje contenido en este y lo lleva al lenguaje algebraico, podrá seguir avanzando en el proceso de resolución. En esta fase sacan los datos, establecen las condiciones o condición y reconocen la incógnita o incógnitas.

Pólya (1989), desarrolla una serie de interrogantes para esta fase:

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición o condiciones que indica el problema?
- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

#### B. Fase 2: Concebir un plan

Es la segunda fase, aquí se debe realizar una planificación de lo que se va hacer, luego de haber sacado los datos, establecer la condición o condiciones y de haber determinado cuál es la incógnita.

“Tenemos un plan cuando sabemos, a groso modo qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar, para hallar la incógnita” (Pólya,1989, p.30)

Para Echenique (2006), concebir un plan, según Pólya:  
“Es la parte fundamental del proceso de resolución de problemas. Una vez comprendida la situación planteada y teniendo clara cuál es la meta a la que se quiere llegar, es el momento de planificar las acciones que llevarán a ella. Es necesario abordar cuestiones como para qué sirven los datos que aparecen en el enunciado, qué puede calcularse a partir de ellos, qué operaciones utilizar y en qué orden se debe proceder”. (p.157)

Se recomienda al estudiante, escribir esta fase de forma clara, simplificada y secuenciada; esto le permitirá controlar el proceso de resolución y ayuda al profesor a conocer el pensamiento matemático que tiene dicho estudiante en la ejecución de la tarea.

También se menciona interrogantes para ayudar a su elaboración:

- ¿Conoce un problema relacionado con éste?
- ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?
- ¿Podría elaborar un cuadro con variables?
- ¿Ha empleado todos los datos?
- ¿Sabe que teoría o fórmula aplicará?

### C. Fase 3: Ejecución del plan

Pólya (1989), esta fase consiste en la puesta en práctica de cada uno de los pasos diseñados en la planificación. Es necesaria una comunicación y una justificación de las acciones seguidas: *primero calculo...*, *después...*, *por último...* hasta llegar a la solución. Esta fase concluye con una expresión clara y contextualizada de la respuesta obtenida.

También se menciona interrogantes para ayudar a su elaboración:

- ¿Puedo plantear y resolver la ecuación lineal, cuadrática, etc?
- ¿Puedo establecer una fórmula o ecuación por medio de la inducción del manejo de datos?

#### D. Fase 4: Verificar el resultado

Pólya (1989), un problema no termina cuando se ha hallado la solución. La finalidad de la resolución de problemas es aprender durante el desarrollo del proceso, y este termina cuando el estudiante siente que ya no puede aprender más de esa situación.

También Pólya sugiere interrogantes para lograr el desarrollo de esta fase:

- ¿Es tu solución correcta?
- ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Advierte una solución sencilla?
- ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?
- Redacta tu respuesta final

Creemos que la metodología de Pólya garantiza que el aprendizaje sea significativo, porque el estudiante establece relaciones entre los diversos conocimientos matemáticos que posee con los que tendrá, también le ayuda a elaborar más estrategias de resolución para diversos tipos de problemas contextualizados de la realidad.

Más tarde Pólya en sus siguientes publicaciones aporta algo que es muy importante mencionar: El conocimiento se divide en dos partes esenciales: información y destreza. La destreza matemática es la habilidad para resolver problemas, para construir demostraciones y para examinar críticamente

soluciones y demostraciones. Y es más importante que la mera posesión de información.

### 2.2.3. Resolución de problemas

#### A. Didáctica y corrientes de la matemática

La gran tarea de la Matemática en el siglo XXI es seguir contribuyendo de diversas formas el progreso de la cultura humana y una de las formas de lograrlo es conservando y transmitiendo el legado matemático acumulado en muchos siglos de conocimiento. Sin embargo, esa transmisión es un trabajo extraordinariamente complejo que requiere de un esfuerzo sistemático por parte de la comunidad matemática.

Hay que clarificar terminológicamente entre didáctica matemática y educación matemática, la primera referida como una disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en la educación matemática y propone acciones para su transformación y la educación matemática es todo el sistema de conocimientos, instituciones, planes de formación y finalidades formativas que conforman una actividad social compleja y diversificada, relativa a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Existen diversas corrientes que tratan sobre la educación matemática, entre las que sobresalen:

***La etnomatemática:*** Su representante D' Ambrosio, esta es una corriente pragmática que contribuye el poder validar a la comunidad científica en su contexto histórico; que está referida a rescatar los valores y la cultura que tienen los pueblos. Así también valora los conocimientos extraescolares como el de transmisión oral (el de los adultos mayores).

Tiene implicación importante, ya que si las personas producen distintos tipos de matemáticas no es preciso pensar en una educación con procesos uniformes que se desarrollen en el mismo sentido por diferentes grupos. La didáctica matemática debe y debería desarrollarse teniendo en cuenta las peculiaridades culturales de cada grupo, desde una perspectiva multicultural.

Así la resolución de problemas puede ser elegido tanto por profesores y estudiantes a través de un diálogo que fortalezca y aliente una conciencia crítica. Así sus conocimientos etno serían valorados.

***El Socio constructivismo:*** Entre 1991 y 1994 aparece un importante y revolucionario trabajo relacionado con los problemas gnoseológicos y ontológico de las matemáticas. Se trata de la obra de P. Ernest quien desarrollo un nuevo tipo de constructivismo llamado social. Los objetos matemáticos son considerados como símbolos de unidades culturales, emergentes de un sistema de usos, ligados a las actividades de resolución de problemas que realizan ciertos grupos de personas y que van evolucionando con el tiempo. Vega (1992)

En el congreso ICME 7 (International Congress on Mathematical Education, Quebec 1992), Ernest presentó la inmediata aplicación de sus resultados a la enseñanza de la matemática, abriendo un campo de investigación sumamente fascinante.

***La Escuela Anglosajona:*** Es un modelo teórico donde se explica que el conocimiento se genera a partir del proceso mental, al acoplamiento entre lo que el sujeto sabe y la nueva información. Aquí se enfatiza los procesos de aprendizaje matemático y el conocimiento matemático del estudiante

como objetos primarios de investigación. A esta escuela corresponde el enfoque de resolución de problemas con aportes de Pólya, Schoenfeld y Kleran.

En este modelo el alumno es activo, le interesa la inclusión de materiales y la resolución de problemas; que permite el desarrollo de habilidades matemáticas.

Formar un sustrato teórico para la resolución de problemas constituye un desafío, debido a que son múltiples y heterogéneos los aspectos a considerar. Por lo general es necesario buscar argumentos de orden filosófico, psicológico y didáctico para responder a diferentes problemáticas epistemológicas que se dan. No existe aún la caracterización universalmente aceptada de los términos problemas y resolución de problemas.

En diferentes épocas se han planteado que “hacer matemáticas es por excelencia resolver problemas”. La Resolución de problemas ha sido considerada como la innovación más importante de la Matemática en la década de los 80. (Brown, 1983)

La resolución de problemas no es una tendencia nueva en la enseñanza de la matemática. Ya desde la antigüedad los científicos se habían dado la tarea de entender y enseñar habilidades para resolver problemas matemáticos.

## B. Historia de la Resolución de Problemas

Su historia se divide en dos grandes etapas, según Delgado (1999):

**La primera etapa** que se desarrolla desde la antigüedad hasta 1945, hay referencias que en civilizaciones tan antiguas

como la egipcia, la babilónica y la china, había problemas de matemática con textos en tablillas de barro y papiros antiguos; por ejemplo, en uno de estos papiros, decía: una pirámide tiene de lado 140 codos, su inclinación es de 5 palmos 1 un dedo por codo. ¿Cuál es la altura? En Babilonia (establecida desde el año 2000 hasta el año 200 a.c.) se han encontrado alrededor de cien mil tablillas de arcilla con escritura cuneiforme de las cuales alrededor de 50 están relacionadas con problemas matemáticos.

Según A.H. Schoenfeld, el filósofo griego Sócrates fue capaz de aislar la noción “resolver problemas”, tenía una estrategia para dar respuesta a los problemas de su entorno o creados por él, era mediante la realización de preguntas, esto está plasmada en el “Dialogo de Platón”.

Dos mil años después de Sócrates se aprecia la obra de Descartes quien señalaba los “modelos de pensamiento productivo” o consejos para aquellos que querían resolver problemas matemáticos. También fue significativo el trabajo del matemático Suizo Euler que al exponer muchos de sus resultados, incluyó reflexiones sobre las técnicas que utilizó y por lo tanto se preocupó por la educación heurística de sus discípulos.

A pesar de los esfuerzos realizados Leibniz, Poincaré, Hadamard y otros científicos en sus respectivas épocas, no se apreciaron cambios en el proceder educacional para la resolución de problemas como una posible vía de enseñar la matemática.

**La segunda etapa** enmarcada desde 1945 hasta la fecha del día de hoy, todo comienza con la aparición de los trabajos de Pólya (1945), en su obra “How to resolve it” que constituye una referencia obligada. Más tarde este autor publicó obras

como *Mathematical and Plausible Reasoning* (1954) y *Mathematical Discovery* (1965).

Luego vendrían más autores como Schoenfeld, la creación de Estándares Curriculares por el Consejo Nacional de profesores de Matemática de USA (1980) libro en el cuál se establece la resolución de problemas como objetivo fundamental de la enseñanza de la Matemática. Habiéndose producido muchos estudios por investigadores y ser tema central de debate en congresos, simposios y reuniones hasta la actualidad.

### **Definición de Problema Matemático**

George Pólya define un problema matemático como aquella situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada, para el logro de un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata. Bernabéu (2010)

Parra (1990, p14): establece que “un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responde de manera inmediata”.

En otras palabras, la resolución de problemas es un proceso que brinda a los estudiantes, los conceptos y destrezas para luego desarrollar y aplicar las estrategias para su resolución, interpretar el resultado obtenido con relación a lo demandado y aumentar la confianza.

“Los problemas serán considerados no como un medio para dificultar el aprendizaje en los estudiantes, sino como la mejor alternativa para ayudarlos a superar obstáculos y provocarlos” (Cabanne, 2006, p. 22).

### C. Definición de resolución de problemas matemáticos

Según Pólya (1989):

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto: pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo (p.5).

Pólya “ [...] manifiesta que resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados” (Sigarreta y Laborde 20004, p. 16 )

Así en el desarrollo de la enseñanza de la matemática una buena opción ha sido promover la resolución de problemas para lograr aprendizajes, como sugirió Halmos (1980) resolver problemas es el corazón de las matemáticas. Así también Kleiner (1986) sugirió que el desarrollo de conceptos y teorías matemáticas se originan a partir de resolver un determinado problema.

Cuando la persona está resolviendo una tarea (matemática o no) y se encuentra con alguna dificultad que le obligue a plantearse qué camino debe seguir para llegar a la meta, estamos frente a la existencia de un problema. Estos problemas pueden ser significativos o no para el estudiante, puede tener o no sentido para ellos; pero una de las metas de la educación, es que los estudiantes no solo se planteen

determinados problemas, sino que lleguen a adquirir los medios para resolverlos.

El conocimiento en matemáticas obtiene sentido a través de la resolución de problemas, por lo que muchas instituciones educativas de los distintos niveles se están preocupando de que la resolución de problemas matemáticos sea aplicada como una actividad de pensamiento. En la didáctica de la matemática, se utiliza los diversos tipos de problemas en las tareas, los ejemplos de clase y los exámenes. Así es una obligación dar a los estudiantes las herramientas y el conocimiento necesario para que logre dar solución a los diferentes tipos de problemas. Si se orienta el currículo hacia la solución de problemas implica buscar y elaborar situaciones abiertas para inducir en los estudiantes una búsqueda y apropiación de estrategias adecuadas. En otras palabras, para que el estudiante aprenda a resolver problemas es necesario que forme el hábito de plantearse y resolver problemas como forma de aprender.

Diversos investigadores han estudiado los tipos de conocimiento involucrados en la resolución de problemas, encontrándose que los resultados apoyan la noción de que la eficiencia en la resolución de problemas está relacionada con el conocimiento específico del área en cuestión (Mayer, 1992).

Algunos investigadores mencionan que los que resuelven problemas deben tener ciertos conocimientos declarativos y el procedimentales para afrontarlos con éxito. Así, Monereo C. y Castelló M.(1997, p.5) mencionan que el conocimiento es declarativo por cuanto puede declararse o comunicarse por medio del lenguaje verbal (factual y conceptual). Es procedimental porque utiliza procedimientos algorítmicos y/o

heurísticos para dar solución a los problemas; entonces se requiere analizar la información, pensar y emplear estrategias de aprendizaje que le permite utilizar, elegir y recuperar conocimientos para alcanzar un objetivo.

Para nosotros la resolución de problemas es dar solución a una situación matemática real o ficticia que tiene cierto nivel de dificultad. La persona que resuelve el problema no puede lograrlo de forma inmediata, para tener éxito debe tener cierto dominio de los conocimientos matemáticos y los procedimientos (algoritmos y estrategias).

Así Larios (2000) menciona que:

Para que el estudiante pueda construir su conocimiento y llevar a cabo la obligatoria interacción activa con los objetos matemáticos incluyendo la reflexión que le permite abstraer estos objetos, es necesario que éstos, se presenten inmersos en un problema y no en un ejercicio. De hecho, son estas situaciones problemáticas las que introducen un desequilibrio en las estructuras mentales del estudiante que en su afán de equilibrarlas (acomodamiento), se produce la construcción del conocimiento. (p.5)

### **Características de los problemas matemáticos:**

Para Echenique (2006, p.21), los problemas matemáticos tienen las siguientes características:

- Su resolución requiere que el alumno indague entre los conocimientos matemáticos que posee y procedimientos previamente conocidos y pueda utilizarlos nuevamente.
- Demanda más tiempo para resolverlos a comparación de los ejercicios.
- Pueden tener una o varias soluciones llegando a ellas por diversos caminos.

- Involucra procesos emocionales ya que motiva al estudiante por el bloqueo inicial, desarrollando en él su creatividad y perseverancia, manifestando un grado de satisfacción al lograr resolverlo.
- Responden a las necesidades y son interesantes para los estudiantes

Macnab y Cummine, (citados por Juidías y Rodríguez) sostienen que los problemas matemáticos están formulados con un lenguaje matemático y poseen semejanzas y diferencias con el lenguaje ordinario (2007, p.262).

### **Clasificación de resolución de problemas:**

Según Juidías y Rodríguez (2007):

Schoenfeld (1989), destaca que para que una actividad de aprendizaje pueda ser definida como un verdadero problema es necesario que el estudiante se interese e implique en la obtención de la solución y no tenga medios matemáticos de fácil acceso para alcanzar la solución. Es decir, un problema exige mucho más que la aplicación rutinaria de algoritmos o fórmulas. Esta es una de las características que permiten distinguir un problema de un mero ejercicio de aplicación.

Cliford (2010), los procedimientos que los estudiantes emplean frente a un problema, está en relación a la interpretación que ellos hacen acerca de este. Así los estudiantes establecen relaciones distintas para la resolución y las plantean a partir de varias alternativas o caminos.

Las clases de problemas que más se usa son:

- Problemas de reconocimiento: Permite reconocer un factor específico, una definición o una proposición de un teorema.
- Problemas de algoritmos o de repetición: Se resuelven con un proceso algorítmico.

- Problema de traducción simple o compleja: Son formulados con un contexto concreto y se resuelve al traducir expresiones verbales a expresiones matemáticas.
- Problemas de procesos: Ofrece la posibilidad de conjeturar varios caminos para encontrar la solución.
- Problemas sobre situaciones reales: Plantea actividades lo más cercana posible a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos matemáticos.

El éxito en el aprendizaje de las matemáticas depende del diseño de actividades, estas deben promover la construcción de conceptos, a partir de experiencias concretas, la interacción con los otros. En esas actividades diseñadas, las matemáticas serán para el estudiante, herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver situaciones problemáticas.

Si hablamos de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos, desde el punto de vista ubicada en el contexto de la enseñanza de estrategias de aprendizaje, es necesario la necesidad de que las situaciones problemáticas que el estudiante ha de resolver, se planteen en contextos y situaciones reales de acuerdo con su entorno, su edad y sus experiencias previas de aprendizaje.

Para que los docentes podamos enseñar a resolver problemas a nuestros estudiantes, debemos contar con un banco de problemas que podrían tener ciertos requisitos como: Ser interesante y desafiante, implique al manejo y aplicación de conceptos, promueva al desarrollo de habilidades de análisis y síntesis, el contexto debe dar oportunidad para discutir e interactuar ya que tiene

situaciones afines a la carrera, llevar a un principio o generalización y finalmente prestarse para analizar las posibles soluciones y/o múltiples respuestas.

## **2.3. Definición de términos básicos**

### **2.3.1. Contenidos de aprendizaje**

Conjunto de saberes o formas culturales que son esenciales para el desarrollo y socialización de los estudiantes. Es todo lo que queremos enseñar y todo lo que el estudiante es capaz de aprender.

Pueden ser:

- Conceptos, hechos y datos. (dominio cognitivo, contenidos declarativos y/o contenidos conceptuales que se dan en el currículo)
- Procedimientos (contenidos procedimentales que se establecen en un currículo)

Cada uno de los contenidos de aprendizaje o llamados dominios están estructurados internamente según la complejidad o interiorización. Así se produce la jerarquización de niveles.

En el dominio cognitivo encontramos los siguientes niveles: Información, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación.

### **2.3.2. La Taxonomía de verbos**

Lista de verbos que se pueden aplicar en otros niveles cognoscitivos, tiene 3 dimensiones (Afectiva, psicomotora y cognitivo) y dentro de cada dimensión hay niveles que van de lo simple a lo más complejo. Se le considera como una herramienta para elaborar objetivos de aprendizaje.

**Tabla 3***Taxonomía de verbos del dominio cognitivo*

CATEGORIA	VERBOS
Información	Identificar, definir, citar, enumerar, nombrar, repite, describe, marcar, memorizar, ordenar.
Comprensión	Distinguir, expresar, planificar, asociar, cambiar, clarificar, estimar, ejemplificar, identificar, deducir, describir, reconocer.
Aplicación	Aplicar, demostrar, relacionar, operar, practicar, descubrir, desarrollar, usar, utilizar, predecir, encontrar, interpretar, emplear, solucionar, practicar
Análisis	Diferenciar, seleccionar, comparar, analizar, debatir, relacionar, separar, deducir, desglosar, interpretar.
Síntesis	Integrar, estructurar, establecer, formular, explicar, gestionar, argumentar, explicar, generalizar, sintetizar.
Evaluación	Juzgar, evaluar, criticar concluir, contrastar, apreciar, resolver, justificar, juzgar, evaluar.

Fuente: Taxonomía de objetivos de Bloom y H. Guilbert

**2.3.3. Estrategias de enseñanza**

Son procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos. (Mayer,1992). En otras palabras, son medios y recursos para prestar la ayuda pedagógica ajustadas a las necesidades de progreso de la actividad constructiva de los estudiantes.

Varias de las estrategias de enseñanza pueden ser utilizadas también para introducir y enseñar a los estudiantes como elaborarlas y posteriormente, con las ayudas (modelamientos, explicaciones, ejercitaciones apropiadas) dar paso a que ellos las puedan aprender y utilizar como estrategia de aprendizaje.

**2.3.4. Estrategias de Aprendizaje**

Son procedimientos flexibles que pueden incluir técnicas u operaciones específicas, su aplicación es intencionada, consciente y controlada. Requiere de la aplicación de conocimientos metacognitivos, su empleo debe realizarse en forma flexible y adaptativa en función de condiciones y contextos. (Monereo,1997)

### **2.3.5. Desempeño**

Es el acto y la consecuencia de desempeñar, cumplir una obligación, realizar una actividad, dedicarse a una tarea específica.

### **2.3.6. Rúbrica**

Es una matriz de valoración que permite valorar el aprendizaje, los conocimientos, las competencias y los desempeños logrados por los estudiantes.

En una de las columnas se coloca los criterios de desempeño que va a utilizar para llevar a cabo la evaluación de esas áreas y en la otra los niveles (típicos) de la escala de calidad. Por ejemplo, en inicio, en desarrollo, competente y experto.

### **2.3.7. Resolución de problemas con ecuaciones:**

Proceso por el cual se da solución a problemas de traducción simple o compleja, traduciendo expresiones verbales a expresiones matemáticas, para luego plantear y resolver ecuaciones lineales o cuadráticas.

## Capítulo III: Hipótesis y variables

### 3.1. Hipótesis

#### 3.1.1. Hipótesis general:

La aplicación del Método de Pólya influye significativamente en la mejora de la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

#### 3.1.2. Hipótesis específicas:

- La aplicación del Método de Pólya influye significativamente en la mejora del nivel de Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.
- El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya influye significativamente en la mejora de la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, del grupo experimental de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.
- El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya está asociado con el nivel de la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

### 3.2. Operacionalización de variables

Variable independiente: Método de Pólya

Variable dependiente: Resolución de problemas con ecuaciones de primer y segundo grado.

**Tabla 4**

*Operacionalización de la variable independiente*

VARIABLE INDEPENDIENTE	DIMENSIONES	INDICADORES
<b>Método de Pólya</b>  El método de Pólya, es un procedimiento que conduce a la resolución de problemas, de modo significativo, en particular haciendo uso de las operaciones mentales; sin tener métodos rigurosos en su aplicación (Pólya, 1989).	<b>Comprensión</b>  Si se ha comprendido el problema, se puede expresar en tus propias palabras.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Entiendes todo lo que dice?</li> <li>• ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?</li> <li>• ¿Distingues cuáles son los datos?</li> <li>• ¿Cuál es la incógnita?</li> </ul>
	<b>Planificación</b>  Tenemos un plan cuando sabemos, a groso modo qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar, para hallar la incógnita.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Conoce un problema relacionado con éste?</li> <li>• ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?</li> <li>• ¿Podría elaborar un cuadro con variables?</li> <li>• ¿Ha empleado todos los datos?</li> <li>• ¿Puedo establecer una fórmula o ecuación por medio de la inducción del manejo de datos?</li> </ul>
	<b>Ejecución</b>  La puesta en práctica de cada uno de los pasos diseñados en la planificación. Es necesaria una comunicación y una justificación de las acciones seguidas: <i>primero calculo...</i> , <i>después...</i> , <i>por último...</i> hasta llegar a la solución	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Puedo plantear y resolver la ecuación lineal, cuadrática, etc?</li> <li>• ¿Consideras que los procedimientos utilizados te ayudarán a encontrar la respuesta?</li> <li>¿Habrán otros caminos para hallar la respuesta? ¿Cuáles?</li> <li>¿Cuál es la diferencia entre el procedimiento seguido por... y el tuyo?</li> <li>• ¿Estás seguro de tu respuesta? ¿Cómo la compruebas?</li> </ul>
	<b>Verificación</b>  Un problema no termina cuando se ha hallado la solución. La finalidad de la resolución de problemas es aprender durante el desarrollo del proceso, y este termina cuando el estudiante siente que ya no puede aprender más de esa situación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Es tu solución correcta?</li> <li>• ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?</li> <li>• ¿Advierte una solución sencilla?</li> <li>• ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?</li> <li>• Redacta tu respuesta final</li> </ul>

Fuente: Elaboración de los autores.

**Tabla 5**

*Operacionalización de la variable dependiente*

VARIABLE DEPENDIENTE	DIMENSION	INDICADORES	INSTRUMENTO
<b>Resolución de Problemas con ecuaciones de primer y segundo grado</b> Proceso por el cual se da solución a problemas de traducción simple o compleja, traduciendo expresiones verbales a expresiones matemáticas, para luego plantear y resolver ecuaciones lineales o cuadráticas.	IDENTIFICA	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cambia enunciados del lenguaje común al lenguaje algebraico.</li> <li>• Lista los datos del problema</li> <li>• Reconoce la incógnita</li> </ul>	Prueba de desarrollo Rúbrica
	UTILIZA	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica una figura geométrica (cuadrado y rectángulo) y ubica las dimensiones e incógnita.</li> <li>• Elabora un cuadro relacionando variables para observar su variación de una con respecto a otra.</li> <li>• Emplea fórmulas</li> <li>• Plantea ecuación</li> </ul>	Prueba de desarrollo Rúbrica
	EJECUTA	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cambia los datos en la fórmula usada. (Interés simple, costos fijos y áreas de un cuadrado y rectángulo)</li> <li>• Soluciona una ecuación de primer grado.</li> <li>• Soluciona un sistema de ecuaciones con el método de sustitución o con el método de reducción.</li> <li>• Soluciona una ecuación de segundo grado con el método del aspa simple y la fórmula general.</li> </ul>	Prueba de desarrollo Rúbrica
	COMPRUEBA	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprueba la respuesta obtenida al solucionar la ecuación.</li> <li>• Escribe la respuesta después de haberla evaluado.</li> </ul>	Prueba de desarrollo Rubricas

Fuente: Elaboración de los autores

## Capítulo IV: Metodología del estudio

### 4.1. Alcance y método de investigación

#### 4.1.1. Alcance

Según Manrique (2017), el alcance de la investigación hace referencia al nivel y profundidad que tendrá, lo que se puede llegar a saber sobre el tema de estudio.

El hecho de que en la presente investigación se formulen hipótesis causales, permite afirmar que tendrá alcance explicativo, al respecto Hernández, Fernández y Baptista (2014) afirman:

El hecho de que formulemos o no hipótesis depende de un factor esencial: el alcance inicial de estudio. Las investigaciones cuantitativas que formulan hipótesis son aquellas cuyo planteamiento define que su alcance será correlacional o explicativo, o las que tienen un alcance descriptivo, pero que intentan pronosticar una cifra o un hecho. (p.104)

La presente investigación es de tipo explicativa ya que relaciona dos variables y explica en qué condiciones la primera mejora la segunda: el modelo de Pólya y la resolución de problemas de ecuaciones de primer y segundo grado en los estudiantes de la Universidad Continental.

#### 4.1.2. Método:

Como método general se utilizó el llamado Método científico, en todo el proceso de la investigación, desde la observación del proceso enseñanza- aprendizaje, el planteamiento del problema, formulación de objetivos, las hipótesis, el estudio metodológico, la aplicación de instrumentos para validar los resultados. Como método específico el cuasi experimental.

## 4.2. Diseño de la investigación:

Para poder responder las preguntas de la investigación, cumplir con los objetivos y validar las hipótesis, se necesita recoger la información dentro de un diseño adecuado, al respecto Hernández, Fernández y Baptista (2014), sostienen que el diseño es “el plan o estrategia que se desarrolla para obtener la información que se requiere en una investigación y responder al planteamiento” (p.128)

Se opta por el diseño cuasi experimental debido a las características de la investigación y tomando en cuenta que los grupos experimental y control no fueron tomados en forma aleatoria. Hernández, Fernández y Baptista (2014) afirman:

En los diseños cuasi experimentales, los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están conformados antes del experimento: son grupos intactos (la razón por la que surgen y la manera como se integraron es independiente o aparte del experimento). (p.151)

Se eligió este diseño porque no tenemos el control estricto de las variables extrañas que pueden concurrir en dicho estudio.

El diseño que se utilizará será con pre y post prueba, con grupo de control no aleatorio cuyo esquema es el siguiente:

GE = O1 ----- X -----O3

GC = O2 -----O4

GE: grupo experimental

GC: grupo control

X: tratamiento estímulo o condición experimental

O: medición de los sujetos de un grupo (cuestionario). Si aparece antes del tratamiento o estímulo, se trata de una pre prueba.

Si aparece después del estímulo se trata de una post prueba.

----: ausencia de estímulo. Indica que se trata de un grupo control.

### 4.3. Población y muestra

#### 4.3.1. Población

La población de estudio está constituida por 491 estudiantes de las facultades de Ciencias de la Empresa, Humanidades y Derecho, matriculados en la asignatura de Matemática I en el semestre 2017 –20 de la Universidad Continental.

**Tabla 6**

*Población de Estudio*

Sección	Número de estudiantes
2198	49
2210	49
2236	48
2240	49
2264	54
2578	49
7187	49
7189	49
7190	47
8929	48
TOTAL	491

Fuente: Elaboración de los autores, en base al reporte de la carga lectiva 2017 - 20 proporcionada por la oficina de Registros Académicos de la Universidad Continental 2017

#### 4.3.2. Muestra

La elección de la muestra fue intencional, el grupo experimental corresponde a las secciones que se asignaron a los investigadores según los horarios establecidos y el grupo control corresponde a secciones que se asignaron a otro docente de la asignatura. Se eliminaron de la muestra a los estudiantes que no rindieron el pre test y/o post test. Ambos grupos están formados por secciones ya establecidas como resultado del proceso de matrícula 2017 – 20.

**Tabla 7***Muestra de Estudio*

<b>Tipo de grupo</b>	<b>Sección</b>	<b>Número de estudiantes</b>	<b>TOTAL</b>
Experimental	2198	41	82
Experimental	7187	41	
Control	2210	26	58
Control	8929	32	
<b>TOTAL</b>		140	140

Fuente: Tabla 6

**4.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos**

Para recolectar los datos se usaron las técnicas de la observación y la encuesta a través de instrumentos que fueron validados previamente.

**Tabla 8***Técnica e instrumentos de recolección de datos*

<b>Técnica</b>	<b>Instrumento</b>	<b>Descripción</b>
Observación	Rúbrica	Recoge información sobre el nivel de desempeño de la utilización del método de Pólya.
Encuesta	Prueba de desarrollo	Recoge información sobre el nivel de la resolución de problemas con ecuaciones.

Fuente: Elaboración de los autores

**4.5. Selección de los instrumentos****Para medir la variable independiente**

Se elaboró un modelo de rúbrica la cual mide el nivel de desempeño de las cuatro fases del modelo de Pólya, para cada uno de los cinco problemas planteados al estudiante.

Las dimensiones que se evalúa en el uso de la metodología de Pólya y los ítems correspondientes se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 9**

Dimensiones y cantidad de ítems para evaluar el nivel de dominio de la metodología de Pólya

<b>Dimensiones</b>	<b>Item</b>	<b>N° de ítems</b>	<b>Porcentaje</b>
Comprensión	1a,2a,3a,4a,5a	5	25%
Planificación	1b,2b,3b,4b,5b	5	25%
Ejecución	1c,2c,3c,4c,5c	5	25%
Verificación	1d,2d,3d,4d,5d	5	25%
<b>Total ítems</b>		<b>20</b>	<b>100%</b>

Fuente: Elaboración de los autores

Cada fase bien desarrollada tiene un valor de 3 puntos por pregunta, acumulando un total de 15 puntos para los 5 problemas propuestos, se muestra en la tabla 10.

**Tabla 10**

Niveles de desempeño para cada fase del Método de Pólya

<b>Dimensiones</b>	<b>Nivel de desempeño</b>			
	En inicio 0 punto	En desarrollo 1 punto	Competente 2 puntos	Experto 3 punto
	Puntaje total	Puntaje total	Puntaje total	Puntaje total
Comprensión	0	5	10	15
Planificación	0	5	10	15
Ejecución	0	5	10	15
Verificación	0	5	10	15
Nivel de desempeño para cada fase	[0 ;3]	[4 ;7]	[8 ;11]	[12 ;15]

Fuente: Elaboración de los autores

Si empleamos las notas vigesimales esos 60 puntos, que obtienen al resolver la prueba se convierten en 20, para la calificación total de los 5 problemas resueltos. Más adelante se utilizará para las pruebas de hipótesis.

### **Para medir la variable dependiente**

Para medir el nivel de aprendizaje en la resolución de problemas, se utilizó el solucionario con respuesta esperada y puntaje correspondiente, aplicado a los procesos que los estudiantes detallaron en la prueba de desarrollo.

Los problemas seleccionados corresponden a los modelos desarrollados en las semanas 1, 2 y 3 del material de estudio de la asignatura de Matemática I para el periodo académico 2017 – 20 y que se aplica a toda la población de estudio.

**Tabla 11**

*Problemas y respuestas esperadas en la prueba de desarrollo*

<b>Problema</b>	Identifica la incógnita y los datos	Expresa los datos en notación algebraica y plantea la ecuación	Resuelve correctamente la ecuación planteada	Redacta la respuesta final	<b>Puntaje por problema</b>
Ecuación lineal contextualizada a inversiones	1	1	1	1	4
Ecuación lineal contextualizada a ingresos, costos y ganancias	1	1	1	1	4
Ecuación cuadrática contextualizada a áreas y perímetros de terrenos	1	1	1	1	4
Ecuación cuadrática contextualizada a rentas	1	1	1	1	4
Ecuación lineal contextualizada a situaciones diversas	1	1	1	1	4
<b>Total</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>20</b>

Fuente: Elaboración de los autores

#### 4.6. Validez del instrumento

Hernández, Fernández y Baptista (2014), con respecto a la validez sostienen que: “se refiere al grado en que un instrumento mide realmente la variable que pretende medir” (p. 200). Para ello se recurrió a la evaluación de 05 docentes de reconocida trayectoria.

A cada docente se entregó la matriz de consistencia, los instrumentos y la ficha de validación en la cual cada ítem se evaluó respecto a: claridad (20 puntos), coherencia (20 puntos) y suficiencia (4 puntos).

Los resultados emitidos se muestran en la siguiente tabla

**Tabla 12**

Validación de los expertos

Experto	Categorías			Puntaje total	Porcentaje de valoración
	Claridad	Coherencia	Suficiencia		
Dr. Carlos Mezarina Aguirre	17	17	4	38	86,4%
Dra. Isabel Chuquillanqui Galarza	18	18	4	40	90,9%
Dra. Carolina Cristóbal Tembladera	15	15	3	33	75,0%
Mg. Orlando Portillo Avelino	20	20	3	43	97,7%
Mg. Fabiola Prosopio Pomalaya	19	19	4	42	95,5%
Promedio	17,8	17,8	3,6	39,2	89,4%

Fuente: Fichas de validación de instrumento

De los resultados mostrados en la tabla se puede observar que el porcentaje de confiabilidad es del 89,2% representando una alta validez externa.

#### 4.7. Confiabilidad del instrumento

Al respecto Hernández, Fernández y Baptista (2014), señalan que “la confiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo individuo u objeto produce resultados iguales” (p. 200). En este caso se aplicó el método de Kuder Richardson:

$$r_{xx} = \frac{k\sigma_x - \bar{x}(k - \bar{x})}{\sigma_x(k - 1)}$$

Donde:

$r_{xx}$  : Confiabilidad

$k$  : número de reactivos

$\sigma_x$ : varianza de las puntuaciones

$\bar{x}$ : media de las puntuaciones

Luego de la aplicación de dicha medida, el resultado obtenido es:

$$r_{xx} = \frac{20(26,32) - 12,11(20 - 12,11)}{26,32(20 - 1)}$$

$$r_{xx} = 86,2\% = 0,86$$

Para Ruiz (2002), si el resultado luego de aplicar la fórmula de Kuder Richarsond, los valores que se obtienen están entre:

0,01 hasta 0,20 la confiabilidad es muy baja

0,21 hasta 0,40 la confiabilidad es baja

0,41 hasta 0,60 la confiabilidad es moderada

0,61 hasta 0,80 la confiabilidad es alta

0,81 hasta 1,0 la confiabilidad es muy alta

Por lo tanto, podemos afirmar que la confiabilidad del instrumento que hemos elaborado llamado pre- test y post test es muy alta, ya que 0,86 está entre los valores de 0,81 y 1,0.

#### **4.8. Técnicas de análisis de datos**

Para analizar los datos, se utilizó el paquete estadístico *Statistical Package for the Social Sciences* (SPSS) que en su traducción al castellano es Paquete Estadístico para las Ciencias Sociales en su versión 22 y el programa informático Excel, que permitieron la elaboración de las tablas, gráficos estadísticos, así como el cálculo de las medidas de tendencia central (media, moda, mediana), las medidas de dispersión (varianza, desviación estándar, coeficiente de variación), que luego permitieron realizar la contrastación de las hipótesis a través de los estadígrafos *t de student* y coeficiente de Pearson.

## Capítulo V: Resultados

### 5.1. Resultados y análisis

Para dar a conocer los resultados y dar el respectivo análisis es necesario conocer como se ha venido trabajando.

Las estrategias pueden considerarse como procedimientos de carácter heurístico y flexible. Coll y Valls (1992) han propuesto un esquema para la enseñanza de procedimientos, basados en las ideas de Vygotsky y Brunner, referidas a la zona de desarrollo próximo, andamiaje, transferencia del control y la responsabilidad. Esta puede ser considerada según Solé (1992) como una metodología guía para la enseñanza de cualquier tipo de habilidad o estrategia cognitiva. (de aprendizaje, meta cognitiva, autorreguladora, etc.)

En ese sentido cuando nosotros utilizamos el método de Pólya, buscamos ser docentes guías para los estudiantes y provocar situaciones de participación activa al momento de desarrollar los problemas matemáticos. ...Las estrategias se aprenden en un contexto interactivo y compartido entre el enseñante y el aprendiz (Monoreo, y Castelló, 1997) la cual realizamos en tres fases nuestro actuar pedagógico:

En primer lugar, la presentación de la estrategia, es decir expusimos definición, fases y la importancia del uso del modelo de Pólya, modelamos y ejecutamos; al resolver problemas contextualizados de ecuaciones de primer y segundo grado.

En segundo lugar, se realizó la práctica guiada, donde los estudiantes ejecutaron el método al realizar un trabajo grupal en el cuál tenían que resolver problemas contextualizados de ecuaciones de primer y segundo grado referido a interés simple, costos fijos - costos variables, áreas, ganancias - pérdidas, etc. Y nosotros como docentes les guiamos y aclarábamos dudas en cada una de las 4 fases del modelo de Pólya. (Comprensión, planificación, ejecución y verificación)

Finalmente, nuestros estudiantes realizaron de forma independiente y autorregulada la aplicación del método, sin nuestro apoyo.

Para la evaluación de los niveles de aprendizaje, se puede emplear la prueba de ejecución o de desempeño, ésta consiste en el diseño de situaciones donde los aprendices demuestran ejecutar sus competencias o habilidades aprendidas ante tareas genuinas tales como aplicar una técnica de primeros auxilios, ejecutar una pieza musical, diseñar un proyecto, solucionar un conjunto de problemas matemáticos, etcétera. (Arends, 1998) Dichas pruebas pueden permitir una evaluación auténtica, de modo que lo más importante a considerar es que se planteen situaciones problemas contextualizados de matemática, que estén estrechamente relacionados con la actividad estratégica que se ha enseñado (modelo de Pólya), que sean apropiadas al nivel de desempeño y que sean realistas en el sentido de tener relevancia académica y funcional.

Así consideramos este tipo de prueba, porque nos permitió ver con detalle cómo los estudiantes dominaban cada una de las 4 fases, creemos que al resolver los problemas de ecuaciones de primer y segundo grado empleando el modelo de Pólya, puede tener mayor sentido para los estudiantes, quienes al observarse a sí mismos como poseedores de una habilidad o destreza que les permita solucionar problemas contextualizados, que antes les causaba tedio, ahora les parezca motivante y les haga sentirse competentes y con una sensación de logro.

La prueba de ejecución permitirá poner en evidencia la actividad estratégica como objeto de evaluación a partir del cual habrá que observarse según criterios previamente señalados en qué nivel de aprendizaje se encuentra el estudiante al hacer uso de las estrategias enseñadas. En este sentido, para valorar la ejecución estratégica sin duda un recurso formidable es la rúbrica, porque permiten cualificar los niveles de desempeño, por los que deben ir transitando los estudiantes (desde el nivel uso inicial, hasta el nivel experto) (Díaz y Hernández 2010)

Así se empleó la rúbrica que es una matriz de valoración que permite valorar el aprendizaje, los conocimientos o las competencias logradas por los estudiantes.

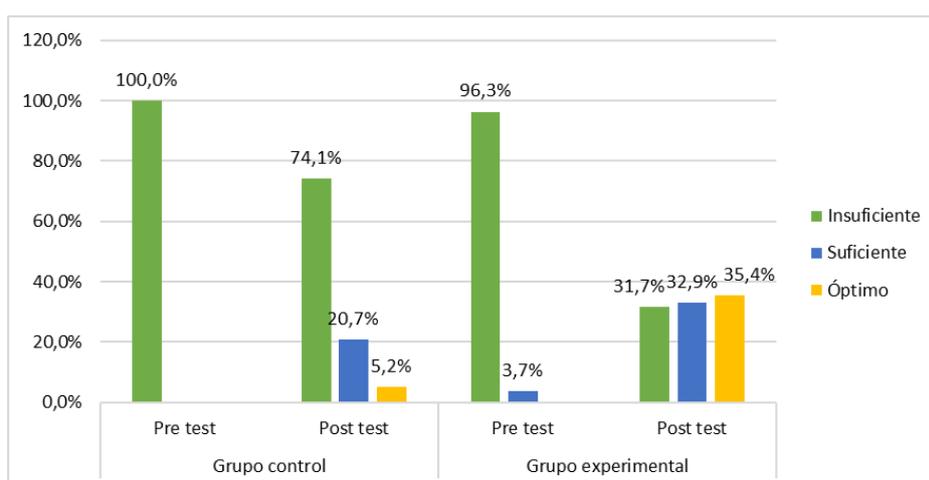
Se elaboró una matriz por cada pregunta con 4 criterios y escalas (En inicio, en desarrollo, competente, experto)

Al evaluar con rúbricas, el estudiante entiende por qué razón obtiene una determinada nota, qué es capaz de hacer y qué le falta para ir al siguiente nivel o al más superior. De esta forma se gana en objetividad y, sobre todo, se incluye un aspecto que es importante en la evaluación y que tiene que ver con proporcionar la información suficiente o retroalimentar para que el estudiante sepa qué puede hacer para avanzar en su proceso.

En este capítulo observaremos las tablas cuyos resultados responden a los objetivos de la investigación, los comentarios que se hacen de las mismas están en un nivel descriptivo. En este caso la descripción no implica la presentación resumida de la información obtenida, si no consiste en analizarla; para luego obtener conclusiones significativas que aporten al conocimiento.

### 5.1.1. Nivel de resolución de problemas con ecuaciones

Al aplicar el pre test y post test al grupo control y experimental para analizar los niveles de aprendizaje, se utilizó la métrica de los resultados de aprendizaje de la Universidad Continental; los niveles establecidos son: Insuficiente de 0 a 10 puntos, de 11 a 15 puntos como suficiente y de 16 a 20 puntos como óptimo.



**Gráfico 1:** Niveles de Resolución de Problemas correspondientes al grupo control y experimental

Fuente: Registro de Notas2017-II

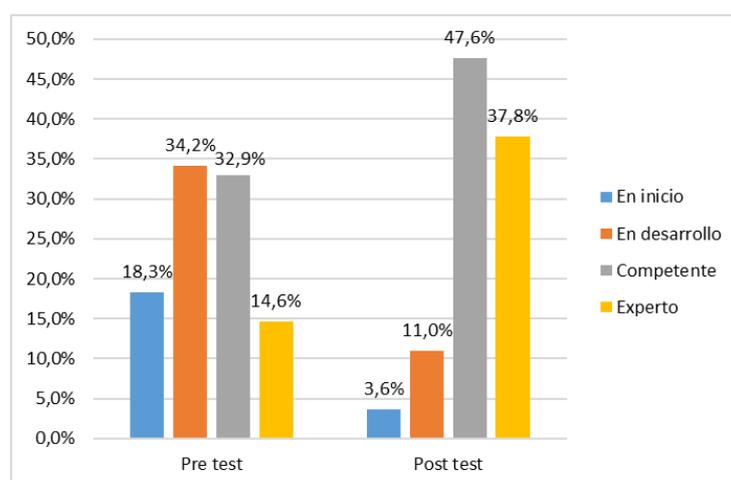
En el gráfico 1, se muestran los resultados obtenidos en el pre test y post test sobre el nivel de Resolución de Problemas de los grupos experimental y control.

En el pre test el 96,3% de los estudiantes del grupo experimental y el 100% del grupo control se encuentran en el nivel insuficiente, y ningún estudiante en el nivel óptimo. Esto indica que los estudiantes no podían resolver problemas contextualizados de ecuaciones de primer y segundo grado.

En el post test el 31,7% de los estudiantes del grupo experimental se encuentran en el nivel insuficiente, el 32,9% en el nivel suficiente y el 35,4% en el nivel óptimo. En el grupo control el 74,1% de los estudiantes se encuentran en el nivel insuficiente, el 20,7% en el nivel suficiente y el 5,2% en el nivel óptimo. Los resultados muestran un aumento en los niveles suficiente y óptimo en ambos grupos (control y experimental), siendo el grupo experimental el que obtiene mejores resultados, mientras que la mayoría de estudiantes del grupo control aún permanecen en el nivel insuficiente.

### 5.1.2. Nivel de desempeño del Método de Pólya en la resolución de Problemas con Ecuaciones.

Los resultados obtenidos corresponden al grupo experimental



**Gráfico 2:** Nivel de desempeño de la fase “Comprensión” del Método de Pólya obtenidas en el grupo experimental

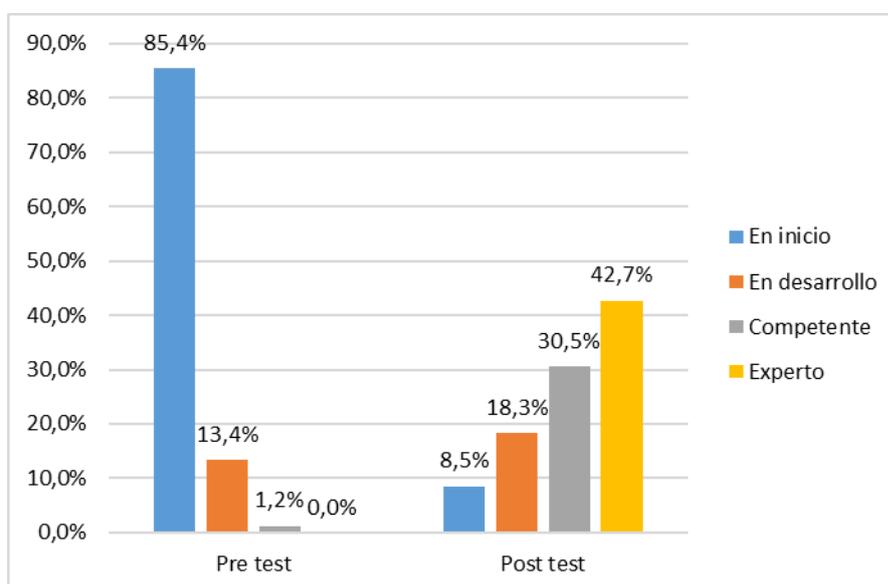
Fuente: Registro de Notas 2017- II

En el gráfico 2, se muestran los resultados obtenidos en el pre test y post test sobre el nivel de desempeño de la fase Comprensión, correspondientes al grupo experimental.

En el pre test el 18,3% de los estudiantes se encontraron en el nivel inicio, el 34,2% en desarrollo, el 32,9% en el nivel competente y el 14,6% en el nivel experto.

En el post test se observa que el 3,6% se encontró en el nivel inicio, el 11% en desarrollo, el 47,6% en el nivel competente y 37,8% en el nivel experto. Esto nos indica que el 85,4% de estudiantes del grupo experimental se ubicaron en los niveles competente y experto.

Se observa un aumento del nivel de desempeño competente y experto de la fase de comprensión, ambos niveles sumaban 47,5% en el pre test y en el post test suman 85,4%, aumentando en 37,9%.



**Gráfico 3:** Nivel de desempeño de la fase “Planificación” del Método de Pólya obtenidas en el grupo experimental

Fuente: Registro de Notas 2017-II

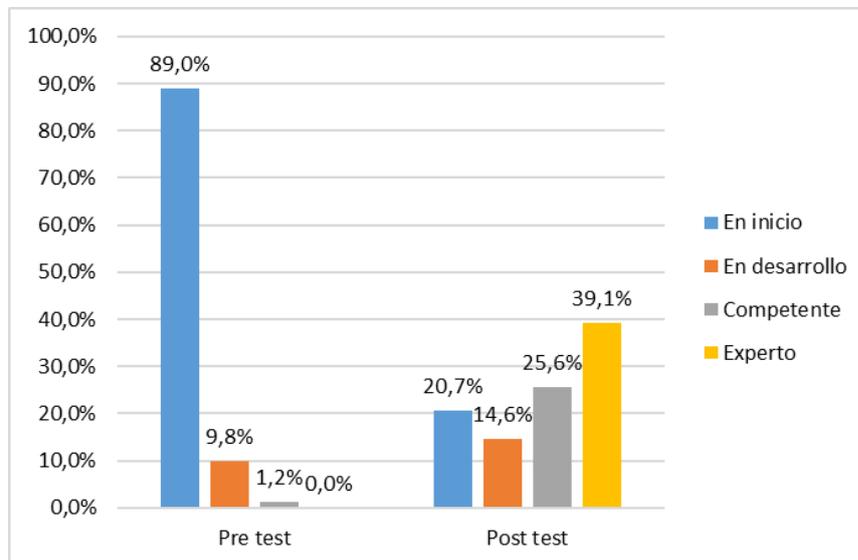
En el gráfico 3, se muestran los resultados obtenidos en el pre test y post test sobre el nivel de desempeño de la fase Planificación, correspondientes al grupo experimental.

En el pre test el 85,4% de los estudiantes se encontraron en el nivel inicio, el 13,4% en desarrollo, el 1,2% en el nivel competente y el 0% en el nivel experto. Esto indica que la mayoría de estudiantes no sabía elaborar un plan en la resolución de problemas matemáticos.

En el post test se observa que el 8,5% se encontró en el nivel inicio, el 18,3% en desarrollo, el 30,5% en el nivel competente y 42,7% en el nivel experto.

Esto nos indica que el 73,2% de estudiantes del grupo experimental llegaron a ubicarse en los niveles competente y experto.

Se observa un aumento del nivel de desempeño competente y experto de la fase de planificación, ambos niveles sumaban solo el 1,2% en el pre test y para el post test llegan a sumar 73,2%, variando en 72% siendo la mayor variación de desempeño de las cuatro fases de la metodología.



**Gráfico 4:** Nivel de desempeño de la fase "Ejecución" del Método de Pólya obtenidas en el grupo experimental.

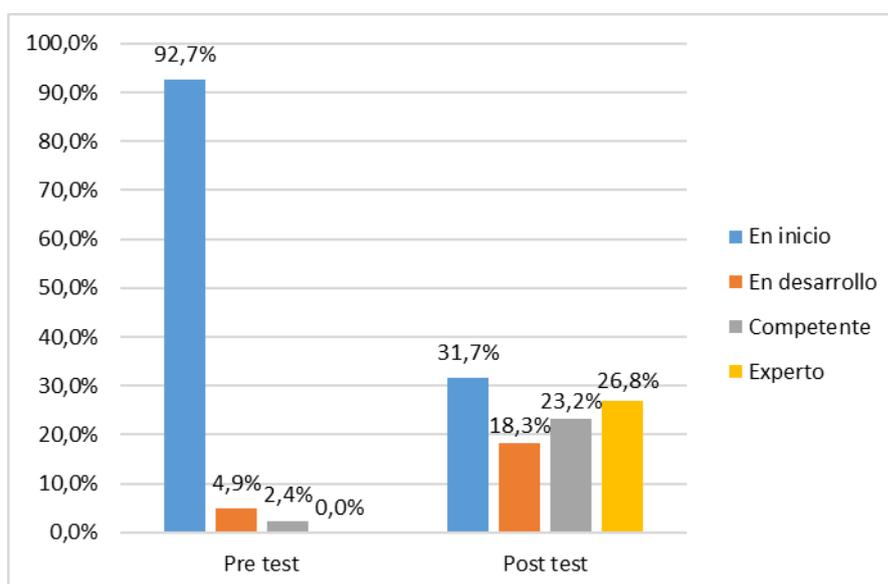
Fuente: Registro de Notas 2017-II

En el gráfico 4, se muestran los resultados obtenidos en el pre test y post test sobre el nivel de desempeño de la fase Ejecución, correspondientes al grupo experimental.

En el pre test el 89,0% de los estudiantes se encontraron en el nivel inicio, el 9,8% en desarrollo, el 1,2% en el nivel competente y el 0% en el nivel experto.

En el post test se observa que el 20,7% se encontró en el nivel inicio, el 14,6% en desarrollo, el 25,6% en el nivel competente y 39,1% en el nivel experto. Esto nos indica que el 64,7% de estudiantes del grupo experimental llegaron a ubicarse en los niveles competente y experto.

Se observa un aumento del nivel de desempeño competente y experto de la fase de ejecución, sumaban en el pre test 1,2% y para el post test alcanzan el 64,7%, variando en 63,5%.



**Gráfico 5:** Nivel de desempeño de la fase "Verificación" del Método de Pólya obtenidas en el grupo experimental.

Fuente: Registro de Notas 2017- II

En el gráfico 5 se muestran los resultados obtenidos en el pre test y post test sobre el nivel de desempeño de la fase Verificación, correspondientes al grupo experimental.

En el pre test el 92,7% de los estudiantes se encontraron en el nivel Inicio, el 4,9% en desarrollo, el 2,4% en el nivel competente y el 0% en el nivel experto.

En el post test se observa que el 31,7% se encontró en el nivel inicio, el 18,3% en desarrollo, el 23,2% en el nivel competente y 26,8% en el nivel experto. Esto nos indica que el 50% de estudiantes del grupo experimental llegaron a ubicarse en los niveles competente y experto.

Se observa un aumento del nivel de desempeño competente y experto de la fase de ejecución, sumaban en el pre test 2,4% y para el post test suman 50%, incrementado el porcentaje en un 47,6%.

### **5.1.3. Relación de los niveles de desempeños de la utilización del Método de Pólya sobre los niveles de la resolución de problemas con ecuaciones**

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en el grupo experimental al cual se le sometió a la aplicación de la metodología de Pólya.

**Tabla 13**

*Medidas de centralización y dispersión del grupo experimental*

	<b>Pre test</b>	<b>Post test</b>
Media	3,93	12,68
Mediana	3,00	13,00
Moda	2,00	20,00
Desviación estándar	2,78	5,34
Coficiente de variación	70,8%	42,1%

Fuente: Registro de notas 2017 -II

En la tabla13, se puede apreciar un aumento de las medidas de tendencia central, los resultados de estas medidas en el post test son aprobatorias. También se observa un aumento de las medias de dispersión, sin embargo, el coeficiente de variación disminuye al 42,1% indicando que el nivel de dispersión disminuye en el post test.

**Tabla 14**

*Medidas de centralización y dispersión del post test, grupo experimental*

	<b>Variable independiente: Método de Pólya</b>	<b>Variable dependiente: Resolución de problemas con ecuaciones</b>
Media	12,11	12,68
Mediana	13,00	13,00
Moda	19,00	20,00
Desviación media	4,35	4,53
Varianza	26,32	28,49
Desviación estándar	5,13	5,34
Coeficiente de variación	39,5%	42,1%

Fuente: Registro de notas 2017 -II

En la tabla 14, se puede observar los resultados estadísticos, cuando evaluamos con la rúbrica el nivel de desempeño del Modelo de Pólya en la resolución de problemas con ecuaciones de primer y segundo grado; y cuando empleamos las pruebas para medir el nivel de desempeño en contenidos declarativos y procedimentales en la resolución de problemas con ecuaciones de primer y segundo grado. Se aprecia que los valores están muy cercanos uno del otro.

## **5.2. Prueba de Hipótesis general**

La aplicación del Método de Pólya influye significativamente en la mejora de la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

### Formulación de H<sub>0</sub> y H<sub>1</sub>

H<sub>0</sub>: El puntaje promedio de la resolución de problemas con ecuaciones de primer y segundo grado de los estudiantes del grupo experimental donde se aplicó el método de Pólya es menor o igual al puntaje promedio obtenido por los estudiantes del grupo control.

$$H_0: \mu_2 \leq \mu_1$$

H<sub>1</sub>: El puntaje promedio de la resolución de problemas con ecuaciones de primer y segundo grado de los estudiantes del grupo experimental donde se aplicó el método de Pólya es mayor al puntaje promedio obtenido por los estudiantes del grupo control.

$$H_1: \mu_2 > \mu_1$$

La tabla 15 muestra los estadígrafos necesarios para realizar la prueba de hipótesis general mediante la prueba "t" de Student.

**Tabla 15**

*Estadígrafos para la prueba de hipótesis mediante la t Student*

	Grupos	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Post	Experimental	82	12,68	5,34	0,59
	Control	58	6,16	5,05	0,66

Fuente: Elaboración de los autores

En la Tabla 16, se observa que, cuando se asumen varianzas iguales, el valor de t de Student calculada es  $t_c=7,286$  y el p-valor (0,000) es menor al nivel de significación ( $\alpha=0,050$ ), por lo que se rechaza la hipótesis nula (H<sub>0</sub>) y se acepta la hipótesis alterna (H<sub>1</sub>), para un 95% de nivel de confianza.

**Tabla 16**

*Prueba t de Student para muestras independientes de la hipótesis general*

		Prueba t para la igualdad de medias		
		T	gl	Sig. (bilateral)
Post	Se asumen varianzas iguales	7,286	138	0,000
	No se asumen varianzas iguales	7,355	126,86	0,000

Fuente: Elaboración de los autores

**Conclusión estadística:** Con un nivel de confianza del 95% y para 138 grados de libertad se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la hipótesis alterna ( $H_1$ ), es decir se acepta que:

$H_1$ : El puntaje promedio de la resolución de problemas con ecuaciones de primer y segundo grado de los estudiantes del grupo experimental donde se aplicó el método de Pólya es mayor al puntaje promedio obtenido por los estudiantes del grupo control.

Al aceptar la hipótesis alterna entonces se acepta como válida la hipótesis general de investigación: La aplicación del Método de Pólya influye significativamente en la mejora de la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017, para un nivel de significación  $\alpha=0,05$

### **5.3. Prueba de Hipótesis específicas**

#### **5.3.1. Hipótesis específica 1**

La aplicación del Método de Pólya influye significativamente en la mejora del nivel de Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

#### **5.3.2. Hipótesis a contrastar:**

$H_0$ : Los niveles de resolución de problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental en el pre y pos test no difieren.

$H_1$ : Los niveles de resolución de problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental en el pre y pos test difieren significativamente.

**Tabla 17**

*Tabla de contingencia de los niveles de resolución de problemas de los estudiantes del grupo experimental en el Pre y Pos-test*

		Niveles Post test			Total
		Insuficiente	Suficiente	Óptimo	
Niveles en el Pre test	Insuficiente	26	27	26	79
	Suficiente	0	0	3	3
Total		26	27	29	82

Fuente: Elaboración de los autores

Se utiliza la prueba Chi cuadrada de homogeneidad. La tabla 18 muestra el valor de la Chi cuadrada calculada es  $X^2_c=5,691$  y el p-valor (0,058) es menor al nivel de significación ( $\alpha=0,060$ ), por lo que se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la hipótesis alterna ( $H_1$ ) para un 94% de nivel de confianza.

**Tabla 18**

*Prueba de la hipótesis específica 1*

	Valor	Gl	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	5,691 <sup>a</sup>	2	0,058
Razón de verosimilitud	6,447	2	0,040
Asociación lineal por lineal	4,265	1	0,039
N de casos válidos	82		

Fuente: Elaboración de los autores

**Conclusión estadística:** Con un nivel de significación  $\alpha=0,06$  se asevera que los niveles de resolución de problemas de ecuaciones de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental en el pre y pos test difieren significativamente.

Al demostrarse la validez de la hipótesis alterna se comprueba estadísticamente hipótesis específica 1: La aplicación del método de Pólya mejora el nivel de resolución de problemas con ecuaciones de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

### 5.3.3. Hipótesis específica 2

El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya influye significativamente en la mejora de la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

### 5.3.4. Hipótesis a contrastar:

**H<sub>0</sub>:** El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya en la Resolución de Problemas de ecuaciones, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017, en el pre y post test no difieren significativamente.

**H<sub>1</sub>:** El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya en la Resolución de Problemas de ecuaciones, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017, en el pre y post test difieren significativamente.

**Tabla 19**

*Tabla de contingencia del nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya en la resolución de problemas de los estudiantes del grupo experimental en el Pre y Pos-test*

		Polya Post test			Total
		Bajo	Medio	Alto	
Polya Pre test	Bajo	17	28	29	74
	Medio	0	1	7	8
Total		17	29	36	82

Fuente: Elaboración de los autores

Se utiliza la prueba Chi cuadrada de homogeneidad. La tabla muestra el valor de la Chi cuadrada calculada es  $X^2_c=6,986$  y el p-valor (0,03) es menor al nivel de significación ( $\alpha=0,050$ ), por lo que

se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la hipótesis alterna ( $H_1$ ) para un 95% de nivel de confianza.

**Tabla 20**

*Prueba de la hipótesis específica 2*

<b>Pruebas de chi-cuadrado</b>	Valor	Gl	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	6,986 <sup>a</sup>	2	0,030
Razón de verosimilitud	8,262	2	0,016
Asociación lineal por lineal	6,114	1	0,013
N de casos válidos	82		

Fuente: Elaboración propia de los autores

**Conclusión estadística:** Con un nivel de significación  $\alpha=0,05$  se asevera que los niveles de desempeño en la utilización del Método de Pólya de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017, en el pre y pos test difieren significativamente.

Al demostrarse la validez de la hipótesis alterna se comprueba estadísticamente hipótesis específica 2: El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya mejora significativamente la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

### 5.3.5. Hipótesis específica 3

El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya está asociado con el nivel de Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

### 5.3.6. Hipótesis a contrastar:

H<sub>0</sub>: Si el nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya es alto entonces menor será el nivel de Resolución de Problemas de Ecuaciones de primer y segundo grado del grupo experimental, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental.

H<sub>1</sub>: Si el nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya es alto entonces mayor será el nivel de Resolución de Problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental

**Tabla 21**

*Tabla de contingencia del nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya y los niveles de Resolución de Problemas de ecuaciones, de los estudiantes del grupo experimental en el Post-test y Pos-test*

		Nivel de desempeño Pólya Post			Total
		Bajo	Medio	Alto	
Nivel de problemas Post test	Insuficiente	17	8	1	26
	Suficiente	0	21	6	27
	Óptimo	0	0	29	29
Total		17	29	36	82

Fuente: Elaboración de los autores

Se utiliza la prueba Chi cuadrada de homogeneidad. La tabla 22 muestra el valor de la Chi cuadrada calculada es  $X^2_c=93,940$  y el p-valor (0,00) es menor al nivel de significación ( $\alpha=0,05$ ), por lo que se rechaza la hipótesis nula (H<sub>0</sub>) y se acepta la hipótesis alterna (H<sub>1</sub>) para un 95% de nivel de confianza.

**Tabla 22***Prueba de la hipótesis específica 3*

<b>Pruebas de chi-cuadrado</b>	Valor	gl	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	93,940 <sup>a</sup>	4	,000
Razón de verosimilitud	104,631	4	,000
Asociación lineal por lineal	59,604	1	,000
N de casos válidos	82		

Fuente: Elaboración de los autores

**Conclusión estadística:** Con un nivel de significación  $\alpha=0,05$  se asevera que los si los niveles de utilización del Método de Pólya son altos, entonces mayores serán los niveles de Resolución de Problemas de ecuaciones de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental en el pre y pos test difieren significativamente.

Al demostrarse la validez de la hipótesis alterna se comprueba estadísticamente hipótesis específica 3: El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya está asociado con el nivel de Resolución de Problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.

**5.4. Discusión de resultados:**

Estamos inmersos en una sociedad cambiante por lo que se hace importante que en la enseñanza - aprendizaje de cualquier asignatura referida a las Matemáticas, se utilice metodologías activas, centradas en la participación del estudiante. Es así que hemos optado por investigar: La aplicación del método de Pólya en la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado en los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017, para proponer su uso como parte de las metodologías que los docentes podrían utilizar al planificar sus sesiones de aprendizaje y así obtener más aprendizajes significativos en los estudiantes.

Guerra (2009) en su tesis *La Conducción del método heurístico en la enseñanza de la matemática para optar el Grado de Magíster en educación con mención en docencia en el nivel superior*, concluye en su investigación que existen diferencias significativas en el nivel de rendimiento académico del grupo control y experimental de los estudiantes del Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista al aplicar el método heurístico de la enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas utilizando las cuatro dimensiones del método de Pólya.

En base a estas consideraciones confirmamos que los estudiantes del grupo experimental de nuestro estudio, han logrado los aprendizajes en los niveles más altos de la Resolución de Problemas (suficiente y óptimo) utilizando el Método de Pólya.

Los resultados obtenidos en el post test aplicado a los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades (gráfico 1), se muestra que la aplicación del Método de Pólya influyó significativamente mejorando los niveles de la Resolución de Problemas. Así en el grupo control el 74,1% de estudiantes están en el nivel insuficiente; mientras que en el *grupo experimental* los estudiantes han llegado al 32,9% en el nivel suficiente, y 35,4% en el nivel óptimo y sólo el 31,7% en el nivel insuficiente.

De Guzmán (2007) sostiene que la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas, tiene la intención de transmitir, de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas. Tal experiencia debe permitir al estudiante activar su capacidad mental, ejercitar su creatividad y reflexionar sobre su propio aprendizaje (metacognición) al tiempo que se prepara para otros problemas, con lo que adquiere confianza en sí mismo.

Cedeño (2017) en su tesis *Importancia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015*; elaboró y aplicó un post test a los dos grupos control y experimental de 113 estudiantes; luego de analizar los resultados ha evidenciado que la aplicación del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria basados en el método de Pólya, ayuda

significativamente el aprendizaje de la matemática. Este proceso se dio en forma gradual por 3 procedimientos o etapas, ya que debían aprender a llevar al lenguaje algebraico los problemas de la vida real, para luego plantear y resolver una ecuación lineal y cuadrática. Los estudiantes al resolver problemas empleando procedimientos van desarrollando mejor sus capacidades matemáticas.

Podemos concluir que el nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya mejora significativamente la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado. (ver tabla 15). En nuestra investigación al considerar los resultados que se han obtenido con la rúbrica, como instrumento de análisis en las 4 fases, se observó:

Respecto a la **fase Comprensión**, según Pólya, (1969) en esta dimensión, plantea que se debe empezar por estar seguro que se comprende completamente el problema, al realizar cada paso mediante un razonamiento formal o por discernimiento intuitivo o por ambos medios si es posible, se puede distinguir grandes y pequeños pasos ya que cada gran paso está compuesto por varios pequeños.

Los estudiantes obtuvieron en el pre test 18,3 % en el nivel “en inicio”, debido a que no comprendieron el texto al leer el problema, por lo tanto, no sacaron datos ni identificaron la incógnita, pero después de aplicarse el método de Pólya este porcentaje se redujo a 3,6% en el post test.

En el caso del post test del mismo grupo experimental, un 85,4 % de los estudiantes alcanzaron los niveles de desempeño de “competente” y “experto” frente a un 47,5% en el pre test. Por lo tanto, se logró mejorar el nivel del desempeño en la fase de Comprensión al utilizar el método de Pólya, en un 37,9%, así los estudiantes identificaron la incógnita, los datos y condición del problema. (Ver gráfico 2)

Respecto a la **fase Planificación**, según Pólya, se refiere a la de concebir una idea útil para solucionar un problema, considera el problema desde varios puntos de vista, busca puntos de contactos con los conocimientos previamente adquiridos, examina los detalles tratar de ver algo nuevo, una idea que le sea útil quizás una idea decisiva que muestre como debe llegar a la solución del problema. Los estudiantes en el pre test obtuvieron un

85,4% en el nivel de desempeño “en inicio” frente a un 8,5% en el post test, debido a que no detallaron ningún plan de resolución, no conocían las fórmulas o no elaboraron ningún gráfico.

Este mismo grupo de estudiantes en el post test obtuvieron un 73,2% en los niveles de “competente” y “experto” frente a un 1,2% en el pre test. Por lo tanto, se logró mejorar el nivel del desempeño de la utilización del método de Pólya, en la fase Planificación debido a que hubo una mejora en un 72%. El estudiante ha planificado sus pasos, emplea fórmulas y/o gráficos y plantea ecuaciones de primer o segundo grado. (Ver gráfico 3)

Con respecto a la **fase Ejecución**, el aporte que hace Pólya, (1969) a esta dimensión, es que se ponga en práctica cada uno de los pasos planificados, como el algoritmo de la resolución de ecuaciones, pruebas de ensayo - error planificadas y procesos inductivos – deductivos. En el pre test se evidenció que los estudiantes presentaron dificultades en esta tercera fase ya que un 89,0 % estuvieron en el nivel de desempeño “en inicio”, es decir no ejecutaron procesos algorítmicos o heurísticos. Al aplicarse el método de Pólya se redujo a 20,7% en el post test.

En el caso del post test del mismo grupo experimental, un 64,7 % de los estudiantes se encuentran en los niveles de desempeño “competente” y “experto” frente a un 1,2% obtenido en el pre test (ver gráfico 4). Por lo tanto, se logró mejorar el desempeño en esta fase en un 63,5% esto nos indica que los estudiantes reemplazaron bien los datos en las fórmulas o gráficos, solucionaron adecuadamente las ecuaciones, elaboraron tablas con datos de prueba y determinaron el valor de las dimensiones en las figuras geométricas. Hay que hacer mención que esta fase es la que se produjo un mayor aumento en los niveles de desempeño, “competente” y “experto”

Con respecto a la **fase Verificación**, el aporte que hace Pólya, (1969) a esta fase, afirma que resulta muy útil recordar el problema desde el principio. Volver a leer el enunciado y considerar si se ha encontrado lo que se pedía, esto ayudará a evitar errores referentes a la desviación del

objetivo. También puede ayudar a decidir si la respuesta puede ser la correcta ya que pueden surgir muchos errores cuando se realiza un razonamiento largo y complejo. Mirar hacia atrás es una de las fases más importante e instructiva del trabajo, reconsiderando la solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ella podrá consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas ya que ningún problema puede considerarse terminado.

De acuerdo al gráfico 5, los estudiantes obtuvieron un 92,7% en el nivel de inicio reduciendo luego a un 31,7% en el post test. Sin embargo, este resultado es relativamente alto, si lo comparamos con los porcentajes en los niveles “en desarrollo” (18,3%), “competente” (23,2%) y “experto” (26,8%). Esto nos puede indicar que los estudiantes no acostumbran a redactar respuestas de acuerdo a lo solicitado por el problema, están más enfocados en encontrar el valor de la incógnita.

Se obtuvo inicialmente un 2,4% de los estudiantes en los niveles de “competente” y “experto” aumentando este valor a un 50% en el post test. Por lo tanto, ha variado en un 47,6% lo que nos indica que a los estudiantes no les gusta volver al inicio, leer lo que pide el problema, comprobar el valor y redactar la respuesta.

## Conclusiones

- La aplicación del Método de Pólya influye significativamente mejorando la resolución de problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, al comparar los promedios obtenidos en el post test, correspondiendo 12,68 para el grupo experimental y 6,16 del grupo control (tabla 15).
- La aplicación del Método de Pólya influye significativamente mejorando el nivel de resolución de problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, ya que el valor de la Chi cuadrada calculada es  $X^2_c=5,691$  y el p-valor (0,058) es menor al nivel de significación ( $\alpha=0,060$ ). De 27 estudiantes que estuvieron en el nivel insuficiente en el pre test, pasaron al nivel suficiente en el post test, y de 26 estudiantes que estaban en el nivel insuficiente en el pre test pasaron al nivel óptimo. (tabla 18)
- El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya mejora significativamente la resolución de problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, ya que el valor de la Chi cuadrada calculada es  $X^2_c=6,986$  y el p-valor (0,03) es menor al nivel de significación ( $\alpha=0,050$ ). De 28 estudiantes que estaban en el nivel bajo en el pre test, pasaron al nivel medio en el post test. 29 que estaban en el nivel bajo, pasaron al nivel alto. Y finalmente 7 estudiantes que estaban en el nivel medio en el pre test pasaron al nivel alto. (tabla 20)
- El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya está asociado con el nivel de Resolución de Problemas con ecuaciones de primer y segundo grado. Se utiliza la prueba Chi cuadrada de homogeneidad, cuyo valor es  $X^2_c=93,940$  y el p-valor (0,00) es menor al nivel de significación ( $\alpha=0,05$ ), para un 95% de nivel de confianza. Se aprecia que 21 estudiantes que están en el nivel de desempeño medio en la utilización del método de Pólya también se encuentran en el nivel suficiente de la Resolución de Problemas; 17 estudiantes que muestran un nivel de

desempeño bajo en la utilización del método de Pólya, también se encuentran en el nivel insuficiente de la Resolución de Problemas, 29 estudiantes que muestran un nivel de desempeño alto en Pólya, también se encuentran en el nivel óptimo de la Resolución de Problemas. De esta forma, 67 de 82 estudiantes muestran este tipo de asociación entre el nivel de desempeño en la utilización del método de Pólya con el nivel de resolución de problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, es decir hay una asociación fuerte. (tablas 21 y 22)

## Recomendaciones

Para posteriores investigaciones sobre el Método de Pólya, se recomienda elaborar diversos tipos de problemas matemáticos que hagan énfasis en alguna de las fases del método cuyo desempeño se desea mejorar.

Aplicar el método de Pólya en otras asignaturas de Matemática y ciencias afines, incentivando a que el estudiante logre ser experto en el uso del mismo, para que posteriormente pueda elaborar sus propias estrategias de resolución de problemas.

Desarrollar actividades que promuevan que el estudiante adquiera un nivel de desempeño experto en el uso de la metodología de Pólya, ya que está asociado a mejorar el nivel de resolución de problemas.

.

## Referencias bibliográficas

- Alonso, I. (2001). *La resolución de problemas matemáticos. Una alternativa didáctica centrada en la representación*. Tesis Ph. D. Universidad de Oriente. Cuba.
- Arends (1994). *Learning to Teach*, Nueva York: Mc Graw Hill. Aprender a enseñar, México: Mc Graw Hill
- Ausubel, D., (1983). *Psicología educativa un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas
- Bernabeu, G. *100 Problemas matemáticos*, 2010. Recuperado del sitio Web del Centro de Formación, Innovación y Recursos Educativos de ELDA: [http://www.lavirtu.com/eniusimg/enius4/2012/01/adjuntos fichero 3543.pdf](http://www.lavirtu.com/eniusimg/enius4/2012/01/adjuntos_fichero_3543.pdf)
- Brown, S. (1983) *The art of problem posing*. Philadelphia: Franklin Institute Press.
- Cabanne, N. (2006). *Didáctica de las matemáticas ¿Cómo aprender? ¿Cómo enseñar?* Buenos Aires: Bonum.
- Carretero M. (1993). *Constructivismo y educación*. Zaragoza: Edelvives
- Carretero M. (2009). *Constructivismo y educación*. (3a. ed. corregida). Buenos Aires: Paidós
- Cedeño (2017). *Importancia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria en el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del nivel I de la Universidad Técnica de Manabí- Ecuador, 2015*. Para el grado de Doctor en educación.
- Chadwick, C. (2001). *La psicología del aprendizaje del enfoque constructivista*. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos. Vol. XXXI N° 004.
- Chi, M. T. H., Glaser, R. y Farr, M. (Eds.) (1988). *The nature of expertise*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- Cliford, A. (2010) *La maravilla de los números*. España: Robinbook, S.L.
- Cobb, L. y Merkel, P. (1989). *Un enfoque constructivista de la emoción*. En L. Mayor (Comp.)
- Cockcroft, W. (1985). *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Coll, C. (2001) *Constructivismo y educación. La concepción constructivista de la enseñanza y aprendizaje*. Madrid: Alianza editorial.
- Coll, C y Valls E. (1992) *El aprendizaje y la enseñanza de los procedimientos*. Madrid: Santillana.
- Confrey, J. (1991). *Radical constructivism in mathematics education*. Dordrecht, Kluwer Academic Publisher.
- Cortés, M., & Galindo, N. (2007). *El modelo de Polya centrado en la resolución de problemas en la interpretación y manejo de la integral definida*. Tesis para optar el título de Magíster en Docencia, Universidad La Salle, Bogotá, Colombia.
- De Guzman, M. (2007). *Enseñanza de las ciencias y la matemática* [Archivo PDF]. Revista Iberoamericana de Educación, 19-58. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/800/80004304.pdf>
- Delgado, J. R. (1999). *La enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: La estructuración del conocimiento y el desarrollo de habilidades Generales matemáticas*. Tesis Ph. D. ISPJAE. Ciudad Habana. Cuba.
- Diego, E. (14 de Agosto de 2017). *Dificultades en la resolución de problemas con ecuaciones de los estudiantes de la asignatura de Matemática I de la Universidad Continental*. (S. Bendezú, Entrevistador)
- Echenique, I. (2006) *Matemáticas resolución de problemas. Educación primaria* [Archivo PDF] Navarra: Departamento de Educación. Gobierno de Navarra. Extraído el 14 de agosto de 2017 de [dpto.educacion.navarra.es/publicaciones/pdf/matematicas.pdf](http://dpto.educacion.navarra.es/publicaciones/pdf/matematicas.pdf)
- ECHENIQUE, I. (2006) *Matemáticas resolución de problemas*. 1ra. edición Educación Primaria Gobierno de Navarra. Departamento de Educación. Consulta: 22 de mayo del 2014.

<https://www.edu.xunta.es/centros/ceipisaacperal/system/files/matematicas.pdf>

- Garma , D. (2006). *Método heurístico para la enseñanza - aprendizaje de la matemática básica en el nivel universitario*. Tesis para optar el grado de Doctor. Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.
- Guerra, V. (2009). *La conducción del método heurístico en la enseñanza de la matemática*. Tesis para optar el grado de Magíster, Mención: Docencia en el Nivel Superior. Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.
- Halmos, P. (1980). *The heart of mathematics*. American Mathematical Monthly, 87pp. 519-524.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Hernández, V. & Villalba, M. (1994). *George Pólya: el padre de las estrategias para la resolución de problemas* [Archivo PDF]. Recuperado de <http://fractus.uson.mx/Papers/Polya/Polya.pdf>
- Jenkins, A., & Unwin, D. (s.f.). *How to write learning outcomes*. Obtenido de <http://www.ncgia.ucsb.edu/education/curricula/giscc/units/format/outcomes.html>
- Juidías, J., & Rodríguez, I. (2007). *Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos* [Archivo PDF]. Revista de Educación, 257-286. Recuperado de [http://www.revistaeducacion.mec.es/re342/re342\\_13.pdf](http://www.revistaeducacion.mec.es/re342/re342_13.pdf)
- Kennedy, D. (2007). *Writing and Using Learning Outcomes. A practical Guide*. Irlanda: University College Cork.
- Kleiner, I (1986). Famous problems in mathematics: An outline of a course. For the learning of Mathematics, 6(1), pp. 31-38.
- Larios, V. (2000). *Las conjeturas en los procesos de validación matemática*. Un estudio sobre su papel en los procesos relacionados con la Educación. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa 9 (3), 361-382
- Levin, J. (1971). *Algunas consideraciones sobre estrategias cognitivas y la*

*comprensión de lectura*. Centro para el aprendizaje cognitivo, Universidad de Wisconsin. Trad. Luis Serrano. UNAM. Facultad de Psicología.

Manrique, L. (2017). *Investigación Educativa*. Obtenido de PAIDEIA. PUCP.EDU.PE:

[https://paideia.pucp.edu.pe/programas/pluginfile.php/89066/mod\\_resource/content/1/M%C3%B3dulo-INVESTIGACI%C3%93N%20EDUCATIVA%202017.PDF](https://paideia.pucp.edu.pe/programas/pluginfile.php/89066/mod_resource/content/1/M%C3%B3dulo-INVESTIGACI%C3%93N%20EDUCATIVA%202017.PDF)

Mayer, R. (1992) *Problem Solving, Cognition*. W.H. Freeman and Co. NY.

Ministerio de Educación ( 2016). *Resultado de la Evaluación Censal de Estudiantes ECE 2016* [Archivo PDF]. Recuperado de <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/ECE-2016-presentaci%C3%B3n-de-resultados-web.pdf>

Ministerio de Educación y Cultura. (2011). *Marco español de cualificaciones para la educación superior*. Barcelona. España.

Monereo, C. y Castelló, M. (1997) *Las estrategias de aprendizaje*. Barcelona: Edebé

Moon, J. (2002), *The Module and Programme Development Handbook*. London: Kogan Page Limited.

Morales, D. (14 de Agosto de 2017). *Dificultades en la resolución de problemas con ecuaciones de los estudiantes de la asignatura de Matemática I de la Universidad Continental*. (S. Bendezú, Entrevistador)

Onrubia J.(1993) "Enseñar. Crear zonas de desarrollo próximo e intervenir en ellas Barcelona:Graó

Palomino, D. (5 de diciembre de 2016). *Dificultades en la resolución de problemas con ecuaciones de los estudiantes de la asignatura de Matemática I de la Universidad Continental*. (S. Bendezú, Entrevistador)

Pólya, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. (J. Zugazagoitia, Trad.) México: D.F.:

Editorial Trillas (Trabajo original publicado en 1945), 1976.

Pólya, G. (1980). En la resolución de problemas matemáticos en la escuela secundaria. En Krulik, S. y Reys, R. E. (Eds.), *La resolución de problemas en las matemáticas*

- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Pozo, J.I. (2003). *Adquisición de conocimiento*. Madrid, España: Editorial Morata.
- Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las Matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico*. Memoria presentada para optar el grado de Doctor. Universidad Complutense, Madrid, España.
- Rojas, R. (1986): *El proceso de la investigación científica*. México. Editorial Trillas.
- Sabariego, M. (2004). *La investigación educativa: génesis, evolución y características*. Metodología de la investigación educativa. Madrid: Editorial La Muralla.
- Santos, L. (2008). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica* [Archivo PDF]. Recuperado de [uniandes.edu.co: funes.uniandes.edu.co/1193/](http://uniandes.edu.co/funes.uniandes.edu.co/1193/)
- Sigarreta, J. Laborde J. (2004) *Estrategia para la resolución de problemas como recurso para la interacción Sociocultural*. Revista de la Sociedad Argentina de Educación Matemática, 6, número 20, pp.17-29. Consulta 07 de setiembre del 2012. <<http://www.soarem.org.ar/Documentos/20%20Sigarreta.pdf>>
- Sternberg, R.J. (1987): *Razonamiento, solución de problemas e inteligencia*. Barcelona: Paidós
- Sternberg. *Inteligencia humana (vol. II): Cognición, personalidad e inteligencia*. Barcelona: Paidós.
- Taha, H. (2007) *Investigación de operaciones*. México: Pearson educación.
- Treviño, L. (2016). *Estrategias de aprendizaje y rendimiento académico en estudiantes universitarios de Huancayo*. Tesis de maestría. Universidad Nacional del Centro del Perú, Huancayo, Perú.
- Tuning América Latina. [Última visita realizada 14 de agosto de 2017: <http://tuning.unideusto.org/tuningal>

Tuning Project (2011). Página web: [www.let.rug.nl/TuningProject](http://www.let.rug.nl/TuningProject) o [www.relint.deusto.ers/TuningProject/](http://www.relint.deusto.ers/TuningProject/)

Vega, L (2003) *¿Pruebas o demostraciones? Problemas en torno a la idea de demostración matemática*. *Mathesis*, 8, 155-177.

,

Vera, R. (2014). *Capacidad de resolución de problemas en estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú*. Tesis de maestría. Universidad Nacional del Centro del Perú, Huancayo, Perú.

Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Buenos Aires: Grijalbo

## **Anexos**

## ANEXO 1: Matriz de consistencia

**Título:** Aplicación del Método de Pólya en la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, en estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	METODOLOGÍA
General	General	General	<b>Variable independiente:</b>	Método: Científico
¿En qué medida la aplicación del Método de Pólya influye en la resolución de problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017?	Determinar la influencia de la aplicación del Método de Pólya en la resolución de problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.	La aplicación del Método de Pólya influye significativamente en la mejora de la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.	Método de Pólya	Tipo: -Aplicada (Finalidad) -Cuantitativa (carácter de la medida)
Específicos	Específicos	Específicos	<b>Variable dependiente:</b>	Diseño: Cuasi experimental
-¿Cuál es el nivel de la Resolución de Problemas con ecuaciones de primer y segundo grado que presentan los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017?	-Identificar el nivel de la Resolución de problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, que presentan los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.	- La aplicación del Método de Pólya influye significativamente en la mejora del nivel de Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.	Resolución de problemas con ecuaciones de primer y segundo grado	Población: 491 Muestra: 140
-¿Cuál es el nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya en la Resolución de Problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes, de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017 del grupo experimental?	-Identificar el nivel de desempeño, en la utilización del Método de Pólya en la Resolución de Problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017, del grupo experimental.	-El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya influye significativamente en la mejora de la Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.		

Específicos	Específicos	Específicos	<b>Variable dependiente:</b>	Diseño: Cuasi experimental
¿Cómo es la relación entre el nivel de desempeño de la utilización del Método de Pólya y los niveles de la Resolución de Problemas con ecuaciones, de los estudiantes de las Facultades de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017?	Identificar si se da una relación significativa entre el nivel de desempeño de la utilización del Método de Pólya y los niveles de la resolución en la Resolución de Problemas con ecuaciones, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.	<ul style="list-style-type: none"> <li>•El nivel de desempeño en la utilización del Método de Pólya está asociado con nivel de Resolución de Problemas con Ecuaciones de primer y segundo grado, de los estudiantes de Ciencias de la Empresa, Derecho y Humanidades de la Universidad Continental 2017.</li> </ul>		Instrumentos: -Rúbrica -Cuestionario (Prueba de desarrollo) de

## ANEXO 2: Sesiones De Clase

# MATEMÁTICA-I

## Sesión de aprendizaje

### I. Datos generales

Asignatura	Matemática I	Sección(es)	
------------	--------------	-------------	--

### II. Resultado de aprendizaje de la unidad

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar propiedades y definiciones en el proceso de resolución de problemas de ecuaciones e inecuaciones, interpretando los resultados obtenidos dentro de un contexto cotidiano.

### III. Secuencia didáctica

#### SESIÓN 1

**Propósito:** *Soluciona problemas de ecuaciones lineales contextualizadas a inversiones.*

#### **Conocimientos:**

- Tasa de interés
- Interés simple
- Ecuación lineal

Actividades	Tiempo
<p><b>Inicio</b></p> <p>Se presenta el propósito de la clase en una diapositiva y se realiza la lectura del mismo con la participación de los estudiantes.</p> <p>Se genera el conflicto cognitivo a través de la estrategia de exploración presentando la situación problemática:</p> <p>“Rodrigo dispone de S/. 10 000 y desea depositar S/. 4 000 en el banco A que le ofrece una <b>tasa</b> de 4% anual y la diferencia de S/. 6 000 en el banco B que le ofrece una <b>tasa</b> de 5,6% anual. Al cabo de un año, ¿cuánto será el <b>interés total</b> obtenido como resultado de sus <b>inversiones</b>?”</p> <p>Se presenta un mapa (ruta) de las cuatro fases del método de Polya en una diapositiva,</p>	15 min.
<p><b>Desarrollo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se presenta el problema N° 01 de la guía N° 01 y se inicia el desarrollo de las fases del método de Polya</li> <li>• Fase 1: Comprensión del problema Luego de que los estudiantes lean el texto, se orienta la actividad a través de las preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Entiendes el texto?</li> <li>- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?</li> <li>- ¿Identificas los datos?</li> <li>- ¿Hay suficiente información?</li> <li>- ¿Hay información extraña?</li> <li>- ¿Este problema es similar a otro que hayas resuelto antes?</li> </ul> </li> </ul> <p>Los estudiantes responden a las preguntas de manera oral compartiendo sus respuestas en clase y luego escriben sus respuestas en la guía.</p> <p>Se definen términos de conocimiento básico como tasa de interés, interés, inversión.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fase 2: Planificación</li> </ul>	30 min

<p>Los estudiantes elaboran conjeturas y las prueban por ensayo y error. Hacen el diagrama sugerido para este problema. Extraen la ecuación de acuerdo a las condiciones del problema. Justifican su uso</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fase 3: Ejecución del plan Resuelven la ecuación planteada detallando el proceso.</li> <li>• Fase 4: Verificación Luego de que los estudiantes resuelvan la ecuación, se orienta la actividad a través de las preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Es tu solución correcta?</li> <li>- ¿Satisface lo solicitado en el problema?</li> <li>- ¿Puedes proponer una solución más sencilla?</li> </ul> </li> </ul> <p>Los estudiantes responden a las preguntas de manera oral compartiendo sus respuestas en clase y luego escriben sus respuestas en la guía.</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se solicita a los estudiantes (por parejas) solucionar el problema N° 02 de la guía completando las actividades sugeridas en la guía.</li> <li>• El docente se acerca por parejas con la finalidad de aclarar las dudas.</li> <li>• Se pide a una pareja de estudiantes que de manera voluntaria solucionen el problema ejecutando las cuatro fases descritas y la expongan a toda la clase.</li> </ul>	30 min
<p><b>Cierre</b> Se presenta el esquema u organizador de las cuatro fases de resolución de problemas. Los estudiantes señalan las características y procesos realizados en cada fase. Se solicita para la próxima sesión presentar la resolución del problema N° 03 de la guía</p>	15 min

## SESIÓN 2

**Propósito:** *Soluciona problemas de ecuaciones lineales contextualizadas a ingresos, costos y utilidades.*

### **Conocimientos:**

- Ingresos – ventas
- Precio de venta, precio de compra.
- Costos fijos y variables.
- Utilidades
- Ecuaciones lineales

Actividades	Tiempo
<p><b>Inicio</b> Se presenta el propósito de la clase en una diapositiva y se realiza la lectura del mismo con la participación de los estudiantes.</p> <p>Se genera el conflicto cognitivo a través de la estrategia de exploración presentando la situación problemática:</p> <p>“Sofía vende carteras de cuero en un stand de un conocido centro comercial. Ella compra “por mayor” cada cartera a \$/. 100 y las vende a \$/. 180. El alquiler mensual de la tienda asciende a \$/. 3 000. Si al cabo de un mes ella logró vender 230 carteras: ¿Cuánto fueron los ingresos mensuales? ¿Cuánto fue la ganancia obtenida?</p> <p>Se pregunta a los estudiantes: ¿Cuáles eran las fases propuestas por Polya en la solución de un problema? ¿Pueden describirlas?</p>	15 min.
<p><b>Desarrollo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se presenta el problema N° 05 de la guía N° 02 y se inicia el desarrollo de las fases del método de Polya</li> <li>• Fase 1: Comprensión del problema Luego de que los estudiantes lean el texto, se orienta la actividad a través de las preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Entiendes el texto?</li> <li>- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?</li> <li>- ¿Identificas los datos?</li> </ul> </li> </ul>	30 min

<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Hay suficiente información?</li> <li>- ¿Hay información extraña?</li> <li>- ¿Este problema es similar a otro que hayas resuelto antes?</li> </ul> <p>Los estudiantes responden a las preguntas de manera oral compartiendo sus respuestas en clase y luego escriben sus respuestas en la guía. Se definen términos de conocimiento básico como ingresos, ventas, utilidades, costos fijos, costos variables.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fase 2: Planificación Los estudiantes elaboran conjeturas y las prueban por ensayo y error. Extraen la ecuación de acuerdo a las condiciones del problema (Ingresos, utilidades, costos). Justifican su uso</li> <li>• Fase 3: Ejecución del plan Resuelven la ecuación planteada detallando el proceso.</li> <li>• Fase 4: Verificación Luego de que los estudiantes resuelvan la ecuación, se orienta la actividad a través de las preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Es tu solución correcta?</li> <li>- ¿Satisface lo solicitado en el problema?</li> <li>- ¿Puedes proponer una solución más sencilla?</li> </ul> </li> </ul> <p>Los estudiantes responden a las preguntas de manera oral compartiendo sus respuestas en clase y luego escriben sus respuestas en la guía.</p>	30 min
<p><b>Cierre</b> Se presenta el esquema u organizador de las cuatro fases de resolución de problemas. Los estudiantes señalan las características y procesos realizados en cada fase. Se solicita para la próxima sesión presentar la resolución del problema N° 07 de la guía</p>	15 min

### **SESIÓN 3**

**Propósito:** *Soluciona problemas de ecuaciones cuadráticas contextualizadas a áreas y perímetros de terrenos.*

**Conocimientos:**

- Área, superficie, perímetro.
- Áreas de figuras geométricas.
- Ecuación cuadrática. Fórmula general

Actividades	Tiempo
<p><b>Inicio</b> Se presenta el propósito de la clase en una diapositiva y se realiza la lectura del mismo con la participación de los estudiantes.  Se genera el conflicto cognitivo a través de la estrategia de exploración presentando la situación problemática:  "Armando dispone de un terreno rectangular de 5 metros de ancho por 8 metros de largo en el cual quiere construir una piscina. Además, piensa rodearla con una vereda de 1,5 de ancho uniforme. ¿Cuánto es el área total ocupada por la piscina y la vereda?  Se pregunta a los estudiantes: ¿Cuáles eran las fases propuestas por Polya en la solución de un problema? ¿Pueden describirlas?</p>	15 min.
<p><b>Desarrollo</b> • Se presenta el problema N° 09 de la guía N° 03 y se inicia el desarrollo de las fases del método de Polya</p>	30 min

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fase 1: Comprensión del problema Luego de que los estudiantes lean el texto, se orienta la actividad a través de las preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Entiendes el texto?</li> <li>- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?</li> <li>- ¿Identificas los datos?</li> <li>- ¿Hay suficiente información?</li> <li>- ¿Hay información extraña?</li> <li>- ¿Este problema es similar a otro que hayas resuelto antes?</li> </ul> </li> </ul> <p>Los estudiantes responden a las preguntas de manera oral compartiendo sus respuestas en clase y luego escriben sus respuestas en la guía. Se definen términos de conocimiento básico como área, superficie y perímetro.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fase 2: Planificación Los estudiantes elaboran un gráfico representando los datos y condiciones del problema. Extraen la ecuación de acuerdo a las condiciones del problema. Justifican su uso</li> <li>• Fase 3: Ejecución del plan Resuelven la ecuación planteada detallando el proceso.</li> <li>• Fase 4: Verificación Luego de que los estudiantes resuelvan la ecuación, se orienta la actividad a través de las preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Es tu solución correcta? ¿Qué respuesta descartarías y por qué?</li> <li>- ¿Satisface lo solicitado en el problema?</li> <li>- ¿Puedes proponer una solución más sencilla?</li> </ul> </li> </ul> <p>Los estudiantes responden a las preguntas de manera oral compartiendo sus respuestas en clase y luego escriben sus respuestas en la guía.</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se solicita a los estudiantes (por parejas) solucionar el problema N° 10 de la guía completando las actividades sugeridas en la guía.</li> <li>• El docente se acerca a cada pareja con la finalidad de aclarar las dudas.</li> <li>• Se pide a una pareja de estudiantes que de manera voluntaria solucionen el problema ejecutando las cuatro fases descritas y la expongan a toda la clase.</li> </ul>	30 min
<p><b>Cierre</b> Se presenta el esquema u organizador de las cuatro fases de resolución de problemas. Los estudiantes señalan las características y procesos realizados en cada fase. Se solicita para la próxima sesión presentar las resolución del problema N° 11 de la guía</p>	15 min

## **SESIÓN 4**

**Propósito:** *Soluciona problemas de ecuaciones cuadráticas contextualizadas a rentas e incentivos.*

### **Conocimientos:**

- Comisión por ventas.
- Ingresos
- Ecuación cuadrática. Fórmula general.

Actividades	Tiempo
<p><b>Inicio</b> Se presenta el propósito de la clase en una diapositiva y se realiza la lectura del mismo con la participación de los estudiantes.</p> <p>Se genera el conflicto cognitivo a través de la estrategia de exploración presentando la situación problemática:</p> <p>“Un equipo de fútbol juega en un estadio que tiene capacidad para 15 000 espectadores. Con el precio del boleto a S/. 14, el promedio de asistencia en juegos recientes ha sido de 9 500. Un estudio de mercado indica que por cada sol que baje el precio del boleto, el promedio de asistentes aumentará en 1000. Encuentre los ingresos (taquilla) y el número de asistentes si el precio del boleto se disminuye en S/. 1, S/. 2, S/.3 y S/. 4 respectivamente. ¿Qué conclusiones podemos obtener de este proceso?”</p> <p>Se pregunta a los estudiantes: ¿Cuáles eran las fases propuestas por Pólya en la solución de un problema? ¿Pueden describirlas?</p>	15 min.

<p><b>Desarrollo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se presenta el problema N° 13 de la guía N° 04 y se inicia el desarrollo de las fases del método de Polya</li> <li>• Fase 1: Comprensión del problema Luego de que los estudiantes lean el texto, se orienta la actividad a través de las preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Entiendes el texto?</li> <li>- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?</li> <li>- ¿Identificas los datos?</li> <li>- ¿Hay suficiente información?</li> <li>- ¿Hay información extraña?</li> <li>- ¿Este problema es similar a otro que hayas resuelto antes?</li> </ul> </li> </ul> <p>Los estudiantes responden a las preguntas de manera oral compartiendo sus respuestas en clase y luego escriben sus respuestas en la guía. Se definen términos de conocimiento básico como ingresos totales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fase 2: Planificación Los estudiantes elaboran un cuadro representando cada situación desde el caso más simple al más complejo. Encuentra una regla de formación y extrae la fórmula para un caso general. Extraen la ecuación de acuerdo a las condiciones del problema. Justifican su uso</li> <li>• Fase 3: Ejecución del plan Resuelven la ecuación planteada detallando el proceso.</li> <li>• Fase 4: Verificación Luego de que los estudiantes resuelvan la ecuación, se orienta la actividad a través de las preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Es tu solución correcta? ¿Qué respuesta descartarías y por qué?</li> <li>- ¿Satisface lo solicitado en el problema?</li> <li>- ¿Puedes proponer una solución más sencilla?</li> </ul> </li> </ul> <p>Los estudiantes responden a las preguntas de manera oral compartiendo sus respuestas en clase y luego escriben sus respuestas en la guía.</p>	<p>30 min</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se solicita a los estudiantes (por parejas) solucionar el problema N° 14 de la guía completando las actividades sugeridas en la guía.</li> <li>• El docente se acerca a cada pareja con la finalidad de aclarar las dudas.</li> <li>• Se pide a una pareja de estudiantes que de manera voluntaria solucionen el problema ejecutando las cuatro fases descritas y la expongan a toda la clase.</li> </ul>	<p>30 min</p>
<p><b>Cierre</b> Se presenta el esquema u organizador de las cuatro fases de resolución de problemas. Los estudiantes señalan las características y procesos realizados en cada fase. Se solicita para la próxima sesión presentar las resolución del problema N° 11 de la guía</p>	<p>15 min</p>

## **SESIÓN 5**

**Propósito:** *Soluciona problemas de ecuaciones lineales y cuadráticas contextualizadas.*

### **Conocimientos:**

- Ecuación lineal
- Ecuación cuadrática. Fórmula general.

Actividades	Tiempo
<p><b>Inicio</b> Se presenta el propósito de la clase en una diapositiva y se realiza la lectura del mismo con la participación de los estudiantes.</p> <p>Se hace una recapitulación de contenidos mediante la estrategia de la interrogación:</p> <p>¿Cuáles eran las fases propuestas por Pólya en la solución de un problema? ¿Pueden describirlas?</p> <p>Se indica a cada equipo que resolverán una práctica de 5 problemas, la entrega se hará por escrito y para finalizar se escogerá al azar al equipo, estudiante y problema que deberá ser expuesto en la pizarra.</p>	<p>10 min.</p>
<p><b>Desarrollo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se forman equipos de trabajo conformado por 5 estudiantes.</li> <li>• Se entrega la guía de trabajo para la clase la cual contiene 05 problemas.</li> </ul>	<p>70 min</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada equipo resuelve la práctica y estructura la respectiva exposición siguiendo las fases del método Pólya</li> <li>• Los estudiantes consultan sus procesos y realizan consultas entre ellos.</li> <li>• Los docentes se acercan a cada grupo con la finalidad de orientar el trabajo y aclarar las dudas.</li> <li>• Se realiza la exposición de los estudiantes sorteados, detallando las fases de la metodología de Pólya</li> <li>• Los estudiantes y los docentes realizan las preguntas y consultas a cada grupo luego de la exposición.</li> <li>• Se evalúa al expositor de cada grupo y el trabajo colaborativo de cada equipo.</li> </ul>	
<p><b>Cierre</b>  Se presenta el esquema u organizador de las cuatro fases de resolución de problemas.  Se hacen las aclaraciones de los puntos flojos de cada exposición.  Se registra mediante fotografías cada resolución y se comparte en el aula virtual.  Como actividad de extensión se solicita la resolución de las 06 preguntas de la guía.</p>	10 min

## **SESIÓN 6**

**Propósito:** *Soluciona problemas de ecuaciones lineales y cuadráticas contextualizadas.*

### **Conocimientos:**

- Ecuación lineal
- Ecuación cuadrática. Fórmula general.

Actividades	Tiempo
<p><b>Inicio</b>  Se presenta el propósito de la clase en una diapositiva y se realiza la lectura del mismo con la participación de los estudiantes.</p> <p>Se pregunta a los estudiantes ¿Qué pregunta te pareció la más difícil de la práctica?  ¿Por qué?</p>	30 min.
<p><b>Desarrollo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se forman equipos de trabajo conformado por 5 estudiantes y se devuelven los trabajos grupales.</li> <li>• Los docentes se acercan a cada equipo y realizan la asesoría a cada grupo, se preguntas sobre la práctica calificada y sobre el trabajo en equipo realizado: ¿Qué les pareció el trabajo realizado en estas últimas clases? ¿En qué se puede mejorar? ¿Qué fue lo que más les gusto?</li> <li>• Se reportan los puntajes totales acumulados por equipo, se hacen los reconocimientos públicos del buen trabajo.</li> </ul>	45 min
<p><b>Cierre</b>  Se indica a los estudiantes que en el aula virtual se publicarán los desarrollos de todas las prácticas.  Se atienden consultas de manera individual.  Se informa a todos los estudiantes que el examen final se aplicará la próxima clase</p>	15 min

## ANEXO 3: Guías de Trabajo

### GUÍA DE TRABAJO N°01

#### SESIÓN 1: Ecuaciones lineales contextualizadas a inversiones

**Propósito:** Soluciona problemas de ecuaciones lineales contextualizadas a inversiones.

##### **Problema N° 01**

Felipe desea invertir sus ahorros de C.T.S. (Compensación por tiempo de servicios) unos S/.12 000 en dos empresas, de modo que el ingreso total por año sea de S/. 452,80. Se sabe que la empresa "Save Destiny" paga el 4% anual; la otra empresa "Good Future" paga un 3,6% anual. ¿Cuánto debe invertir en cada una de las empresas?

##### **Fase 1: Comprensión del problema**

a) Identifica la(s) incógnita(s) en el enunciado ¿Qué pide el problema?

b) Identifica los datos del enunciado

c) Señala la(s) condición(es) del problema

##### **Fase 2: Planificación**

d) ¡Experimental!, haz una prueba. Supón que Felipe deposita S/. 4 000 al 4% y S/. 8 000 al 3,6% ¿cuánto será la ganancia al cabo de 1 año?

Capital	Ganancia en 1 año
S/. 4 000	$G_1 =$
S/. 8 000	$G_2 =$
Total	S/. 12 000 $G_{total} =$

e) Ahora, repite el proceso expresando las cantidades desconocidas en términos algebraicos. Plantea el modelo matemático según la condición del problema.

	Capital	Ganancia en 1 año
	S/.	$G_1 =$
	S/.	$G_2 =$
Total	S/. 12 000	$G_{total} =$

f) Emplea la condición del problema para escribir la ecuación.

### **Fase 3: Ejecución**

g) Resuelve la ecuación planteada, detalla los pasos de acuerdo a las condiciones del problema.

### **Fase 4: Verificación**

h) Interpreta el resultado. ¿Es lógicamente posible el resultado encontrado?

i) Comprueba la solución

j) Redacta la respuesta final

### **Problema N° 02**

Un total de S/. 20 000 se invirtieron en dos empresas comerciales "America Company" y "Belvet Company". Al final del primer año, las empresas America y Belvet tuvieron rendimientos de 6% y 5,8%, respectivamente, sobre las inversiones originales. ¿Cuál es la cantidad original asignada a cada empresa, si la utilidad total fue de S/. 1186,4?

**Ahora tú completa las actividades de cada fase. Recuerda mantener el orden**

#### **Fase 1: Comprensión del problema**

### **Fase 2: Planificación**

### **Fase 3: Ejecución**

### **Fase 4: Verificación**

**El siguiente problema debe ser resuelto y presentado en la siguiente sesión de clase. ¡Ánimo! aplica todo lo aprendido.**

#### **Problema N° 03**

Si Antonella invierte una cantidad de S/. 5 000 al 6% de interés al año, ¿Cuánto dinero adicional debe invertir al 7,5% de interés anual, para asegurar que el interés total que reciba cada año sea de S/. 930?

**El siguiente problema es un reto. Presenta el proceso siguiendo las cuatro fases descritas. Puedes realizar tus consultas a través del aula virtual.**

#### **Problema N° 04**

Si Tammy invierte una cantidad de S/. 6 000 a cierta tasa de interés anual, e invierte otros S/. 5 000 a una tasa que es medio por ciento más alta. Si ella recibe un total de S/. 817 de interés en 1 año, ¿A qué tasa se invierten los S/. 6000?

## GUÍA DE TRABAJO N°02

### SESIÓN 2: Ecuaciones lineales contextualizadas a ingresos, costos y utilidades

**Propósito:** Soluciona problemas de ecuaciones lineales contextualizadas a ingresos, costos y utilidades.

#### **Problema N° 05**

Un grupo de estudiantes de la facultad de Ciencias de la Empresa UC desea hacer una actividad económica con la finalidad de realizar un viaje a la ciudad de Cajamarca y asegurar su participación en el "II Congreso Empresarial de Universidades en Latinoamérica". El objetivo es obtener S/. 7 000 de ganancia como producto de la venta de truchas a la parrilla. Se logra encontrar una concesionaria que cobraría S/.7, 30 por la preparación de cada plato y el local donde se realizará dicha actividad cobraría un alquiler de S/. 240 por 6 horas de actividad. Se piensa vender cada plato a S/. 15. ¿Cuántos platos de truchas se deben vender para obtener la ganancia proyectada?

#### **Fase 1: Comprensión del problema**

a) Identifica la(s) incógnita(s) en el enunciado ¿Qué pide el problema?

b) Identifica los datos del enunciado

c) Señala la(s) condición(es) del problema

#### **Fase 2: Planificación**

d) ¡Experimental!, haz algunas pruebas. Supón que los estudiantes venden 100, 300 o 500 platos. Puede ser útil usar un cuadro para ordenar la información.

N° de platos	Costos de producción. Costos variables	Costos fijos (Alquiler)	Ingresos (Ventas)	Ganancia (utilidad)
100				
300				
500				

e) Ahora, repite el proceso expresando las cantidades desconocidas en términos algebraicos. Plantea el modelo matemático según la condición del problema.

N° de platos	Costos de producción. Costos variables	Costos fijos (Alquiler)	Ingresos (Ventas)	Ganancia (utilidad)

f) Emplea la condición del problema para escribir la ecuación.

### **Fase 3: Ejecución**

g) Resuelve la ecuación planteada detallando los pasos de acuerdo a las condiciones del problema.

### **Fase 4: Verificación**

h) Interpreta el resultado. ¿Es lógicamente posible el resultado encontrado?

i) Comprueba la solución

j) Redacta la respuesta final

### **Problema N° 06**

La gerente de ventas de la tienda de ropa "Casual Fashion", quiere saber cuántas unidades de su nueva línea de pantalones necesita vender al mes para obtener una utilidad de 260 mil soles. Para este caso se cuenta con la siguiente información:

- Precio de venta por unidad: 75 soles
- Costo de materiales por unidad: 25 soles
- Planillas mensuales del personal: 25 mil soles
- Alquiler mensual de la tienda 15 mil soles

A partir de esta información determine el número de pantalones que deben venderse.

**Ahora tú completa las actividades de cada fase. Recuerda mantener el orden**

**Fase 1: Comprensión del problema**

**Fase 2: Planificación**

**Fase 3: Ejecución**

**Fase 4: Verificación**

**El siguiente problema debe ser resuelto y presentado en la siguiente sesión de clase. ¡Ánimo! aplica todo lo aprendido.**

**Problema N° 07**

Una fábrica de ropa deportiva "Perú Vende" produce camisetas con un costo de mano de obra por camiseta de S/. 8 y un costo de materiales de S/.4 por cada unidad. Los gastos generales para la fábrica son de S/. 6 000. Si cada camiseta se vende en S/. 60, ¿cuántas camisetas deben venderse para que la compañía obtenga utilidades?

**El siguiente problema es un reto. Presenta el proceso siguiendo las cuatro fases descritas. Puedes realizar tus consultas a través del aula virtual.**

**Problema N° 08**

José se dedica a la venta de zapatos de vestir para caballeros, comprando a los productores cada par de zapatos a S/. 110. Acaba de contratar a dos ayudantes para ventas, cada uno con un sueldo mensual de S/. 900 y alquilar por S/. 2 000 un stand en un centro comercial muy conocido. ¿Cuántos pares de zapatos debe comprar a los productores para luego venderlos y obtener una ganancia de S/. 8000?

## GUÍA DE TRABAJO N°03

### SESIÓN 3: Ecuaciones cuadráticas contextualizadas a áreas y perímetros de terrenos

**Propósito:** Soluciona problemas de ecuaciones cuadráticas contextualizadas a áreas y perímetros de terrenos.

#### **Problema N° 09**

En la Institución Educativa "Sebastián Bach", se construirá una piscina semi olímpica para lo cual se dispone de un terreno rectangular de 8 x11 metros. Dicha piscina estará rodeada por una vereda de ancho uniforme de tal forma que el área total (vereda y piscina) sea de 154m<sup>2</sup> ¿Cuánto debe medir el ancho de la vereda?

#### **Fase 1: Comprensión del problema**

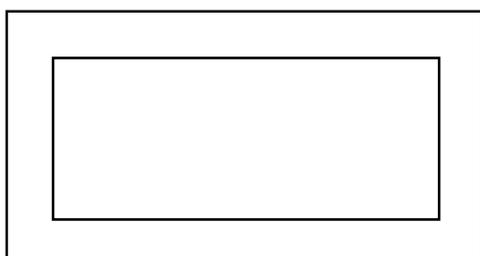
a) Identifica la(s) incógnita(s) en el enunciado ¿Qué pide el problema?

b) Identifica los datos del enunciado

c) Señala la(s) condición(es) del problema

#### **Fase 2: Planificación**

d) ¡Dibuja!, Representa los datos en un gráfico. ¿Puedes representar cantidades desconocidas en términos de una variable?



e) Emplea la condición del problema para escribir la ecuación.

#### **Fase 3: Ejecución**

- f) Resuelve la ecuación planteada detallando los pasos de acuerdo a las condiciones del problema.

**Fase 4: Verificación**

- g) Interpreta el resultado. ¿Es lógicamente posible el resultado encontrado?

- h) Comprueba la solución

- i) Redacta la respuesta final

**Problema N° 10**

Un terreno rectangular de 5x12 metros se usa como jardín. Se decide poner una vereda en toda la orilla **interior** de modo que 18m<sup>2</sup> del terreno se dejen para las flores. ¿Cuál debe ser el ancho de la vereda?

**Ahora tú completa las actividades de cada fase. Recuerda mantener el orden**

**Fase 1: Comprensión del problema**

**Fase 2: Planificación**

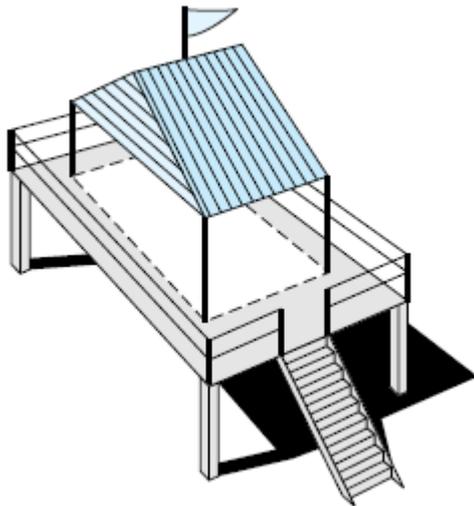
### Fase 3: Ejecución

### Fase 4: Verificación

**El siguiente problema debe ser resuelto y presentado en la siguiente sesión de clase. ¡Ánimo! aplica todo lo aprendido.**

#### **Problema N° 11**

Se construirá una plataforma rectangular de observación. Sus dimensiones serán de 8 por 13 m. Un cobertizo rectangular de  $60\text{m}^2$  de área estará en el centro de la plataforma, y la parte no cubierta será un pasillo de anchura uniforme. ¿Cuál debe ser el ancho del pasillo?



**El siguiente problema es un reto. Presenta el proceso siguiendo las cuatro fases descritas. Puedes realizar tus consultas a través del aula virtual.**

#### **Problema N° 12**

Se va a construir una fábrica de pinturas, en un terreno que mide 55 por 73 metros. El reglamento de construcción local señala que debe rodear a la fábrica un terreno con césped de ancho uniforme y de área igual al área de la misma. ¿Cuál debe ser el ancho de esta zona de césped y cuáles las dimensiones de la fábrica?

## GUÍA DE TRABAJO N° 04

### SESIÓN 4: Ecuaciones cuadráticas contextualizadas a rentas e incentivos

**Propósito:** Soluciona problemas de ecuaciones cuadráticas contextualizadas a rentas e incentivos.

#### Problema N° 13

Usted es el asesor financiero de una compañía que posee un edificio con 80 oficinas. Cada una puede alquilarse en \$400 mensuales. Sin embargo, por cada incremento de \$20 mensuales se quedarán dos vacantes sin posibilidad de que sean ocupadas. La compañía quiere obtener un total de \$35 640 mensuales de alquileres. Se le pide determinar el alquiler que debe cobrarse por cada oficina. ¿Cuál sería su mejor propuesta?

#### Fase 1: Comprensión del problema

a) Identifica la(s) incógnita(s) en el enunciado ¿Qué pide el problema?

b) Identifica los datos del enunciado

c) Señala la(s) condición(es) del problema

#### Fase 2: Planificación

d) ¡Prueba con situaciones simples! y encontrarás un patrón de formación

Alquiler por oficina	N° de oficinas alquiladas	Ingreso total
400	80	
420	78	
440		
450		
460		

e) ¿Puedes encontrar una "formula" para un caso general?

### **Fase 3: Ejecución**

- f) Resuelve la ecuación planteada detallando los pasos de acuerdo a las condiciones del problema.

### **Fase 4: Verificación**

- g) Interpreta el resultado. ¿Es lógicamente posible el resultado encontrado?

- h) Comprueba la solución

- i) Redacta la respuesta final

### **Problema N° 14**

La compañía de venta de autos nuevos "General cars", tiene un plan de incentivos para sus agentes de ventas. Por cada auto que un agente venda la comisión es de \$90. La comisión por cada auto vendido se incrementa en \$0,02, siempre que se vendan más de 180 unidades. Por ejemplo, la comisión sobre cada uno de 182 autos será de \$90,04. ¿Cuántos autos deben vender un agente para obtener ingresos por \$20 930?

**Ahora tú completa las actividades de cada fase. Recuerda mantener el orden**

### **Fase 1: Comprensión del problema**

### **Fase 2: Planificación**

### **Fase 3: Ejecución**

### **Fase 4: Verificación**

**El siguiente problema debe ser resuelto y presentado en la siguiente sesión de clase. ¡Ánimo! aplica todo lo aprendido.**

#### **Problema N° 15**

Una sociedad observadora de aves en cierta comunidad hace y vende alimentadores sencillos de aves, para recaudar dinero para sus actividades de conservación. Los materiales para cada alimentador cuestan S/. 6 y la sociedad vende un promedio de 20 por semana a un precio de S/. 10 cada uno. La sociedad ha estado considerando elevar el precio, de modo que lleva a cabo un estudio y encuentra que por cada S/. 1 de aumento, pierde 2 ventas por semana.

¿Qué precio debe cobrar la sociedad por cada alimentador para obtener la máxima ganancia? ¿Cuánto es esa ganancia máxima?

**El siguiente problema es un reto. Presenta el proceso siguiendo las cuatro fases descritas. Puedes realizar tus consultas a través del aula virtual.**

**Problema N° 16**

Un equipo de fútbol juega en un estadio que tiene capacidad para 15 000 espectadores. Con el precio del boleto a S/. 20, el promedio de asistencia en juegos recientes ha sido de 3 500. Un estudio de mercado indica que por cada sol que baje el precio de boleto, el promedio de asistencia aumenta en 1000.

- a) Encuentre el precio del boleto para obtener un ingreso de S/. 138 000
- b) ¿Qué precio de boleto es tan alto que nadie asiste y por lo tanto no genera ingresos?

## ANEXO 4: Examen de Entrada (Pre Test)



Universidad  
Continental

### EVALUACIÓN DE ENTRADA

Puntaje:

NOTA:

Sección : .....  
Asignatura : Matemática I  
Docentes : Lic. Stuart Bendezú/ Lic. Aymee Toykin

Apellidos : .....  
Nombres : .....  
Fecha : ...../...../2017 Duración: 80 min

#### Instrucciones

Estimado estudiante, la siguiente evaluación tiene como propósito diagnosticar el nivel de dominio en la resolución de problemas sobre ecuaciones. Para ello se le pide leer con atención las siguientes instrucciones:

1. La evaluación tiene una duración de 80 minutos, controle su tiempo.
2. Cada pregunta bien desarrollada tiene el valor de 12 puntos. El puntaje total de la prueba es 60.
3. El proceso de resolución será con lapicero azul o negro y dentro de los espacios diseñados en la prueba.
4. No se calificarán los procesos borrosos y/o garabatos.
5. Se puede utilizar calculadora científica, no el celular.
6. El desarrollo de la prueba es individual, cualquier intento de copiar o pasar información se sancionará con la suspensión inmediata de la prueba para el estudiante infractor asignándole la calificación de CERO.

Valoramos su esfuerzo y estamos comprometidos en alcanzar los resultados de aprendizaje deseados.

**1. Inversiones** Felipe acaba de cobrar \$/.12 000 producto de las utilidades que la empresa minera "San Cristóbal" le otorga cada año. Desea depositar este dinero en dos bancos, de modo que la ganancia total (interés total) por año sea de \$/. 452,80. Las tasas de interés anual de cada banco son del 4% y 3,6%. ¿Cuánto dinero debe invertir a cada tasa para obtener la ganancia proyectada?

#### Fase 1: Comprensión del problema

a) Identifica la(s) incógnita(s) y los datos en el enunciado. Señala la(s) condición(es) del problema. **(3 puntos)**

#### Fase 2: Planificación

b) ¿Qué estrategia vas a utilizar? Descríbela **(3 puntos)**

#### Fase 3: Ejecución

c) Aplica las operaciones de acuerdo a la estrategia planificada en la fase 2 **(3 puntos)**

**Fase 4: Verificación**

- d) Interpreta el resultado, comprueba la solución y redacta a respuesta final. **(3 puntos)**

**2. Actividad** Un grupo de estudiantes de la facultad de Ciencias de la Empresa desea hacer una actividad económica con la finalidad de realizar un viaje de estudios a la ciudad de Cajamarca. El objetivo es obtener S/. 5 000 de ganancia como producto de la venta de truchas a la parrilla. Se logra encontrar una concesionaria que cobraría S/.7,20 por la preparación de cada plato y el local donde se realizará dicha actividad cobraría un alquiler de S/. 250 por 6 horas de actividad. Se piensa vender cada plato a S/. 13. ¿Cuántos platos de truchas se deben vender para obtener la ganancia proyectada?

**Fase 1: Comprensión del problema**

- e) Identifica la(s) incógnita(s) y los datos en el enunciado. Señala la(s) condición(es) del problema. **(3 puntos)**

**Fase 2: Planificación**

- b) ¿Qué estrategia vas a utilizar? Descríbela **(3 puntos)**

**Fase 3: Ejecución**

- c) Aplica las operaciones de acuerdo a la estrategia planificada en la fase 2 **(3 puntos)**

**Fase 4: Verificación**

- d) Interpreta el resultado, comprueba la solución y redacta a respuesta final. **(3 punto)**

**3. Áreas.** En una I.E. se construirá una piscina para lo cual se dispone de un terreno rectangular de  $9 \times 15$  metros. Dicha piscina estará rodeada por una vereda de ancho uniforme de tal forma que el área total (vereda y piscina) sea de  $230\text{m}^2$ . ¿Cuánto debe medir el ancho de la vereda?

**Fase 1: Comprensión del problema**

- a) Identifica la(s) incógnita(s) y los datos en el enunciado. Señala la(s) condición(es) del problema. **(3 puntos)**

**Fase 2: Planificación**

- b) ¿Qué estrategia vas a utilizar? Descríbela **(3 puntos)**

**Fase 3: Ejecución**

- c) Aplica las operaciones de acuerdo a la estrategia planificada en la fase 2 **(3 puntos)**

**Fase 4: Verificación**

- d) Interpreta el resultado, comprueba la solución y redacta a respuesta final. **(3 puntos)**

**4. Alquileres** Usted es el asesor financiero de una compañía que posee un edificio con 80 oficinas. Cada una puede alquilarse en \$400 mensuales. Sin embargo, por cada incremento de \$20 mensuales se quedarán dos vacantes sin posibilidad de que sean ocupadas. La compañía quiere obtener un total de \$35 640 mensuales de alquileres. Se le pide determinar el alquiler que debe cobrarse por cada oficina. ¿Cuál sería su mejor propuesta?

**Fase 1: Comprensión del problema**

- a) Identifica la(s) incógnita(s) y los datos en el enunciado. Señala la(s) condición(es) del problema. **(3 puntos)**

**Fase 2: Planificación**

- b) ¿Qué estrategia vas a utilizar? Descríbela  
(3 puntos)

**Fase 3: Ejecución**

- c) Aplica las operaciones de acuerdo a la estrategia planificada en la fase 2 (3 puntos)

**Fase 4: Verificación**

- d) Interpreta el resultado, comprueba la solución y redacta a respuesta final. (3 puntos)

**5. Alternativas en los negocios** El inventor de un juguete nuevo ofrece a la compañía Magic Toy los derechos de exclusividad para fabricar y vender el juguete por una suma total de \$35 000. Después de estimar que al cabo de un año no habrán ventas ya que el juguete pasará de moda, la compañía está revisando la siguiente propuesta al inventor: dar un pago total de \$5 000 más una regalía de \$0,50 por cada unidad vendida. ¿Cuántas unidades deben venderse el primer año para hacer esta propuesta tan atractiva al inventor como la petición original?

**Fase 1: Comprensión del problema**

- a) Identifica la(s) incógnita(s) y los datos en el enunciado. Señala la(s) condición(es) del problema. (3 puntos)

**Fase 2: Planificación**

- b) ¿Qué estrategia vas a utilizar? Descríbela  
(3 puntos)



**Fase 3: Ejecución**

- c) Aplica las operaciones de acuerdo a la estrategia planificada en la fase 2 **(3 puntos)**

**Fase 4: Verificación**

- d) Interpreta el resultado, comprueba la solución y redacta a respuesta final. **(3 puntos)**

## ANEXO 5: Examen de Salida (Post Test)



### EVALUACIÓN DE SALIDA

NOTA:

Sección : .....  
Asignatura : Matemática I  
Docente : Lic. Stuart Régulo Bendezú Arias  
Lic. Aymee Toykin Mucha

Apellidos : .....  
Nombres : .....  
Fecha : ...../...../2017 Duración: 70 min

#### Instrucciones

1. Detalle el proceso de resolución de problemas en el cuadernillo correspondiente.
2. La respuesta que no esté respaldada por un proceso coherente y detallado no será calificada.
3. El proceso de resolución será realizado con lapicero azul o negro.
4. No se calificarán los procesos borrosos y/o garabatos.
5. Cada problema bien resuelto tiene el puntaje de 4 puntos.
6. Redacte su respuesta final en esta hoja de preguntas
7. Se puede utilizar calculadora científica, no el celular.
8. El desarrollo de la prueba es individual, cualquier intento de copiar o pasar información se sancionará con la suspensión inmediata de la prueba para el estudiante infractor asignándole la calificación de CERO.

#### Problema 1

**Inversiones** Ariana acaba de cobrar S/.36 000 por compensación de tiempo por servicios (C.T.S.). Desea depositar este dinero en dos bancos, de modo que el interés total por año sea de S/.2 120. Las tasas de interés anual de cada banco son del 7% y 4,5%. ¿Cuánto dinero debe invertir en cada banco para obtener la ganancia proyectada?

Respuesta final:

#### Problema 2

**Actividad** Una familia tiene a uno de sus integrantes con una enfermedad muy grave, la operación es muy especializada con un costo de S/.25 000. Para ello, los integrantes de esta familia deciden realizar una actividad económica de venta de comida cuyo plato principal es la pachamanca. Logran contratar una concesionaria que cobraría S/.20 por la preparación y servido de cada plato y el local donde se realizará dicha actividad cobraría un alquiler de S/. 500 por 8 horas de actividad. Se piensa vender cada plato a S/. 30. ¿Cuántos platos de pachamanca se deben vender para obtener la ganancia proyectada?

Respuesta final:



**Problema 3**

**Áreas** Un grupo de estudiantes alquilan un terreno rectangular de 8 x 12 metros para una investigación sobre los productos transgénicos. Para hacer un mejor control manejo construyen una vereda en toda la orilla **interior** de modo que 60 m<sup>2</sup> del terreno se dejen para sembrar los productos alterados en forma genética. ¿Cuál debe ser el ancho de la vereda?

**Respuesta final:**

**Problema 4**

**Rentas** Usted es el asesor financiero de una persona que posee un edificio con 50 tiendas comerciales ubicado en el distrito del Tambo. Cada tienda puede rentarse en \$300 mensuales, sin embargo, por cada incremento de \$10 mensuales se quedarán dos tiendas vacantes sin posibilidad de que sean ocupadas. El dueño quiere obtener un total de \$ 13 680 mensuales por las rentas de las tiendas. Se pide determinar la renta que debe cobrarse por cada tienda. ¿Cuál sería la mejor propuesta?

**Respuesta final:**

**Problema 5**

**Herencia** Camilo está ahorrando desde hace 5 años para comprarse una casa. Luego de conversar con sus padres y hermanos, logra convencerlos de adelantar su parte de la herencia recibiendo un considerable monto. Luego junta esto con los S/.25 500 que ya había ahorrado y los invierte en un magnífico negocio de exportación de café orgánico logrando duplicar el total la inversión, obteniendo un total de S/. 450 000 que es justo lo suficiente para comprarse la ansiada casa. ¿Cuánto dinero heredó?

**Respuesta final:**

## ANEXO 6: Rúbricas

<b>Rúbrica para calificar la pregunta N° 01</b>				
<b>Contenido:</b> Ecuación lineal contextualizada a inversiones				
	<b>En inicio (0 punto)</b>	<b>En desarrollo (1 punto)</b>	<b>Competente (2 puntos)</b>	<b>Experto (3 puntos)</b>
<b>Comprensión del problema</b> Identifica la incógnita en problemas de ecuaciones de primer y segundo grado señalando los datos y la condición del problema.	No responde la pregunta. Deja en blanco el espacio correspondiente	Identifica las incógnitas del problema.	Identifica la incógnita y los datos del problema.	Identifica la incógnita, datos del problema y la condición que los relaciona.
<b>Planificación</b> Organiza una estrategia adecuada para la resolución de problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, especificando las operaciones, propiedades y/o fórmulas que utilizará.	No presenta estrategia alguna.	La estrategia presentada no está organizada, es incoherente y contradictoria.	Presenta solo la propiedad o fórmula que utilizará, no usa variables en la representación de cantidades desconocidas.	Usa variables para expresar cantidades desconocidas (intereses) y las relaciona mediante la condición del problema llegando a plantear la ecuación.
<b>Ejecución</b> Desarrolla los procesos de acuerdo a la estrategia planificada, de manera secuencial y detallada.	No ejecuta proceso alguno.	Ejecuta operaciones de tipo aritmético sin usar variables no llega a la respuesta final u obtiene una respuesta incorrecta.  Resuelve la ecuación aplicando operaciones algebraicas cometiendo errores de tipo aritmético o algebraico al inicio del proceso, obtiene una solución incorrecta o no concluye la resolución.	Ejecuta operaciones de tipo aritmético sin usar variables, obtiene el resultado correcto.  Resuelve la ecuación aplicando operaciones algebraicas cometiendo errores de tipo aritmético o algebraico al final del proceso, obtiene una solución incorrecta.	Resuelve la ecuación aplicando operaciones algebraicas y realizando la transposición correctamente, llegando a encontrar la solución.
<b>Verificación</b> Reflexiona sobre el proceso resolutivo en los problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, interpretando y comprobando las soluciones.	No presenta resultado alguno.	No verifica la respuesta, no le da contexto. Se limita a presentar el resultado numérico.	Interpreta la respuesta encontrada de acuerdo al contexto del problema. Redacta la respuesta de acuerdo a lo solicitado en el problema.  No realiza la comprobación de a solución en cada etapa del proceso	Interpreta la respuesta encontrada de acuerdo al contexto del problema. Presenta la comprobación de la solución en cada etapa del problema. Redacta la respuesta de acuerdo a lo solicitado en el problema.

## Rúbrica para calificar la pregunta N° 02

**Contenido:** Ecuación lineal contextualizada a ingresos, costos y ganancias

	<b>En inicio (0 punto)</b>	<b>En desarrollo (1 punto)</b>	<b>Competente (2 puntos)</b>	<b>Experto (3 puntos)</b>
<p><b>Comprensión del problema</b> Identifica la incógnita en problemas de ecuaciones de primer y segundo grado señalando los datos y la condición del problema.</p>	No responde la pregunta. Deja en blanco el espacio correspondiente	Identifica la incógnita del problema.	Identifica la incógnita y los datos del problema.	Identifica la incógnita, datos del problema y la condición que los relaciona.
<p><b>Planificación</b> Organiza una estrategia adecuada para la resolución de problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, especificando las operaciones, propiedades y/o fórmulas que utilizará.</p>	No presenta estrategia alguna.	La estrategia presentada no está organizada, es incoherente y contradictoria.	Presenta solo la propiedad o fórmula que utilizará, no usa variables en la representación de cantidades desconocidas.	Usa variables para expresar cantidades desconocidas y las relaciona mediante una fórmula llegando a plantear la ecuación.
<p><b>Ejecución</b> Desarrolla los procesos de acuerdo a la estrategia planificada, de manera secuencial y detallada.</p>	No ejecuta proceso alguno.	<p>Ejecuta operaciones de tipo aritmético sin usar variables no llega a la respuesta final u obtiene una respuesta incorrecta.</p> <p>Resuelve la ecuación aplicando operaciones algebraicas cometiendo errores de tipo aritmético o algebraico al inicio del proceso, obtiene una solución incorrecta o no concluye la resolución.</p>	<p>Ejecuta operaciones de tipo aritmético sin usar variables, obtiene el resultado correcto.</p> <p>Resuelve la ecuación aplicando operaciones algebraicas cometiendo errores de tipo aritmético o algebraico al final del proceso, obtiene una solución incorrecta.</p>	Resuelve la ecuación aplicando operaciones algebraicas y realizando la transposición correctamente, llegando a encontrar la solución.
<p><b>Verificación</b> Reflexiona sobre el proceso resolutivo en los problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, interpretando y comprobando las soluciones.</p>	No presenta resultado alguno.	No verifica la solución, no le da contexto. Se limita a presentar el resultado numérico.	<p>Interpreta la respuesta encontrada de acuerdo al contexto del problema. Redacta la respuesta de acuerdo a lo solicitado en el problema. No realiza la comprobación de a solución en cada etapa del proceso</p>	<p>Interpreta la respuesta encontrada de acuerdo al contexto del problema. Presenta la comprobación de la solución en cada etapa del problema. Redacta la respuesta de acuerdo a lo solicitado en el problema.</p>

## Rúbrica para calificar la pregunta N° 03

**Contenido:** Ecuación lineal contextualizada a áreas y perímetros de terrenos

	<b>En inicio (0 punto)</b>	<b>En desarrollo (1 punto)</b>	<b>Competente (2 puntos)</b>	<b>Experto (3 puntos)</b>
<p><b>Comprensión del problema</b> Identifica la incógnita en problemas de ecuaciones de primer y segundo grado señalando los datos y la condición del problema.</p>	No responde la pregunta. Deja en blanco el espacio correspondiente	Identifica la incógnita del problema.	Identifica la incógnita y los datos del problema.	Identifica la incógnita, datos del problema y la condición que los relaciona.
<p><b>Planificación</b> Organiza una estrategia adecuada para la resolución de problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, especificando las operaciones, propiedades y/o fórmulas que utilizará.</p>	No presenta estrategia alguna.	La estrategia presentada no está organizada, es incoherente y contradictoria.	Presenta solo la fórmula geométrica (áreas) que utilizará, no usa variables en la representación de cantidades desconocidas.	Usa una variable para representar el ancho de la vereda y la relaciona con los datos mediante la fórmula geométrica (áreas), llegando a plantear la ecuación. Realiza un dibujo donde se representan los datos.
<p><b>Ejecución</b> Resuelve la ecuación detallando los pasos de acuerdo a las condiciones del problema.  Desarrolla los procesos de acuerdo a la estrategia planificada, de manera secuencial y detallada.</p>	No ejecuta proceso alguno.	Ejecuta operaciones de tipo aritmético sin usar variables no llega a la respuesta final u obtiene una respuesta incorrecta.  Resuelve la ecuación aplicando operaciones algebraicas cometiendo errores de tipo aritmético o algebraico al inicio del proceso, obtiene una solución incorrecta o no concluye la resolución.	Ejecuta operaciones de tipo aritmético sin usar variables, suma y resta áreas y obtiene el resultado correcto.  Aplica los productos notables, reduce términos y obtiene de manera correcta la ecuación igualada a cero. No factoriza, aplica incorrectamente la fórmula general.	Resuelve la ecuación cuadrática aplicando operaciones productos notables y realizando la transposición correctamente. Aplica la fórmula general o la factorización para encontrar las raíces de la ecuación.
<p><b>Verificación</b> Reflexiona sobre el proceso resolutorio en los problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, interpretando y comprobando las soluciones.</p>	No presenta resultado alguno.	No verifica las soluciones, no les da contexto. Se limita a presentar ambas raíces sin redactar la respuesta.	Interpreta las soluciones de la ecuación, descartando la raíz negativa por estar fuera de contexto. No realiza la comprobación. Redacta la respuesta de acuerdo a lo solicitado en el problema con una aproximación a las décimas o centésimas.	Interpreta las soluciones de la ecuación, descartando la raíz negativa por estar fuera de contexto. Reemplaza el valor del ancho de la vereda utilizando una aproximación para la raíz positiva. Redacta la respuesta de acuerdo a lo solicitado en el problema con una aproximación a las décimas o centésimas.

## Rúbrica para calificar la pregunta N° 04

<b>Contenido:</b> Ecuación lineal contextualizada a rentas				
	<b>En inicio (0 punto)</b>	<b>En desarrollo (1 punto)</b>	<b>Competente (2 puntos)</b>	<b>Experto (3 puntos)</b>
<p><b>Comprensión del problema</b> Identifica la incógnita en problemas de ecuaciones de primer y segundo grado señalando los datos y la condición del problema.</p>	No responde la pregunta. Deja en blanco el espacio correspondiente	Identifica la incógnita del problema.	Identifica la incógnita y los datos del problema.	Identifica la incógnita, datos del problema y la condición que los relaciona.
<p><b>Planificación</b> Organiza una estrategia adecuada para la resolución de problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, especificando las operaciones, propiedades y/o fórmulas que utilizará.</p>	No presenta estrategia alguna.	La estrategia presentada no está organizada, es incoherente y contradictoria.	Relaciona los datos (N° de oficinas, alquiler de cada oficina e ingresos) mediante una ecuación. Realiza ensayos encontrando un patrón o ley de formación.	Relaciona los datos (N° de oficinas, alquiler de cada oficina e ingresos) mediante una ecuación. Encuentra un patrón o ley de formación. Expresa las cantidades desconocidas en función de una variable y modela la ecuación.
<p><b>Ejecución</b> Resuelve la ecuación detallando los pasos de acuerdo a las condiciones del problema.  Desarrolla los procesos de acuerdo a la estrategia planificada, de manera secuencial y detallada.</p>	No ejecuta proceso alguno.	Ejecuta operaciones de tipo aritmético sin usar variables no llega a la respuesta final u obtiene una respuesta incorrecta.  Resuelve la ecuación aplicando operaciones algebraicas cometiendo errores de tipo aritmético o algebraico al inicio del proceso, obtiene una solución incorrecta o no concluye la resolución.	Ejecuta operaciones de tipo aritmético sin usar variables, prueba con casos hasta encontrar la solución correcta.  Aplica los productos notables, reduce términos y obtiene de manera correcta una ecuación cuadrática igualada a cero. No factoriza, aplica incorrectamente la fórmula general.	Resuelve la ecuación cuadrática aplicando operaciones productos notables y realizando la transposición correctamente. Aplica la fórmula general o la factorización para encontrar las raíces de la ecuación.
<p><b>Verificación</b> Reflexiona sobre el proceso resolutivo en los problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, interpretando y comprobando las soluciones.</p>	No presenta resultado alguno.	No verifica las soluciones, no les da contexto. Se limita a presentar ambas raíces sin redactar la respuesta.	Opta por una solución y redacta la respuesta de acuerdo a lo solicitado en el problema. No comprueba la solución	Asume las soluciones como lógicas, no descarta ninguna. Realiza la comprobación con ambas soluciones. Redacta la respuesta de acuerdo a lo solicitado en el problema, señala que hay dos soluciones posibles.

<b>Rúbrica para calificar la pregunta N° 05</b>				
<b>Contenido:</b> Ecuación lineal contextualizada a situaciones diversas				
	<b>En inicio (0 punto)</b>	<b>En desarrollo (1 punto)</b>	<b>Competente (2 puntos)</b>	<b>Experto (3 puntos)</b>
<b>Comprensión del problema</b> Identifica la incógnita en problemas de ecuaciones de primer y segundo grado señalando los datos y la condición del problema.	No responde la pregunta. Deja en blanco el espacio correspondiente	Identifica la incógnita del problema.	Identifica la incógnita y los datos del problema.	Identifica la incógnita, datos del problema y la condición que los relaciona.
<b>Planificación</b> Organiza una estrategia adecuada para la resolución de problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, especificando las operaciones, propiedades y/o fórmulas que utilizará.	No presenta estrategia alguna.	La estrategia presentada no está organizada, es incoherente y contradictoria.	Iguala las opciones de pago sin usar variables.	Representa la incógnita con una variable y expresa la segunda opción de pago en términos de ésta. Plantea la ecuación igualando las opciones de pago.
<b>Ejecución</b> Resuelve la ecuación detallando los pasos de acuerdo a las condiciones del problema.  Desarrolla los procesos de acuerdo a la estrategia planificada, de manera secuencial y detallada.	No ejecuta proceso alguno.	Ejecuta operaciones de tipo aritmético sin usar variables no llega a la respuesta final u obtiene una respuesta incorrecta.	Ejecuta operaciones de tipo aritmético sin usar variables, prueba con diversos valores para el número de unidades vendidas hasta encontrar la solución correcta.	Resuelve la ecuación lineal, transpone términos y despeja la variable.
<b>Verificación</b> Reflexiona sobre el proceso resolutorio en los problemas con ecuaciones de primer y segundo grado, interpretando y comprobando las soluciones.	No presenta resultado alguno.	No verifica la respuesta, no le da contexto. Se limita a presentar el resultado numérico.	Interpreta la respuesta encontrada de acuerdo al contexto del problema. Redacta la respuesta de acuerdo a lo solicitado en el problema.  No realiza la comprobación de la solución en cada etapa del proceso	Interpreta la respuesta encontrada de acuerdo al contexto del problema. Presenta la comprobación de la solución en cada etapa del problema. Redacta la respuesta de acuerdo a lo solicitado en el problema.

## ANEXO 7: Registro de Notas

### REGISTRO DE NOTAS 2017 - II GRUPO EXPERIMENTAL

Resultados: método de Pólya													Resultados: Resolución de Problemas	
No	Fase1		Fase2		Fase3		Fase4		Pre test		Post test		Nota	
	Pre test	Post test	puntos	nota	puntos	nota	Pre test	Post test						
1	0	3	0	8	0	9	0	7	0	0	27	9	0	10
2	1	4	0	1	0	0	0	0	1	0	5	2	2	4
3	6	13	4	15	6	15	6	15	22	7	58	19	10	20
4	8	11	1	10	0	7	0	6	9	3	34	11	3	11
5	6	12	0	15	0	15	0	13	6	2	55	18	2	19
6	9	14	2	12	5	11	2	9	18	6	46	15	5	16
7	5	10	0	9	0	9	0	9	5	2	37	12	1	15
8	6	6	3	15	3	13	3	9	15	5	43	14	3	19
9	12	12	6	9	2	9	0	9	20	7	39	13	8	12
10	13	10	10	13	10	11	7	11	40	13	45	15	14	16
11	4	13	2	15	5	12	2	5	13	4	45	15	5	18
12	5	14	1	15	2	15	2	15	10	3	59	20	2	20
13	8	11	0	10	0	12	0	12	8	3	45	15	3	17
14	8	10	0	9	0	9	0	6	8	3	34	11	3	10
15	7	10	4	14	0	14	0	11	11	4	49	16	3	19
16	6	11	2	15	0	15	0	13	8	3	54	18	3	20
17	3	5	0	4	0	5	0	6	3	1	20	7	2	9
18	7	7	0	4	0	0	0	0	7	2	11	4	4	8
19	12	11	1	12	0	12	0	8	13	4	43	14	3	15
20	3	7	1	5	0	1	0	0	4	1	13	4	1	7
21	14	10	4	13	3	12	3	10	24	8	45	15	8	17
22	6	8	0	4	0	1	0	0	6	2	13	4	2	4
23	3	7	0	3	0	3	0	0	3	1	13	4	3	7
24	2	8	0	2	0	3	0	3	2	1	16	5	1	8
25	6	9	0	10	0	12	0	7	6	2	38	13	3	15
26	3	12	0	15	0	14	0	11	3	1	52	17	2	19
27	6	10	1	10	0	6	0	1	7	2	27	9	2	8
28	4	11	0	6	0	4	0	3	4	1	24	8	2	11
29	8	12	7	15	7	15	8	15	30	10	57	19	12	20
30	1	2	0	5	0	4	0	3	1	0	14	5	1	5
31	8	12	3	15	2	13	2	11	15	5	51	17	5	17
32	10	10	0	9	0	7	0	2	10	3	28	9	4	10
33	0	10	0	14	0	14	0	15	0	0	53	18	0	19
34	10	11	0	12	0	12	0	9	10	3	44	15	5	15
35	7	11	2	9	0	9	0	9	9	3	38	13	3	14
36	2	6	1	8	0	7	0	2	3	1	23	8	2	4
37	5	11	0	7	0	4	0	3	5	2	25	8	3	11
38	5	9	2	8	1	9	1	6	9	3	32	11	2	13

39	13	14	6	15	7	14	8	15	34	11	58	19	13	20
40	11	12	3	12	1	12	1	9	16	5	45	15	5	16
41	4	9	1	9	0	9	0	6	5	2	33	11	1	11
42	8	9	0	3	0	2	0	0	8	3	14	5	4	3
43	4	9	4	3	1	0	0	0	9	3	12	4	3	4
44	10	12	2	5	0	0	0	0	12	4	17	6	4	5
45	10	14	6	14	2	14	0	15	18	6	57	19	8	20
46	12	10	4	7	1	2	0	0	17	6	19	6	7	6
47	10	12	1	15	2	15	1	15	14	5	57	19	5	20
48	4	10	0	9	0	9	0	8	4	1	36	12	1	11
49	4	8	0	10	0	6	0	6	4	1	30	10	2	10
50	0	12	0	15	0	15	0	15	0	0	57	19	0	4
51	11	11	1	14	3	12	3	12	18	6	49	16	7	18
52	5	8	1	6	0	2	0	0	6	2	16	5	3	4
53	8	10	1	10	0	8	0	6	9	3	34	11	3	12
54	3	12	0	9	0	9	0	9	3	1	39	13	2	14
55	11	10	0	9	0	9	0	9	11	4	37	12	5	14
56	5	15	2	6	0	8	0	3	7	2	32	11	2	12
57	9	9	0	5	0	1	0	0	9	3	15	5	4	5
58	2	12	0	12	0	12	0	12	2	1	48	16	2	16
59	9	12	0	15	0	15	0	15	9	3	57	19	3	20
60	7	2	0	5	0	3	0	0	7	2	10	3	2	6
61	12	9	0	10	0	6	0	6	12	4	31	10	4	11
62	2	12	0	15	0	14	0	12	2	1	53	18	2	18
63	12	13	4	15	5	14	6	12	27	9	54	18	10	18
64	12	5	0	1	0	0	0	0	12	4	6	2	4	1
65	8	13	1	14	3	12	3	12	15	5	51	17	6	16
66	10	13	4	13	2	12	0	12	16	5	50	17	4	15
67	13	12	2	13	1	11	0	9	16	5	45	15	5	15
68	13	12	0	9	0	6	0	6	13	4	33	11	5	11
69	7	11	1	6	0	3	0	3	8	3	23	8	3	7
70	10	15	2	14	6	12	6	12	24	8	53	18	8	17
71	1	7	0	11	2	6	2	6	5	2	30	10	3	13
72	10	12	1	11	0	9	0	9	11	4	41	14	4	14
73	5	14	3	12	6	9	0	7	14	5	42	14	6	14
74	5	11	0	12	0	9	0	2	5	2	34	11	2	13
75	10	15	2	15	3	15	1	15	16	5	60	20	6	20
76	11	11	0	4	0	3	0	0	11	4	18	6	5	7
77	4	10	1	3	0	2	0	3	5	2	18	6	4	5
78	6	15	0	11	0	8	0	6	6	2	40	13	2	12
79	11	11	0	9	0	8	0	2	11	4	30	10	3	11
80	10	14	1	12	3	12	2	12	16	5	50	17	7	17
81	12	10	0	11	0	9	0	8	12	4	38	13	4	12
82	11	11	2	15	0	15	0	15	13	4	56	19	2	20

**REGISTRO DE NOTAS 2017 - II GRUPO CONTROL**

<b>Resultados: Resolución de Problemas</b>		
<b>No</b>	<b>Pre test</b>	<b>Post test</b>
1	3	0
2	6	4
3	8	17
4	3	3
5	4	5
6	6	9
7	2	2
8	3	2
9	5	11
10	4	8
11	8	12
12	3	2
13	1	2
14	2	2
15	4	5
16	7	12
17	5	3
18	10	20
19	5	11
20	12	11
21	1	0
22	3	8
23	0	0
24	2	2
25	4	6
26	4	2
27	2	0
28	6	9
29	5	12
30	3	12
31	1	2
32	2	3
33	7	15
34	1	0
35	4	4
36	5	4
37	1	1
38	3	4
39	2	2
40	7	11
41	4	4

**Resultados: Resolución de Problemas**

42	3	5
43	1	2
44	5	2
45	8	3
46	7	15
47	7	7
48	4	10
49	5	8
50	1	12
51	3	6
52	4	5
53	4	5
54	6	16
55	2	7
56	5	12
57	0	0
58	5	0