



**Universidad  
Continental**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EMPRESA**

Escuela Académico Profesional de  
Administración y Negocios Internacionales

Tesis

**Análisis de la eficiencia y productividad de  
los aeropuertos de Perú y Chile entre los  
años 2014 y 2015**

**Jimmy Alberth Deza Quispe**

Huancayo, 2019

Para optar el Título Profesional de  
Licenciado en Administración y Negocios Internacionales



Repositorio Institucional Continental  
Tesis digital



Obra protegida bajo la licencia de [Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/peru/)

## **Agradecimientos**

A la paciencia y oportuna ayuda de mi asesor, a la Dra. Claudia Ríos Cataño por su apoyo cuando se gestaba el proyecto, así como al Mag. Ybnias Grijalva por sus oportunas apreciaciones.

## **Dedicatoria**

A mis padres por su incondicional apoyo desde siempre

## Tabla de Contenidos

<b>Tabla de Contenidos</b> .....	ii
<b>Lista de Tablas</b> .....	vi
<b>Lista de Figuras</b> .....	vii
<b>Resumen Ejecutivo</b> .....	viii
<i>Abstract</i> .....	ix
Capítulo I: Introducción.....	1
1.1. Planteamiento y Formulación del Problema de la Investigación.....	1
1.1.1. Problemas de la Investigación.....	2
1.1.1.1. Problema General.....	2
1.1.1.2. Problemas Específicos .....	2
1.1.2. Objetivos de la Investigación .....	3
1.1.2.1. Objetivo General .....	3
1.1.2.2. Objetivos Específicos.....	3
1.1.3. Justificación e Importancia de la Investigación .....	3
1.1.3.1. Justificación Teórica .....	3
1.1.3.2. Justificación Metodológica .....	3
1.1.3.3. Justificación Política .....	4
1.2. Marco Teórico /Marco Conceptual.....	4
1.2.1. Variables, Herramienta, Teoría. ....	4
1.2.1.1. Variable Independiente. ....	4

1.2.1.2. Variables Dependiente .....	7
1.3. Definiciones Operacionales .....	12
1.3.1. Eficiencia.....	12
1.3.2. Eficiencia Técnica Global .....	12
1.3.3. Eficiencia Técnica Pura.....	12
1.3.4. Eficiencia de Escala .....	13
1.3.5. Índice de Malmquist.....	13
1.4. Supuestos, Delimitaciones y Limitaciones de la Investigación .....	13
1.4.1. Delimitaciones.....	13
1.4.2. Limitaciones .....	14
1.5. Hipótesis de la Investigación .....	15
1.5.1. Hipótesis General .....	15
1.5.2. Hipótesis Específicas .....	15
Capítulo II: Revisión de la Literatura .....	16
2.1. La Revisión de Literatura.....	16
2.1.1. Eficiencia.....	16
2.1.2. Técnicas de medición de la eficiencia.....	16
2.1.3. Modelos Econométricos.....	17
2.1.4. Modelos de Programación Matemática.....	17
2.1.5. Análisis Envolvente de Datos .....	18
2.1.6. CCR con orientación a entradas .....	23

2.1.7. CCR con orientación a las salidas .....	28
2.1.8. BCC orientado a la entrada .....	34
2.1.9. BCC orientado a las salidas.....	39
2.1.10. Eficiencia de Escala .....	43
2.1.11. Productividad .....	44
2.1.12. La teoría Económica .....	45
2.1.13. La teoría de los números índices .....	47
2.1.14. Índice de Tornqvist .....	48
2.1.15. Índice de Fisher .....	49
2.1.16. Índice de Malmquist.....	51
2.2. Antecedentes .....	66
Capítulo III: Metodología .....	72
3.1. Método y Diseño de la Investigación.....	72
3.1.1. Método específico .....	72
3.1.2. Diseño de Investigación .....	73
3.2. Población y Características de la Muestra .....	73
3.3. Instrumentación, Confiabilidad y Validez .....	74
3.4. Recolección y Análisis de Datos.....	81
Capítulo IV: Presentación y Discusión de Resultados.....	82
4.1. Perfil de los Informantes .....	82
4.2. Presentación, Contrastación y Discusión de Resultados.....	83

4.3. Prueba de Hipótesis.....	92
4.4. Discusión de resultados.....	94
<b>Conclusiones, Recomendaciones y Sugerencias .....</b>	<b>97</b>
Conclusiones .....	97
Recomendaciones .....	99
Sugerencias .....	104
<b>Referencias.....</b>	<b>105</b>
Apéndice A .....	111
Apéndice B.....	112
Apéndice C.....	113
Apéndice D .....	114

**Lista de Tablas**

Tabla 1 .....	5
Tabla 2 .....	6
Tabla 3 .....	83
Tabla 4 .....	84
Tabla 5 .....	84
Tabla 6 .....	86
Tabla 7 .....	87
Tabla 8 .....	87
Tabla 9 .....	87
Tabla 10 .....	88
Tabla 11 .....	88

**Lista de Figuras**

<i>Figura 1.</i> Esquema del marco teórico .....	16
<i>Figura 2.</i> CCR orientado a la entrada (Villa, 2003) .....	28
<i>Figura 3.</i> CCR orientado a la salida (Villa, 2003).....	33
<i>Figura 4.</i> BCC orientado a las entradas (Villa, 2003) .....	37
<i>Figura 5.</i> BCC orientado a las salidas. (Villa, 2003).....	41
<i>Figura 6.</i> Índice de Malmquist (Arimón y Torello, 1997) .....	52

## **Resumen Ejecutivo**

El objeto de la investigación fue comparar la eficiencia y productividad de 28 aeropuertos peruanos y chilenos durante los años 2014 y 2015. Se usó el análisis envolvente de datos y el Índice de Malmquist. Las variables de entrada fueron el área del terminal de pasajeros y área de plataforma mientras que las salidas fueron los pasajeros y el movimiento aeronáutico. El estudio mostró que no existieron diferencias significativas entre los aeropuertos regionales de ambos países durante los años estudiados.

### *Abstract*

The investigation main purpose was to compare efficiency and productivity between 28 Peruvian and Chilean airports from 2014 to 2015. Data envelopment analysis and Malmquist Index were used. Inputs variables were passengers terminal area and aircraft operation area while the outputs variables were passengers and aircraft movements. The analysis showed that there was not significative difference in efficiency and productivity between the airports of those countries in the studied period.

## Capítulo I: Introducción

### 1.1. Planteamiento y Formulación del Problema de la Investigación

Tanto Perú como Chile comparten historias en común, ambas naciones fueron dominios coloniales del Reino de España hasta el siglo XIX, a partir de allí, formaron rumbos diferentes que justifican la actualidad de los mismos. Es en años recientes que ambas naciones han desarrollado una carrera por convertirse en países de primer mundo; por un lado, Chile, mediante la constitución de 1980 impuesta por el General Augusto Pinochet Ugarte ha logrado expandir exponencialmente su economía, esto a la postre le ha permitido a Chile ingresar a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, en adelante OCDE, convirtiéndose en el miembro número 31 y el segundo dentro de los países latinoamericanos en lograrlo (Sáez, 2010); por otro lado, Perú, luego de años sombríos, comenzó esta carrera a finales del siglo XX, aspirando al día de hoy ingresar como miembro activo a la OCDE, para lo cual ha iniciado reformas que le permitan entrar a este selecto grupo de países (Redacción Economía, 2017). Hay que tener en cuenta que ser miembro de la OCDE implica cumplir con estándares en materia de economía, desarrollo, gobernanza, sustentabilidad, sociedad, finanzas e innovación (Sáez, 2010), en ello, la competitividad es un eje fundamental entre los miembros de la organización. A partir de lo descrito, y de acuerdo la OCDE (2014), la logística es un factor importante para el desarrollo y la competitividad. Dentro de numerosos componentes que mejoran el desempeño logístico, uno que se resalta es la infraestructura; una mejor infraestructura permitirá mejores servicios y aumentará la productividad siempre en cuando se realicen de manera eficiente (Sánchez, 2008). En este sentido, Loayza (2011), afirma que un componente de la productividad es la eficiencia debido a que no existirían mejoras de la productividad si es que no hay una distribución y uso eficiente de los recursos productivos.

Analizando el cohorte de los años 2014 y 2015, se observa que la infraestructura juega un rol importante en la competitividad. De acuerdo al informe *World Competitiveness Report*

del Foro Económico Mundial [*World Economic Forum*] (2015), durante los años mencionados, Chile ha ocupado el puesto 33 en materia de competitividad mientras que el Perú ha obtenido un modesto puesto 65. En razón que el puntaje en infraestructura Chile se ha mantenido en el puesto 49 mientras que el Perú en un preocupante puesto 88. Consecuentemente, Chile, en infraestructura aeroportuaria, tiene un meritorio puesto 45, mientras que el Perú ocupa el puesto 89, (*World Economic Forum*, 2015). Por lo tanto, es posible observar que la infraestructura aeroportuaria influye en la competitividad debido a que mejora el desempeño logístico; es así que es conveniente plantearse si la eficiencia y productividad de la infraestructura aeroportuaria tanto de Perú y Chile muestran la misma tendencia que muestra el indicador de competitividad. Sin embargo, debido a que ambas naciones concentran gran cantidad de sus operaciones aéreas comerciales en sus respectivas capitales esto genera que se produzca un fenómeno llamado “outlier” o valor atípico el cual de acuerdo a Aggarwal (2017) es un dato significativamente diferente del resto de los datos. Consecuentemente, estos datos en los análisis de eficiencia y productividad causan distorsiones en la medición de la eficiencia relativa, y por ende en la posterior evolución de la productividad, por lo que es necesario removerlos (Boyd, Docken y Ruggiero, 2016). Por lo tanto, al aislar los valores que para este estudio son atípicos, nos queda analizar y comparar cómo se ha manifestado la eficiencia relativa y la productividad en los aeropuertos regionales comerciales del Perú y Chile durante los años 2014 y 2015.

### **1.1.1. Problemas de la Investigación**

#### ***1.1.1.1. Problema General***

¿Cómo fue la eficiencia y productividad entre los aeropuertos regionales de Perú y Chile entre los años 2014 y 2015?

#### ***1.1.1.2. Problemas Específicos***

- ¿Cómo fue la eficiencia relativa entre los aeropuertos de Perú y Chile en el año 2014?

- ¿Cómo fue la eficiencia relativa entre los aeropuertos de Perú y Chile en el año 2015?
- ¿Cómo fueron los cambios en la productividad total de los factores entre los aeropuertos de Perú y Chile en los años 2014 y 2015?

### **1.1.2. Objetivos de la Investigación**

#### ***1.1.2.1. Objetivo General***

Determinar la eficiencia y productividad entre los aeropuertos de Perú y Chile entre los años 2014 y 2015

#### ***1.1.2.2. Objetivos Específicos***

- Calcular la eficiencia relativa entre los aeropuertos de Perú y Chile en el año 2014.
- Conocer la eficiencia relativa entre los aeropuertos de Perú y Chile en el año 2015.
- Conocer los cambios en la productividad entre los aeropuertos de Perú y Chile en los años 2014 y 2015.

### **1.1.3. Justificación e Importancia de la Investigación**

La presente investigación brindará resultados de eficiencia relativa y productividad en aeropuertos peruanos y chilenos que permitirá obtener una visión más objetiva sobre si existe una brecha tanto en eficiencia como en productividad entre los aeropuertos peruanos y el benchmarking regional que es Chile.

#### ***1.1.3.1. Justificación Teórica***

La presente investigación surge a raíz de la inexistencia de investigaciones recientes que aborden la eficiencia aeroportuaria exclusivamente en aeropuertos peruanos y chilenos. Consecuentemente, la presente investigación busca complementar las investigaciones preliminares de eficiencia aeroportuaria orientándolo a una comparación entre dos países vecinos.

#### ***1.1.3.2. Justificación Metodológica***

El método a usarse en la investigación viene a ser el método científico. El procedimiento constituirá en recolectar mediante el instrumento datos de aeropuertos peruanos y chilenos que cumplan con las condiciones de la investigación. Estos datos serán tanto de variables de entrada como de salida. Posteriormente, mediante el modelo paramétrico DEA y el Índice de Malmquist se procesarán para obtener los resultados de eficiencia y productividad que busca el estudio.

### ***1.1.3.3. Justificación Política***

Los resultados de la investigación tendrán la posibilidad de permitir a las autoridades de aviación del Perú tomar decisiones sustentadas sobre la administración de los aeropuertos en beneficio del país.

## **1.2. Marco Teórico /Marco Conceptual**

### **1.2.1. Variables, Herramienta, Teoría.**

#### ***1.2.1.1. Variable Independiente.***

Aeropuertos.

De acuerdo a la Universidad Autónoma de México (s.f.) un aeródromo viene a ser “un área de tierra o de agua adaptada y destinada total o parcialmente a la llegada, salida y movimiento en superficie de las aeronaves” (p. 2). Asimismo, la misma universidad define a un aeropuerto como un

“aeródromo civil de servicio público que cuenta con instalaciones y servicios adecuados para la recepción y despacho de aeronaves, en el cual se proporciona servicio para la operación segura y eficiente de las mismas y es ahí donde se efectúa, el intercambio de pasajeros y carga, entre los medios de transporte.” (p. 2)

De acuerdo a la citada fuente, todo aeropuerto se distingue porque divide sus operaciones en tres partes sistemáticas que vienen a ser: (a) lado aire, debido a que se aboca a las necesidades de las aeronaves, dentro de los elementos físicos destinados a satisfacer estas

necesidades se encuentran las calles de rodaje, los aparcamientos, las pistas de aterrizaje/despegue y la plataforma, toda operación del lado aire se maneja desde el centro de control encargado de dirigir y controlar el tránsito aéreo circundante al aeropuerto; (b) lado tierra, donde se encuentra la terminal de pasajeros y de carga aérea, los puentes y puertas de embarque, los accesos, y todos los servicios ligados a satisfacer las necesidades del usuario; y (c) zona industrial, donde se encuentra el almacenamiento de combustibles, repuestos de aeronaves, hangares y otros elementos accesorios indispensables para el funcionamiento de las aeronaves..

Asimismo, de acuerdo a la Organización de Aviación Civil (2016), los aeropuertos se clasifican de manera alfanumérica; los números del 1 al 4 hacen referencia a la longitud de pista necesaria para el despegue de la aeronave, mientras que las letras de la A hasta la F indican la envergadura de la aeronave y la distancia externa del tren de aterrizaje. El código de clasificación final determina qué tipo de aeronave puede atender de manera segura el aeropuerto. Este código va de manera ascendente siendo el número 1 y la letra A (1A) indicativos a aeronaves que precisan una longitud de pista pequeña para despegar y aterrizar de manera segura, y que a la par tienen una envergadura considerada pequeña así como una distancia externa del tren de aterrizaje estrechas los cuales son propiedades de aeronaves pequeñas. De manera sucesiva, conforme avance el número y la letra irá incrementando el tamaño de la aeronave que el aeropuerto pueda servir tal como se puede apreciar en la Tabla 1.

Tabla 1

*Clasificación de aeropuertos según OACI*

Código elemento 1		Código elemento 2		
Código numérico	Longitud del campo de referencia del avión	Letra de clave	Envergadura del avión	Distancia del tren de aterrizaje
1	Menos de 800 metros	A	Hasta 15 metros	Hasta 4.5 metros
2	De 800 hasta 1200 metros	B	De 15 hasta 24 metros	De 4.5 hasta 6 metros

3	De 1200 hasta 1800 metros	C	De 24 hasta 36 metros	De 6 hasta 9 metros
4	De 1800 en adelante	D	De 36 hasta 52 metros	De 9 hasta 14 metros
		E	De 52 hasta 65 metros	De 9 hasta 14 metros
		F	De 65 hasta 80 metros	De 14 hasta 16 metros

**Fuente: OACI (2013)**

Los aeropuertos también pueden tener la denominación de internacionales o regionales. De acuerdo a la Administración Federal Aeronáutica de los Estados Unidos de América (2016), un aeropuerto internacional es aquel que se encuentra generalmente entre los números tres y cuatro del cuadro de clasificación de la Organización de Aviación Civil, asimismo, el aeropuerto deberá contar con instalaciones propicias para atender vuelos de carga y de pasajeros internacionales tales como servicios de aduanas, centros de migración, control de carga y equipajes, controles sanitarios y fitosanitarios entre otros servicios que facilitan el correcto transporte de personas y carga (Universidad Autónoma de México, s.f.). La tabla 2 muestra la clasificación de aeropuertos de acuerdo a diversos autores.

Tabla 2

*Clasificación de aeropuertos según OACI*

Autor	Denominación	Descripción
Oum, Adler y Yu (2006)	Operador agencia del gobierno o departamento	Los aeropuertos son bienes públicos cuyo manejo recae en dependencias estatales como ministerios, departamentos o secretarías.
	Operador mixto con participación privada mayoritaria	La compañía operadora suma capitales tanto públicos y privados, sin embargo, el accionariado mayoritario es privado.
	Operador mixto con participación pública mayoritaria	La compañía operadora suma capitales tanto públicos y privados. Sin embargo, el accionariado mayoritario es del estado.

	Autoridad aeroportuaria o concesionario	La autoridad puede ser una asociación civil, una organización no gubernamental, una empresa privada o una autoridad autónoma estatal.
	Autoridad Aeroportuaria Internacional	Gobiernos asociados pueden establecer una autoridad aeroportuaria común.
	Empresa Estatal	El gobierno forma una empresa estatal donde el 100% de la participación accionaria está en manos del estado.
Gillen (2011)	Propiedad Privada	El aeropuerto es propiedad de una empresa privada, así como su administración.
	Organizaciones sin fines de lucro	Organizaciones no gubernamentales que se encargan de la administración del aeropuerto
Perelman & Serebrisky (2012)	Aeropuertos administrados por operadores privados	Operador mixto con participación privada mayoritaria Autoridad aeroportuaria o concesionario privado Aeropuertos privados Operadores sin fines de lucro
	Aeropuertos administrados por operadores públicos	Operador agencia del gobierno o departamento Operador mixto con participación pública mayoritaria Empresa Estatal Autoridad Aeroportuaria Internacional

---

Fuente: Oum, Adler y Yu (2006); Gillen (2011); Perelman & Serebrisky (2012)

### 1.2.1.2. Variables Dependiente

Eficiencia

#### Modelo BCC con orientación a las salidas

El modelo BCC con orientación a las salidas se expresará de la siguiente manera:

$$\text{Max } \gamma, \lambda, S_{i-}, S_{r+} \quad h_o = \gamma \cdot \sigma - \varepsilon [\sum_{i=1}^m S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+}] \quad (\text{Ecuación 1.1})$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot X_{ij} + S_{i-} = X_{io} \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot Y_{rj} - S_{r+} = Y_{ro} \cdot \gamma_o \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j, S_{i-}, S_{r+} \geq 0 \quad \forall j: 1; 2 \dots n$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$S_{i-}$ : variable de holgura de entrada

$S_{r+}$ : variable de holgura de salida

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

$\lambda_j$ : vector de pesos  $n \times 1$  es decir, la intensidad de la unidad  $j$ . Se denota  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$

$\gamma_o$ : denota la puntuación de eficiencia de la unidad observada ó DMU $_o$

En el modelo primal *BCC* orientado a las salidas se añade la restricción adicional  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$  la que obliga a la DMU $_o$  a compararse con DMU $_j$  que sean de su tamaño en lo que respecta a la magnitud de entradas y salidas.

Por consiguiente, el modelo dual de *BCC* orientada a las salidas viene a expresarse de la siguiente manera.

$$\text{Min}_{u, v} h_o = \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io} - \beta o \quad (\text{Ecuación 1.2})$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{rj} - \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{ij} \leq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro} = 1$$

$$U_r, V_i \geq \varepsilon \quad \forall r: 1; 2 \dots s \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

*Donde:*

*h<sub>o</sub>: función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia*

*s: número de salidas consideradas*

*m: número de entradas consideradas*

*Y<sub>rj</sub>: salida r-ésima de la DMU j-ésima*

*X<sub>ij</sub>: entrada i-ésima de la DMU j-ésima*

*Y<sub>ro</sub>: salida r-ésima de la DMU<sub>o</sub> [observada]*

*X<sub>io</sub>: entrada i-ésima de la DMU<sub>o</sub> [observada]*

*V<sub>i</sub>: ponderaciones de entradas, solución del programa*

*U<sub>r</sub>: ponderaciones de salidas, solución del programa*

*ε: número real y positivo, comúnmente 10<sup>-6</sup>*

*β<sub>o</sub>: variable que permite identificar retornos a escala*

Cabe señalar que el modelo *BCC* orientado a las salidas es invariante respecto a las traslaciones radiales de entradas [ya que no existen modificaciones radiales sobre ellas, pero sí pueden existir modificaciones rectangulares] e invariante frente a las unidades de medida de las salidas debido a que cambiando la escala a cuál sean las dimensiones de las salidas, la solución permanecerá constante (Villa, 2003)

### **Índice de Malmquist**

El Índice de Malmquist fue propuesto por Caves, Christensen y Diewert en 1982 en el cual se construye índices a partir de funciones distancia; que fueron introducidas por Malmquist en 1953. Estos índices pueden ser utilizados tanto para el análisis de eficiencia, como en el análisis de productividad puesto que la combinación de esas funciones distancia permiten la

construcción de índices que pueden ser interpretados como variaciones en la *PTF* (Delfín y Navarro, 2014). Las mismas deben de cumplir con la propiedad de proporcionalidad la cual dicta que (a) si la producción se incrementa de un periodo a otro es decir los periodos  $t$  y  $t+1$ , donde el consumo de entradas es constante, entonces el índice debe incrementarse en similar proporción, (b) en caso que la producción se reduzca de un periodo a otro, donde el consumo de entradas es constante, entonces el índice debe reducirse en similar proporción; caso contrario, este permanecerá inalterado [el índice será la unidad] (Parra, 2004)..

Caves et al citado en Delfín y Navarro (2014) define el índice como:

$$M(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \left[ \left( \frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t)} \right) \left( \frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^{t+1}(x^t, y^t)} \right) \right]^{1/2} \quad (\text{Ecuación 1.3})$$

Donde:

$d^t$ : distancia en el periodo  $t$

$d^{t+1}$ : distancia en el periodo  $t+1$

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

Fare, Grosskopf, Lindgren y Ross descomponen el Índice como el producto del cambio en la eficiencia y el cambio tecnológico [ $M = \Delta CE \cdot \Delta CT$ ] (Zofio, 2007), es decir:

$$M(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t)} \left[ \frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D^t(x^t, y^t)}{D^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2}$$

(Ecuación 1.4)

Donde:

$d^t$ : distancia en el periodo  $t$

$d^{t+1}$ : distancia en el periodo  $t+1$

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

$\Delta CE$ : Cambio en la eficiencia técnica, se expresa:  $\frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t)}$

$\Delta CT$ : Cambio en el progreso tecnológico, se expresa:  $\left[ \frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D^t(x^t, y^t)}{D^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2}$

Fare, Grosskopf, Norris y Zhang en 1994, descomponen el Índice de Malmquist como el producto del cambio en la eficiencia técnica pura [ $\Delta CP$ ], cambios en la eficiencia de escala [ $\Delta CS$ ] y cambio tecnológico [ $\Delta CT$ ], ; es decir [ $M = \Delta CE \cdot \Delta CT$ ] (Delfín y Navarro, 2014) Es decir:

$$M(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^t(x^t, y^t)} \left( \frac{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D_{BCC}^t(x^t, y^t)}{D_{CCR}^t(x^t, y^t)} \right) \left[ \frac{D_{CCR}^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D_{CCR}^t(x^t, y^t)}{D_{CCR}^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2}$$

(Ecuación 1.5)

Donde:

$\Delta CP^{t:t+1}$ : Cambio en la eficiencia técnica pura, se expresa:  $\frac{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^t(x^t, y^t)}$

$\Delta CS^{t:t+1}$ : Cambio en la eficiencia de escala, se expresa:  $\left( \frac{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D_{BCC}^t(x^t, y^t)}{D_{CCR}^t(x^t, y^t)} \right)$

$\Delta CT^{t:t+1}$ : Cambio en el progreso tecnológico, se expresa:  $\left[ \frac{D_{CCR}^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D_{CCR}^t(x^t, y^t)}{D_{CCR}^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2}$

Por lo tanto, la eficiencia técnica global [ $ET$ ] será el producto de la eficiencia de escala [ $SE$ ] y la eficiencia técnica pura [ $EP$ ]; es decir:

$$ET = SE \cdot EP \quad (\text{Ecuación 1.6})$$

En consecuencia, los cambios en la eficiencia técnica global [ $\Delta CE$ ] será el producto de los cambios en la eficiencia técnica pura [ $\Delta CP$ ] y la eficiencia de escala [ $\Delta CS$ ], por lo que  $\Delta CE = \Delta CP \cdot \Delta CS$ . Es decir:

$$\Delta CE^{t,t+1} = \frac{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^t(x^t, y^t)} \left( \frac{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D_{BCC}^t(x^t, y^t)}{D_{CCR}^t(x^t, y^t)} \right) \quad (\text{Ecuación 1.7})$$

Cuando se aplica el Análisis Envolvente de Datos al índice de Malmquist con el fin de obtener variaciones de productividad al usar el mismo panel de datos que en DEA, se tendrá lo siguiente:

$$M(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \left[ \frac{D_{0,CCR}^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{0,CCR}^t(x^t, y^t)} \frac{D_{0,CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{0,CCR}^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (\text{Ecuación 1.8})$$

### 1.3. Definiciones Operacionales

#### 1.3.1. Eficiencia

La eficiencia implica el uso mínimo posible de recursos para la producción propuesta ya sea produciendo lo máximo posible con los recursos dados o al usar la mínima cantidad de entrada requerida por la producción (Fried, Knox y Schmidt, 2008). Es posible cuantificar la eficiencia mediante técnicas econométricas y de programación lineal. Los modelos tanto econométricos, a excepción del modelo de los precios ocultos, como de programación lineal implican la construcción de una frontera de eficiencia que nace de la mejor combinación posible de los recursos y producción de la *DMU* que al ser comparadas con otras determinan si la *DMU* es eficiente o no. El número 1, o superior, indicará que la *DMU* está en la frontera de eficiencia, mientras que cualquier puntuación menor a la unidad indicará que no se encuentra en la misma.

#### 1.3.2. Eficiencia Técnica Global

La eficiencia técnica global parte de los resultados del modelo CCR por sus creadores *Charnes, Cooper y Rhodes*. La eficiencia técnica global permite conocer a la o las *DMU* de mayor productividad de entre todas las unidades posibles las que serían consideradas eficientes (Villa, 2003). Las *DMU* eficientes a su vez operarían con Retornos a Escala Constantes o *CRS* el cual es acrónimo de *Constant Returns to Scale*.

#### 1.3.3. Eficiencia Técnica Pura

La eficiencia técnica pura parte de los resultados del modelo BCC por sus creadores *Banker, Charnes y Cooper*. A diferencia de la eficiencia técnica global, la eficiencia técnica

pura obtiene los resultados a partir de la frontera de eficiencia construida y comparada con los DMU de su mismo tamaño o magnitud al tener una restricción adicional que le da esa potestad (Lin, 2013). Las *DMU* eficientes podrían operar con Retornos a Escala Variables o *VRS* el cual es acrónimo de *Variable Returns to Scale*.

#### **1.3.4. Eficiencia de Escala**

La eficiencia de escala es la razón entre la eficiencia técnica global y la eficiencia técnica pura. Si el resultado es igual a uno, indicará que la *DMU* está trabajando con rendimientos constantes a escala y que trabaja en *most productive scale size* o tamaño de escala más productivo. En caso sea diferente a la unidad, indicará que la *DMU* esté operando con retornos crecientes o decrecientes a escala. (Thanassoulis, Portela y Despic en Fried et al, 2003)

#### **1.3.5. Índice de Malmquist**

El índice de Malmquist muestra las variaciones de la productividad entre las *DMU* en distintos periodos de tiempo; cuando la puntuación es mayor a 1 se considera que la *DMU* ha aumentado en su productividad; cuando la puntuación es menor a 1 se considera que la *DMU* ha disminuido en su productividad; finalmente, cuando la puntuación es igual a la unidad, se considera que en la *DMU* no ha existido variación en la productividad. Este índice se descompone principalmente de la variación en la eficiencia de escala y la variación en el progreso tecnológico. Por lo tanto, el producto de la variación en la eficiencia de escala y la variación del progreso tecnológico darán como resultado el Índice de Malmquist. (Delfín y Navarro, 2014)

### **1.4. Supuestos, Delimitaciones y Limitaciones de la Investigación**

#### **1.4.1. Delimitaciones**

Debido a la disponibilidad de datos de los operadores de aeropuertos, se ha delimitado el análisis de datos de la investigación a los años 2014 y 2015, dado que en estos años tanto en

los aeropuertos regionales de Chile como de Perú se ha podido encontrar datos confiables necesarios para el estudio.

Asimismo, sólo se han considerado los aeropuertos que han mantenido durante los 24 meses del periodo de tiempo analizado operaciones de manera ininterrumpida; es decir, aquellos aeropuertos que por motivos endógenos o exógenos han suspendido operaciones en algún momento del periodo analizado fueron excluidos. Asimismo, tal y como se detalló en la introducción los aeropuertos de Lima y Santiago de Chile fueron excluidos por contener datos *outliers*.

#### **1.4.2. Limitaciones**

En los aeropuertos peruanos la información proporcionada libremente por parte de la Corporación Peruana de Aviación Comercial [en adelante, CORPAC] a pesar de brindar información precisa en cuanto a los pasajeros procesados, movimiento de aeronaves y carga procesada es desactualizada en lo que se refiere a la información concerniente a la infraestructura de los aeropuertos en su poder por lo que se tuvo que recurrir a otras fuentes para poder recabar esa información. Asimismo, el operador privado Aeropuertos Andino del Perú no brinda en lo absoluto ninguna información sobre la infraestructura de sus aeropuertos en su poder por lo que de igual manera se tuvo que recopilar información por otras fuentes. Sólo el operador Aeropuertos del Perú sí ofreció las facilidades del caso. En el caso de los aeropuertos de Chile, la Dirección General de Aeronáutica Civil [en adelante, DGAC], la cual es la autoridad aeroportuaria en Chile, no brinda información sobre los movimientos aeroportuarios de ningún aeropuerto chileno ni acerca de la infraestructura de los mismos. A pesar de ello, la Junta Aeronáutica Civil sí recopila información precisa del movimiento aeronáutico de la totalidad de aeropuertos con movimiento comercial de Chile. A diferencia del Perú, cada aeropuerto concesionado chileno tiene un operador aeroportuario autónomo los cuales difieren en la política de brindar información concerniente a la infraestructura de sus

concesiones. Por lo que se recurrió a las publicaciones actualizadas del Ministerio de Obras Públicas del Gobierno de Chile para recabar la información necesaria para ese fin.

## **1.5. Hipótesis de la Investigación**

### **1.5.1. Hipótesis General**

- Existe diferencia en la eficiencia y productividad entre los aeropuertos regionales del Perú y los aeropuertos regionales de Chile entre los años 2014 y 2015.

### **1.5.2. Hipótesis Específicas**

- Existe diferencia en la eficiencia entre los aeropuertos regionales del Perú y los aeropuertos regionales de Chile en el año 2014.
- Existe diferencia en la eficiencia entre los aeropuertos regionales del Perú y los aeropuertos regionales de Chile en el año 2015.
- Existen diferencia en la productividad entre los aeropuertos regionales del Perú y los aeropuertos regionales de Chile en los años 2014 y 2015.

## Capítulo II: Revisión de la Literatura

### 2.1. La Revisión de Literatura

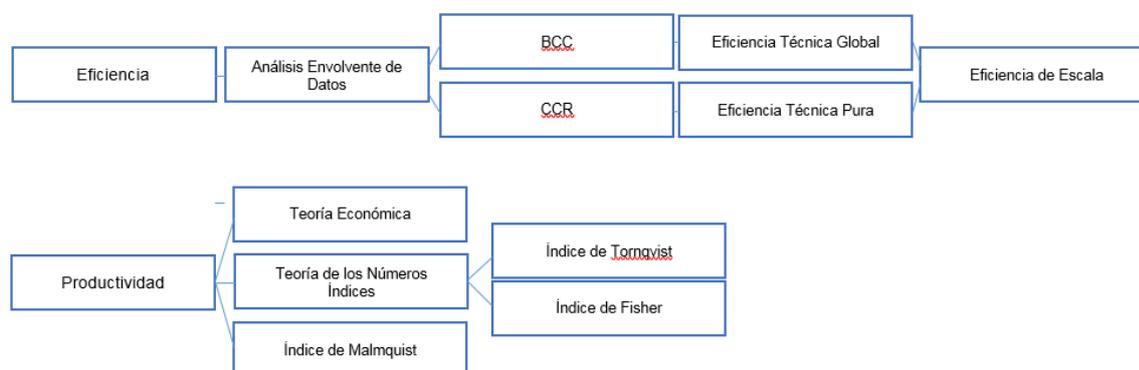


Figura 1. Esquema del marco teórico

#### 2.1.1. Eficiencia

De acuerdo a Mokate (1999), la eficiencia es descrita como el grado de cumplir objetivos con el menor uso de recursos posibles. Según Fried et al (2008), la eficiencia posee componentes técnicos y asignativos. El primer componente hace referencia a la habilidad de evitar el desperdicio, ya sea produciendo el máximo posible que permiten los insumos y la tecnología; o usando la mínima cantidad de ingresos requeridos por la unidad productiva o tecnología; por otro lado, el segundo componente asignativo hace referencia a la capacidad de combinar entradas y salidas en óptimas proporciones predominando los precios. En consecuencia, del primer componente se desprende que cualquier análisis de eficiencia tendrá una orientación hacia las salidas u orientación a las entradas, mientras que del segundo componente se extrae que las proporciones óptimas satisfarán las condiciones que buscan la optimización de la unidad productiva. En líneas generales, las técnicas para medir la eficiencia implican la comparación del desempeño actual con el desempeño óptimo ubicado en la frontera; la misma, es estimada bajo la premisa de la mejor práctica.

#### 2.1.2. Técnicas de medición de la eficiencia

De acuerdo a Fried et al., (2008), dentro de las técnicas para medir la eficiencia se encuentran dos propuestas: (a) los modelos econométricos, y (b) de programación matemática. Estos modelos pueden ser categorizados de acuerdo (a) al tipo de datos que usan ya sea de cruce o de panel; (b) los tipos de variables que pueden ser cuantitativas, o incluyendo precios; y (c) los números de ecuaciones en el modelo.

### **2.1.3. Modelos Econométricos**

Dentro de los modelos econométricos se distinguen aquellos que miden la eficiencia técnica en función de la distancia a una frontera económica. Los modelos incluidos en esta clasificación pueden ser: (a) modelos cruzados de ecuación única, (b) modelos de datos de panel de ecuación única, y (c) modelos de ecuaciones múltiples. Estos 3 modelos son envolventes, pues miden la eficiencia técnica en base a la distancia hacia la frontera de producción, la eficiencia económica en términos de distancia hacia una frontera económica apropiada y una eficiencia asignativa como el ratio de la eficiencia económica con la eficiencia técnica (Fried et al., 2008). Cada uno de los modelos difiere solamente en las técnicas de construir fronteras y medir la distancia; sin embargo, su desventaja es que tienden a convertir una desigualdad pequeña en una igualdad.

Por otro lado, existen modelos econométricos denominados modelos de precios ocultos, estos se caracterizan por no recurrir a las fronteras, sino en centrarse en la eficiencia asignativa. Estos modelos buscan la ineficiencia asignativa por medio de estimaciones de parámetros adicionales; son usados preferentemente cuando no se conocen las restricciones productivas, o los objetivos, de las unidades de producción, como también en situaciones donde las restricciones, o los objetivos, son conocidos debido a que este modelo permite buscar la ineficiencia asignativa comparando los precios ocultos con los precios reales (Fried et al, 2008).

### **2.1.4. Modelos de Programación Matemática**

Los modelos de programación matemática, para medir la eficiencia, usan la construcción de fronteras. El análisis matemático por excelencia viene a ser el modelo *Data Envelopment Analysis* [en adelante *DEA*], o su par en castellano Análisis Envoltente de Datos.

### **2.1.5. Análisis Envoltente de Datos**

El modelo *DEA* proviene del trabajo de Michael Farrel, quien en 1957 realiza la investigación *The measuramet of productive efficiency* el cual establece las bases de la medición de la eficiencia. En esta investigación, Farrel emplea dos entradas para la obtención de una sola salida y establece el principal supuesto que las empresas operan bajo condiciones de rendimientos constantes a escala; es decir, que el incremento porcentual de una salida es igual al incremento porcentual en las entradas. De acuerdo a Jaime (2016), Farrel brinda una medida de eficiencia a través del uso de diversos factores en las mejores proporciones desde el punto de vista de los precios al que llama eficiencia precio, por lo que emplea una curva isocosto que denota las posibles combinaciones de entradas que pueden obtenerse a un costo dado. Según Farrel (1957), una empresa será eficiente si presenta eficiencia técnica y eficiencia precio.

Posteriormente, Rhodes (1978), en su investigación *Data envelopment analysis and related approaches for measuring the efficiency of decision-making unit with application to Program follow through U.S. education*, se basó en el trabajo de Farrel proponiendo un modelo de programación matemática con el objetivo de construir una frontera eficiente que sirva para medir la eficiencia de las unidades a las que denominó *Decision Making Unit* [en adelante *DMU*], los cuales eran entidades comparables con entradas y salidas definidas.

*DEA* fue originalmente concebido para medir la eficiencia entre organizaciones similares, las cuales son referidas como *DMU* o Unidad de Decisión. *DEA* se basa en la construcción de una frontera de eficiencia a partir de la optimización de la medida de eficiencia de cada *DMU* sin conocer alguna función de producción entre entradas y salidas para luego

evaluar la eficiencia de cada una (Fuentes, 2011). Para ello, se recurre en resolver programaciones lineales para cada *DMU* (Martic, Novakovic y Baggia, 2009) donde se considera eficiente una *DMU* cuando (a) pertenece a la frontera de eficiencia y que según Charnes, Cooper y Rhodes (1978), generan alguna mayor salida sin mermar otras salidas, o consumir mayores entradas; o (b) que al usar menor cantidad de algún insumo o entrada y no más de otras entradas genere los mismos productos.

De acuerdo a Villa (2003), Rhodes parte de la expresión matemática introducida por Farrel. Farrel (1957) definió productividad como el cociente de la producción creada y el recurso consumido; o salidas y entradas respectivamente; por lo tanto, productividad se entiende de la siguiente manera:

$$Productividad = \frac{Producción\ creada}{Recurso\ consumido} = \frac{Salida}{Entrada} \quad (Ecuación\ 2.1)$$

Sin embargo, es mucho más frecuente encontrar que las *DMU* posean diversas entradas y salidas con heterogéneas unidades de medida; por lo que es útil la agrupación de entradas y salidas mediante pesos y subsecuentes ponderaciones. A esto Villa (2003) llama entrada y salida virtual.

$$Productividad = \frac{Suma\ ponderada\ de\ salidas}{Suma\ ponderada\ de\ entradas} = \frac{Salida}{Entrada} \quad (Ecuación\ 2.2)$$

La entrada virtual se denota de la siguiente manera:

- $Entrada\ virtual = \sum_{i=1}^m V_i X_{io}$

Donde:

$X_{io}$ : cantidad de entrada, o recurso  $i$  usado por la unidad evaluada o

$V_i$ : peso de cada entrada

$m$ : número de entradas consideradas

La salida virtual se denota de la siguiente manera:

$$Salida\ virtual = \sum_{r=1}^s U_r Y_{ro} \quad (Ecuación\ 2.3)$$

Donde:

$Y_{ro}$ : cantidad de salida, o producto  $r$  usado por la unidad evaluada  $o$

$U_r$ : peso de cada salida

$s$ : número de salidas consideradas

Por lo tanto, combinando las ecuaciones 2.1 y 2.2 se obtiene:

$$Productividad = \frac{\sum_{r=1}^s U_r Y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_i X_{io}} \quad (Ecuación 2.4)$$

Cabe señalar que el análisis *DEA* es primigeniamente una comparación entre la  $DMU_o$  [la unidad que se va a estudiar] y la  $DMU_j$  [la unidad de referencia]. Esa comparación toma el nombre de eficiencia relativa. Es decir:

$$Eficiencia_o = \frac{Productividad_o}{Productividad_j} = \frac{\frac{Salida\ virtual\ o}{Entrada\ virtual\ o}}{\frac{Salida\ virtual\ j}{Entrada\ virtual\ j}}$$

Por lo que se denota:

$$Eficiencia_o = \frac{Productividad_o}{Productividad_j} = \frac{\frac{\sum_{r=1}^s U_{ro} Y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_{io} X_{io}}}{\frac{\sum_{r=1}^s U_{rj} Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m V_{ij} X_{ij}}} \quad (Ecuación 2.5)$$

Donde se considerará eficiente a la  $DMU_o$  cuando la puntuación de eficiencia sea igual a uno. Por lo tanto, si la  $DMU_o$  obtiene cualquier puntaje menor a uno será considerado ineficiente. Villa (2003), afirma que con este modelo existen infinitos pesos que brindan igual eficiencia. Es decir, que con los pares de pesos  $(U_{ro}; V_{io})$  y  $(\alpha U_{ro}; \beta V_{io})$  con  $\alpha$  y  $\beta$  cualquier número real se obtiene la misma eficiencia. Por ello, con el fin de reducir el número de pesos se asocia que la  $DMU_j$  o de referencia es eficiente, por lo tanto, el denominador viene a ser igual uno. Es decir:

$$Eficiencia_o = \frac{\sum_{r=1}^s U_r Y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_i X_{io}} \quad (Ecuación 2.6)$$

De acuerdo a Villa (2003) la eficiencia relativa puede tomar las siguientes acepciones:

(a) eficiencia global, debido a que se escoge como unidad de referencia la  $DMU$  que posee la

mayor productividad del entero grupo de comparación; (b) eficiencia técnica, debido a que se escoge como unidad de referencia a la *DMU* que posee la mayor productividad del grupo de comparación reducido al tamaño de la *DMU*; y (c) eficiencia de escala definida como el cociente entre (a) y (b).

A partir de la ecuación 2.6 Rhodes construye el modelo básico de *DEA* el cual se denomina *ratio*; este busca que la *DMU* escoja los valores de los pesos que maximicen su eficiencia, los que a su vez serán usados por las otras *DMU*. Es decir, que cada *DMU* va a comparar su productividad con el resto del grupo de comparación usando pesos con los que su eficiencia sea mayor.

$$Max_{(u,v)} h_o = \frac{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io}} \quad (\text{Ecuación 2.7})$$

*Sujeto a:*

$$\frac{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io}} \leq 1 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

$$U_r, V_i \geq 0 \quad \forall r: 1; 2 \dots s \quad \forall i: 1; 2 \dots m$$

*Donde:*

*h<sub>o</sub>*: función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

*s*: número de salidas consideradas

*m*: número de entradas consideradas

*Y<sub>ij</sub>*: salida *i*-ésima de la *DMU j*-ésima

*X<sub>ij</sub>*: entrada *i*-ésima de la *DMU j*-ésima

*Y<sub>ro</sub>*: salida *r*-ésima de la *DMU<sub>o</sub>* [observada]

*X<sub>io</sub>*: entrada *i*-ésima de la *DMU<sub>o</sub>* [observada]

*V<sub>i</sub>*: ponderaciones de entradas, soluciones del programa

*U<sub>r</sub>*: ponderaciones de salidas, soluciones del programa

Se observa que la función objetivo es el cociente de eficiencia de la  $DMU_0$  cuya maximización está sujeta a que ningún cociente de eficiencia supere la unidad. La ecuación 2.7 busca como soluciones a  $U$  y  $V$  para que la función objetivo alcance su máximo valor y que los mismos eviten que el cociente de  $DMU_0$  no supere la unidad. De acuerdo a Fuentes (2011) la ecuación 13 asigna por sí mismo el valor de los pesos y consiguientes ponderaciones evitando de esta manera juicios de valor por parte del investigador. Sin embargo, cabe la posibilidad que el modelo no asigne los pesos que teóricamente serían de mayor magnitud y correspondiente importancia.

Fuentes (2011) afirma que los problemas de la ecuación 2.7 se asumen como no lineales, y además que las soluciones continúan siendo infinitas debido a que si  $U$  y  $V$  son soluciones del problema también lo son  $\phi U$  y  $\phi V$  [donde  $\phi$  es cualquier número real]. Para poder solucionar esto, Charnes, Cooper y Rhodes (1978) linealizaron la ecuación 2.7 bajo las siguientes premisas, (a) si el denominador permanece constante, para maximizar el cociente será necesario maximizar el numerador y (b) si el cociente es menor a la unidad es debido a que el numerador es menor que el denominador. Por lo que la ecuación se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Max}_{u,v} h_o = \sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro} \quad (\text{Ecuación 2.8})$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{rj} - \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{ij} \leq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

$$\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{i0} = 1$$

$$U_r, V_i \geq \varepsilon \quad \forall r: 1; 2; \dots s \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$V_i$ : ponderaciones de entradas, solución del programa

$U_r$ : ponderaciones de salidas, solución del programa

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

### 2.1.6. CCR con orientación a entradas

Posteriormente, Charnes, Cooper y Rhodes (1978) con los objetivos de que las ponderaciones posean valores positivos, que la solución del programa considere a todas las entradas y salidas, y que el denominador no fuese nulo, modificaron la ecuación anterior de la siguiente manera:

$$\text{Max}_{u,v} h_o = \frac{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io}} \quad (\text{Ecuación 2.9})$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io}} \leq 1 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

$$U_r, V_i \geq \varepsilon \quad \forall r: 1; 2 \dots s \quad \forall i: 1; 2 \dots m$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$V_i$ : ponderaciones de entradas, soluciones del programa

$U_r$ : ponderaciones de salidas, soluciones del programa

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

Este modelo recibió el nombre de *CCR*; por el acrónimo de sus creadores que fueron Charnes, Cooper y Rhodes. Este modelo asigna puntajes de eficiencia a las DMU de mayor productividad de todo el grupo de comparación e infiere que trabajan a retornos a escala constantes [*CRS* o *Constant Returns to Scale*]. La ecuación 2.9 es comúnmente presentado en su forma lineal o multiplicadora que viene a ser:

$$\text{Max}_{u, v} h_o = \sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro} \quad (\text{Ecuación 2.10})$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{rj} - \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{ij} \leq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

$$\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io} = 1$$

$$U_r, V_i \geq \varepsilon > 0 \quad \forall r: 1; 2 \dots s \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$V_i$ : ponderaciones de entradas, solución del programa

$U_r$ : ponderaciones de salidas, solución del programa

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

Villa (2003) afirma que la restricción adicional hace que la medida de eficiencia sea la entrada virtual, de esta manera, se consigue la eficiencia máxima cuando se hacen máximas las salidas; así se consigue que el valor de la función objetivo sea la eficiencia de la  $DMU_o$  y que se reduzca el número de soluciones alternativas de los pesos. La ecuación 2.10, que viene a ser la representación lineal del modelo  $CCR$  con orientación a las entradas, recibe el nombre de primal.

Empero, de acuerdo a Boussofiane, Dyson y Thanassoulis (1991) los duales poseen menos restricciones lo que hace mucho más sencillo calcular sus soluciones; es decir, usar el modelo dual resulta más operativo. Asimismo, Fuentes (2011) afirma que los duales brindan una mejor interpretación de eficiencia, y se obtiene mejor información a la hora de elaborar estrategias de mejora debido a la facilidad de identificación del grupo de comparación. Por lo tanto, para dualizar la ecuación 2.10 se tiene que convertir las variables en restricciones y las restricciones en variables; asimismo, será necesario el uso de variables de holgura.

Por consiguiente, la dualización de la ecuación 2.10 o primal viene a ser:

$$\text{Min } \theta, \lambda, S_{i-}, S_{r+} \quad h_o = \theta_o - \varepsilon [\sum_{i=1}^m S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+}] \quad (\text{Ecuación 2.10}')$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot X_{ij} + S_{i-} = \theta_o \cdot X_{io} \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot Y_{rj} - S_{r+} = Y_{ro} \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\lambda_j, S_{i-}, S_{r+} \geq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la  $DMU$   $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la  $DMU$   $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$S_{i-}$ : variable de holgura de entrada

$S_{r+}$ : variable de holgura de entrada

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

$\lambda_j$ : vector de pesos  $n \times 1$  es decir, la intensidad de la unidad  $j$ . Se denota  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$

$\theta$ : denota la puntuación de eficiencia de la unidad observada o DMU $_o$

De acuerdo a Villa (2003) la ecuación 2.10' se puede resolver en dos fases. En la primera fase se resuelve el siguiente modelo donde se busca determinar el valor óptimo de  $\theta$ ; es decir, la máxima reducción proporcional que tendría que producirse en las entradas de la DMU (Jaime, 2016).

$$\text{Min } \theta, \lambda, S_{i-}, S_{r+} \quad h_o = \theta_o \quad (\text{Fase I})$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot X_{ij} \leq \theta_o \cdot X_{io} \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot Y_{rj} \geq Y_{ro} \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j: 1; 2 \dots n$$

$\theta_o$  libre

Con la solución  $\theta^*_o$  se resuelve la segunda fase, donde se ajustan las entradas  $[\theta X_o]$ ; y se maximizan las variables de holgura correspondientes a las entradas  $[S_{i-}]$  y salidas  $[S_{r+}]$  con el fin de mover radialmente el punto proyectado en la primera fase. Esto satisface la condición de eficiencia de Farrell sobre la frontera eficiente que a la vez satisface la condición de Pareto-Koopmans (Jaime, 2016).

De esta manera con la solución de  $\theta^*_o$ , se procede a resolver la segunda fase

$$\text{Min } \theta^*, \lambda, S_{i-}, S_{r+} \quad h_o = [\sum_{i=1}^m S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+}] \quad (\text{Fase II})$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot X_{ij} + S_{i-} = \theta^* \cdot X_{i0} \quad \forall i: 1; 2; \dots m \quad \forall j: 1; 2 \dots n$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot Y_{rj} - S_{r+} = Y_{r0} \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\lambda_j, S_{i-}, S_{r+} \geq 0$$

Se puede observar que  $\theta_o$  denota la proporción de entradas actuales que deben ser usadas con el fin de conseguir la eficiencia y que  $\lambda_j$  es un coeficiente que mide cuán próximo es la proyección de DMU<sub>o</sub> con las DMU eficientes. (Villa, 2003)

De acuerdo a Jaime (2016) si la solución del problema de la ecuación 2.10' donde  $\theta^*=1$  la DMU<sub>o</sub> es eficiente de acuerdo a la condición de Farrell, debido a que no es posible encontrar ninguna DMU adicional que obtenga las salidas de la DMU<sub>o</sub> usando menos entradas. Caso contrario, si  $\theta^*<1$ , existe otra DMU que a partir de los pesos  $\lambda^*_j$  obtenidos de la resolución del modelo 2.10'; puede obtener igual o mejores salidas que la DMU<sub>o</sub> usando menos entradas. Sin embargo, de acuerdo a la condición de eficiencia de Pareto – Koopmans una DMU es eficiente cuando  $\theta^*=1$  y todas las variables de holgura [ $S_{i-}^*$ ;  $S_{r+}^*$ ] son cero. Es decir, que en el caso en el que la variable de holgura de entrada sea mayor a cero [ $S_{i-}^*>0$ ] esto indica que la entrada  $i$  de la DMU<sub>o</sub> puede ser reducido en la cantidad dada por  $S_{i-}^*$ , en la manera que la entrada  $i$  tenga que ser usado en la cantidad  $X_i - S_{i-}^*$  en lugar de la cantidad  $X_i$ . Por otro lado, si la variable de holgura de salida es mayor a cero [ $S_{r+}^*>0$ ], indica que es posible incrementar la salida  $r$  de la DMU<sub>o</sub> en la cantidad dada por  $S_{r+}^*$  por lo que la DMU<sub>o</sub> debe de producir la salida  $r$  en la cantidad de  $Y_r + S_{r+}^*$ .

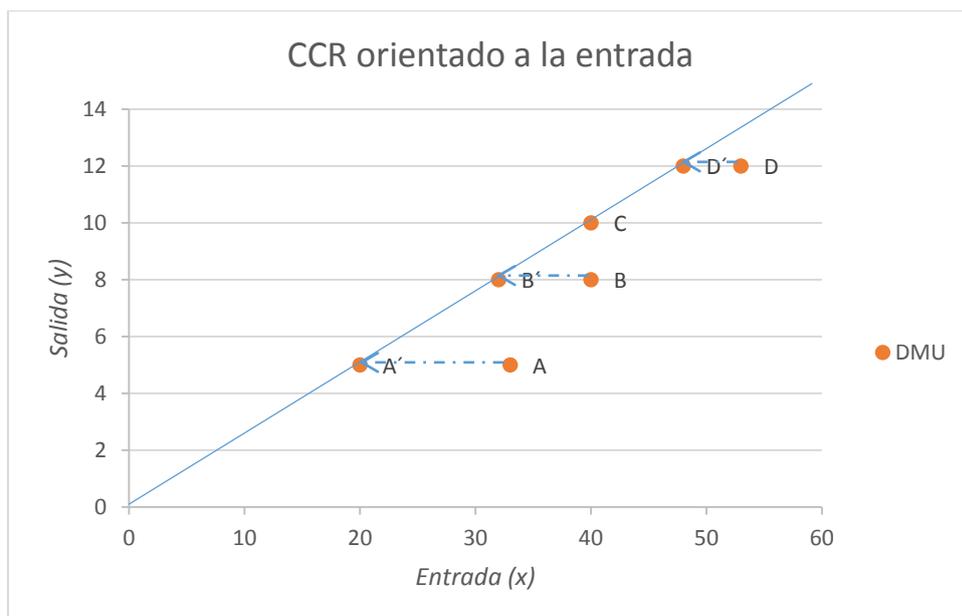


Figura 2. CCR orientado a la entrada (Villa, 2003)

De acuerdo a la Figura 1, donde el problema comprende la comparación de cuatro *DMU* con una sola entrada y una sola salida bajo el modelo *CCR* orientado a las entradas. Por lo tanto, la *DMU* eficiente viene a ser *DMU<sub>C</sub>*; por lo que *DMU<sub>A</sub>*, *DMU<sub>B</sub>*, y *DMU<sub>D</sub>* no son eficientes, pero precisan una reducción radial en su entrada para poder alcanzar la frontera de eficiencia. Se observa, asimismo, que la frontera eficiente envuelve a todas las *DMU* ya que deja por debajo a todas las otras observaciones [a excepción de *DMU<sub>C</sub>*]. La figura 1 también muestra las proyecciones para cada unidad ineficiente por lo que *DMU<sub>A'</sub>* será la *DMU* ficticia que indicará lo que *DMU<sub>A</sub>* debe de reducir radialmente [en las entradas] para convertirse en eficiente, así mismo sucederá con *DMU<sub>B'</sub>* y *DMU<sub>C'</sub>* para con *DMU<sub>B</sub>* y *DMU<sub>C</sub>* respectivamente. El modelo *CCR* orientado a las entradas es invariante respecto a las traslaciones radiales de salidas [ya que no existen modificaciones radiales sobre ellas, pero sí pueden existir modificaciones rectangulares] e invariante frente a las unidades de medida de las entradas debido a que si se cambia la escala a cuál sean las dimensiones de las entradas, la solución permanecerá constante (ibídem).

### 2.1.7. CCR con orientación a las salidas

De acuerdo a Jaime (2016) un cambio en la orientación equivale a invertir el cociente entre la salida virtual y la entrada virtual de la ecuación 15. De esta manera el modelo *DEA* *CCR* orientado a las salidas se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Min}_{u,v} h_o = \frac{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io}}{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro}} \quad (\text{Ecuación 2.11})$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io}}{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro}} \geq 1 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

$$U_r, V_i \geq \varepsilon \quad \forall r: 1; 2 \dots s \quad \forall i: 1; 2 \dots m$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $i$ -ésima de la *DMU*  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la *DMU*  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la *DMU*<sub>o</sub> [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la *DMU*<sub>o</sub> [observada]

$V_i$ : ponderaciones de entradas, soluciones del programa

$U_r$ : ponderaciones de salidas, soluciones del programa

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

De similar manera, si se opta por hacer lineal la función objetivo  $h_o$  de la ecuación 2.11, minimizando el denominador y manteniendo el numerador constante, se obtiene:

$$\text{Min}_{u,v} h_o = \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io} \quad (\text{Ecuación 2.12})$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{rj} - \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{ij} \leq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro} = 1$$

$$U_r, V_i \geq \varepsilon \quad \forall r: 1; 2 \dots s \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMUo [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMUo [observada]

$V_i$ : ponderaciones de entradas, solución del programa

$U_r$ : ponderaciones de salidas, solución del programa

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

La ecuación dual del primal [ecuación 2.12], se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Max } \gamma, \lambda, S_{i-}, S_{r+} \quad h_o = \gamma - \varepsilon [\sum_{i=1}^m S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+}] \quad (\text{Ecuación 2.12}')$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot X_{ij} + S_{i-} = X_{io} \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot Y_{rj} - S_{r+} = Y_{ro} \cdot \gamma_o \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\lambda_j, S_{i-}, S_{r+} \geq 0 \quad \forall j: 1; 2 \dots n$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$S_{i-}$ : variable de holgura de entrada

$S_{r+}$ : variable de holgura de entrada

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

$\lambda_j$ : vector de pesos  $n \times 1$  es decir, la intensidad de la unidad  $j$ . Se denota  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$

$\gamma_o$ : denota la puntuación de eficiencia de la unidad observada o DMU $_o$

La ecuación 18' se puede resolver en dos fases. En la primera fase se busca determinar el valor óptimo de  $\gamma$  es decir, la máxima ampliación proporcional que tendría que producirse en las salidas de la DMU (Villa, 2003)

$$\text{Min } \gamma, \lambda, S_{i-}, S_{r+} \quad h_o = \gamma_o \quad (\text{Fase I})$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot X_{ij} \leq X_{io} \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot Y_{rj} \geq \gamma Y_{ro} \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j: 1; 2 \dots n$$

$$\gamma_o \quad \text{libre}$$

Con la solución  $\gamma^*_o$  se resuelve la segunda fase, donde se ajustan las entradas  $[\gamma X_o]$ ; y se maximizan las variables de holgura correspondientes a las salidas  $[S_{r+}]$  y entradas  $[S_{i-}]$  con el fin de mover radialmente el punto proyectado en la primera fase. Esto satisface la condición de eficiencia de Farrell sobre la frontera eficiente que a la vez satisface la condición de Pareto-Koopmans (Jaime, 2016).

De esta manera con la solución de  $\gamma^*_o$  se procede a resolver la segunda fase.

$$\text{Min } \gamma^*, \lambda, S_{i-}, S_{r+} \quad h_o = [\sum_{i=1}^m S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+}] \quad (\text{Fase II})$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot X_{ij} + S_{i-} = X_{io} \quad \forall i: 1; 2; \dots m \quad \forall j: 1; 2 \dots n$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot Y_{rj} - S_{r+} = \gamma^* \cdot Y_{ro} \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\lambda_j, S_{i-}, S_{r+} \geq 0$$

Villa (2003) afirma que la variable  $\gamma_o$  es la amplificación radial que debe producirse en las salidas para proyectarse en la frontera eficiente, de esta manera las restricciones establecen una combinación entre el punto  $(X_{io}, Y_{ro})$  y los puntos  $(X_{ij}, Y_{rj})$  que dan como resultado el punto virtual  $(X_{io}, \gamma_o Y_{ro})$ , en donde la solución del problema considera a ese punto como la combinación lineal de sí mismo. Adicionalmente, Jaime (2016) al comparar el dual del modelo *CCR* orientado a las entradas con este modelo [*CCR* orientado a las salidas] se puede observar que en el modelo orientado a las entradas se procura determinar la máxima reducción radial posible en las entradas de la *DMU* evaluada [*DMU<sub>o</sub>*]; mientras que en el modelo orientado a las salidas se procura maximizar el aumento proporcional de las salidas de la *DMU<sub>o</sub>* con sus niveles de entradas. Al igual que en el modelo orientado a las entradas, se procederá a resolver el modelo en dos etapas las cuales brindarán la solución óptima [ $\gamma^*, S_{i-}^*, S_{r+}^*$ ] de manera que si  $\gamma^* \geq 1$  la *DMU<sub>o</sub>* será evaluada como ineficiente; por lo que mientras mayor sea la puntuación de  $\gamma^*$  más ineficiente será la *DMU<sub>o</sub>*. De esta manera la *DMU<sub>o</sub>* será evaluada como eficiente cuando  $\gamma^* = 1$  y tanto las variables de holgura como de salida sean nulas [ $S_{i-}^* ; S_{r+}^* = 0$ ]. Esto debido a que la eficiencia de la *DMU<sub>o</sub>* será el cociente donde el numerador es la unidad [1] y el denominador el puntaje de eficiencia. Es decir,  $1/\gamma^*$ . Asimismo, si la *DMU<sub>o</sub>* es considerada eficiente, significa que no se ha encontrado ninguna otra *DMU* que pueda producir más o lo mismo y que use lo mismo o menos que la *DMU<sub>o</sub>*; caso contrario, si la *DMU<sub>o</sub>* no es considerada eficiente, significa que existe otra *DMU* que haya podido satisfacer

las restricciones y que por ende produzca más o lo mismo que la  $DMU_0$  con iguales o menores entradas (Fuentes, 2011).

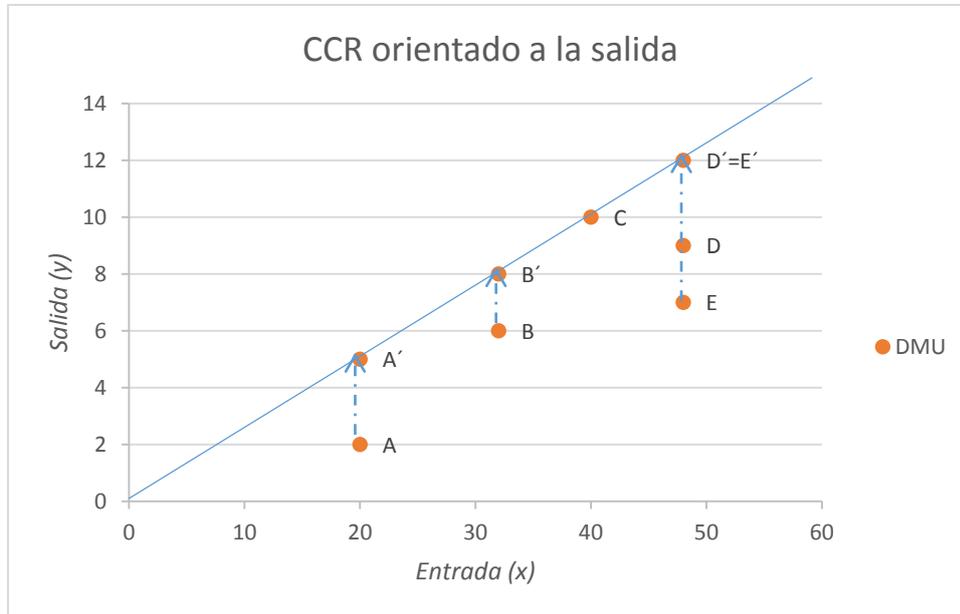


Figura 3. CCR orientado a la salida (Villa, 2003)

De la figura 2, donde el problema comprende la comparación de cuatro DMU con una sola entrada y una sola salida bajo el modelo CCR orientado a las salidas; se desprende que debido a la maximización de  $\lambda_j$ , las salidas aumentan para obtener la mayor salida posible con las mismas entradas, esto con la combinación lineal de las  $DMU_j$ ; de esta manera se proyecta el punto sobre la frontera eficiente del problema, lo que permite aumentar de manera radial las salidas. Asimismo, se observa que sólo la  $DMU_C$  logra alcanzar la frontera de eficiencia por lo que se convierte en eficiente y se proyecta sobre sí misma, mientras que  $DMU_A$ ,  $DMU_B$ ,  $DMU_D$  y  $DMU_E$  no alcanzan la frontera de eficiencia y precisan de una proyección sobre la cual se construye las unidades ficticias  $DMU_{A'}$ ,  $DMU_{B'}$ ,  $DMU_{D'}$  y  $DMU_{E'}$  que muestran lo que las  $DMU_A$ ,  $DMU_B$ ,  $DMU_D$  y  $DMU_E$  respectivamente deben de aumentar en sus salidas para ser consideradas eficientes. Debido a que proviene de la ecuación 13 o *ratio*, este es un problema con retornos de escala constantes (Villa, 2003). Cabe destacar que según sea el caso, las  $DMU_j$

ineficientes precisarán reducción radial para proyectarse sobre la frontera eficiente pero también reducción rectangular o ambos.

Cabe señalar que el modelo *CCR* orientado a las salidas es invariante respecto a las traslaciones radiales de entradas [ya que no existen modificaciones radiales sobre ellas, pero sí pueden existir modificaciones rectangulares] e invariante frente a las unidades de medida de las salidas debido a que cambiando la escala a cuál sean las dimensiones de las salidas, la solución permanecerá constante (Villa, 2003).

### **2.1.8. BCC orientado a la entrada**

De acuerdo a Boussofiene et al (1991) el modelo *BCC* fue propuesto con el fin de obtener la eficiencia puramente técnica al suprimir la influencia que pueden tener la existencia de *DMU* con economías de escala en la medición de eficiencia, debido a que el modelo *CCR* asume que todas las *DMU* operan con retornos a escala constantes, mientras que el modelo *BCC* contempla que es posible que las *DMU* operan con retornos a escala variables. Villa (2003) añade que la eficiencia técnica pura será posible de obtener debido a que el momento en que la *DMU<sub>o</sub>* sea comparada, está será medida con otras *DMU<sub>j</sub>* de su tamaño; es decir, con *DMU<sub>j</sub>* que cuenten con entradas y salidas del mismo orden de magnitud [i.e. el orden de magnitud  $10^3$  será entendido como el grupo de números que parten desde 1000 a 9999].

Este modelo de *DEA* obedece al acrónimo *BCC* por sus creadores que fueron Banker, Charnes y Cooper. El modelo *BCC* compara a las *DMU* con otros de su tamaño o magnitud. Las *DMU* eficientes pueden estar trabajando con retornos a escala variables [*VRS* por *Variable Returns to Scale*]. Banker, Charnes y Cooper mediante su investigación *Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis* publicado en 1984 proponen solucionar los casos donde exista *DMU* con retornos a escala variables al añadir la siguiente restricción a las ecuaciones existentes:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

Esta restricción según Villa (2003) obliga a que la  $DMU_O$  se compare a las unidades más productivas de su tamaño, y que, a su vez, de acuerdo a Norman y Stoker (1991); se modifique la frontera de posibilidades de producción al considerar rendimientos no constantes a escala. De esta manera se considera que los retornos podrían ser afectados por situaciones exógenas e incontrolables para la  $DMU$  (Fried et al, 2008). De acuerdo a Fuentes (2011) la forma matemática genérica del modelo  $BCC$  sería la razón entre la suma ponderada de salidas y la constante suma ponderada de entradas, donde la constante puede ser (a) positiva cuando existen rendimientos decrecientes a escala; (b) nula cuando existen rendimientos constantes a escala y (c) negativa cuando existen rendimientos a escala. Cabe señalar que los resultados de este modelo son señalados como eficiencia técnica pura (Cooper, Seiford y Tone, 2007). El modelo  $BCC$  orientado a la salida vendrá de la modificación [agregar la restricción adicional] al modelo envolvente  $CCR$  orientado a la salida. Por lo tanto, la ecuación primal, en este caso envolvente,  $BCC$  orientado a las entradas vendrá a ser el siguiente:

$$\text{Min } \theta, \lambda, S_{i-}, S_{r+} \quad h_o = \theta_o - \epsilon [\sum_{i=1}^m S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+}] \quad (\text{Ecuación 2.13})$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot X_{ij} + S_{i-} = \theta_o \cdot X_{io} \quad \forall j: 1; 2 \dots n \quad ; \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot Y_{rj} - S_{r+} = Y_{ro} \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j, S_{i-}, S_{r+} \geq 0$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$S_{i-}$ : variable de holgura de entrada

$S_{r+}$ : variable de holgura de entrada

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

$\lambda_j$ : vector de pesos  $n \times 1$  es decir, la intensidad de la unidad  $j$ . Se denota  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$

$\theta$ : denota la puntuación de eficiencia de la unidad observada o DMU $_o$

La restricción adicional suma las componentes del vector de pesos  $[\lambda_j]$  igual a uno; esto obliga a que la DMU $_o$  se compare a las unidades más productivas de su tamaño. Es común que aparezcan DMU que en el modelo CCR no alcanzaban la frontera de eficiencia pero que en este modelo sí lo logran. Es por ello que la frontera eficiente esté conformada por más DMU que el modelo CCR orientado a las entradas (Villa, 2003). Con el fin de entender los conceptos de rendimientos variables, se procede a graficar una solución proporcionada por el modelo BCC orientado a la entrada donde existe una entrada y una salida.

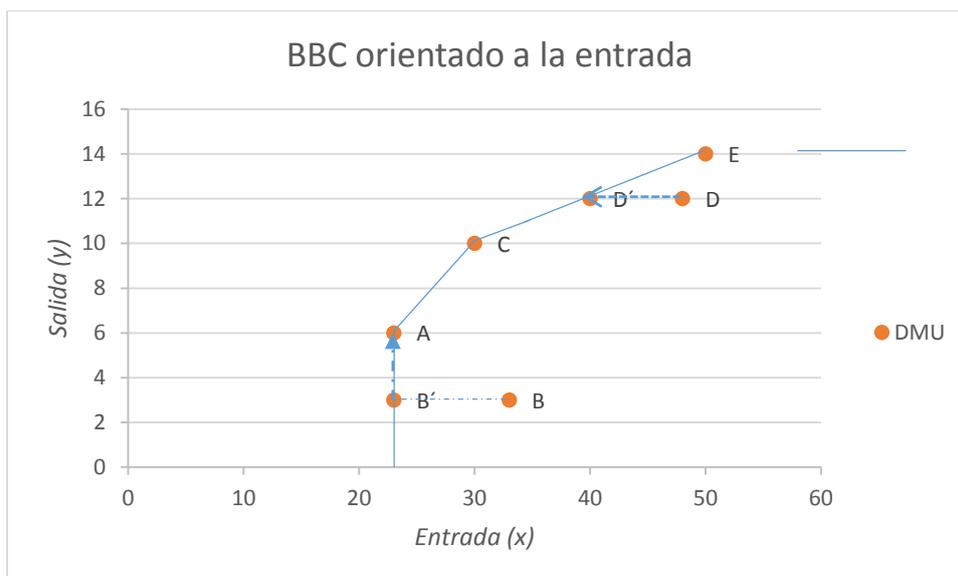


Figura 4. BCC orientado a las entradas (Villa, 2003)

De acuerdo a la Figura 3, donde el problema comprende la comparación de seis *DMU* con una sola entrada y una sola salida bajo el modelo *BCC* orientado a las entradas, la frontera eficiente viene a ser la línea que comparten los puntos A-C y C- E. Por lo tanto, las *DMU* eficientes vienen a ser  $DMU_A$ ,  $DMU_C$ , y  $DMU_E$ ; por lo contrario,  $DMU_B$  y  $DMU_D$  no son eficientes. En consecuencia, precisan de cambios para poder alcanzar la frontera eficiente. Por un lado,  $DMU_D$  precisa de una reducción radial en su entrada para poder alcanzar la frontera de eficiencia; por otro lado,  $DMU_B$  precisa una reducción rectangular, es decir precisa disminuir su entrada, pero a la vez precisa aumentar su salida para poder alcanzar la frontera eficiente. El grupo de comparación o *peer group* vienen a ser las unidades eficientes donde la proyección de una *DMU* es combinación lineal (Villa, 2003). En este sentido, el grupo de comparación de la  $DMU_B$  es  $DMU_A$  y  $DMU_C$ , mientras que para la  $DMU_D$  lo serán  $DMU_C$ , y  $DMU_E$ . Si se determina, hipotéticamente, que la  $DMU_C$  es la unidad más productiva del problema esta operará con retornos constantes a escala. En ese sentido la  $DMU_A$  operará con retornos a escala crecientes debido a que incrementará sus entradas para poder alcanzar a la  $DMU_C$ , mientras

que las observa que  $DMUC$ , y  $DMUE$  operarían con retornos a escala decrecientes debido a que tendrían que reducir sus entradas para poder alcanzar a la  $DMUC$  (Villa, 2011).

La razón fundamental de usar la ecuación dual de la ecuación 2.13 es que impide que los vectores directores del hiperplano, los pesos  $U_r \cdot Y_{ro}$ , que forman la frontera eficiente no pasen por el origen debido a la variable  $\beta_o$ .

$$\text{Max}_{u,v} h_o = \sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro} - \beta_o \quad (\text{Ecuación 2.13}')$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{rj} - \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{ij} + \beta_o \leq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

$$\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io} = 1$$

$$U_r, V_i \geq \varepsilon \quad \forall r: 1; 2 \dots s \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$V_i$ : ponderaciones de entradas, solución del programa

$U_r$ : ponderaciones de salidas, solución del programa

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

$\beta_o$ : variable que permite identificar retornos a escala

Se puede observar que el modelo dual de  $BCC$  con orientación a las entradas; es cuasi homogéneo que el modelo primal  $CCR$  con orientación a las entradas. La única diferencia

radica en que para este modelo se agrega la variable  $\beta_o$  que de acuerdo a Villa impide que el hiperplano óptimo solución del problema [frontera eficiente] pase por el origen a diferencia del modelo *CCR* [como se puede observar en las figuras 1 y 2]. Asimismo, Banker, Cooper, Seiford, Trall y Zhu (2004) señalan que la variable  $\beta_o$  puede tener un valor positivo, negativo o cero que permite usar sus valores óptimos para identificar retornos a escala que pueden ser constantes, crecientes o decrecientes. De esta manera, cuando (a)  $\beta_o^* < 0$  para todas las soluciones óptimas, entonces retornos a escala crecientes prevalecerán en  $(x_o^*, y_o^*)$ , (b) si  $\beta_o^* > 0$  para todas las soluciones óptimas, entonces retornos a escala decrecientes prevalecerán, y (c) si  $\beta_o^* = 0$ ; para todas las soluciones óptimas, entonces retornos a escala constantes prevalecerán en  $(x_o^*, y_o^*)$ . Cabe indicar que  $x_o^*, y_o^*$  son las coordenadas del punto de frontera de eficiencia que se obtiene de la *DMU* evaluada [ $DMU_o$ ].

El modelo *BCC* orientado a las entradas es invariante respecto a las traslaciones radiales de salidas [ya que no existen modificaciones radiales sobre ellas, pero sí pueden existir modificaciones rectangulares] e invariante frente a las unidades de medida de las entradas debido a que cambiando la escala a cuál sean las dimensiones de las entradas, la solución permanecerá constante (Villa, 2003).

### 2.1.9. BCC orientado a las salidas

La ecuación primal *BCC* con orientación a las salidas se expresará de la siguiente manera:

$$\text{Max } \gamma, \lambda, s_i^-, s_{r+} \quad h_o = \gamma \cdot \theta - \varepsilon [\sum_{i=1}^m s_{i-} + \sum_{r=1}^s s_{r+}] \quad (\text{Ecuación 2.14})$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot X_{ij} + s_{i-} = X_{io} \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot Y_{rj} - s_{r+} = Y_{ro} \cdot \gamma_o \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j, S_{i-}, S_{r+} \geq 0 \quad \forall j: 1; 2 \dots n$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$S_{i-}$ : variable de holgura de entrada

$S_{r+}$ : variable de holgura de salida

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

$\lambda_j$ : vector de pesos  $n \times 1$  es decir, la intensidad de la unidad  $j$ . Se denota  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$

$\gamma_o$ : denota la puntuación de eficiencia de la unidad observada ó DMU $_o$

Se observa que en la ecuación primal BCC orientado a las salidas es cuasi homogéneo la ecuación dual CCR orientado a las salidas salvo por la restricción adicional  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$  la que como anteriormente se explicó obliga a la DMU $_o$  a compararse con DMU $_j$  que sean de su tamaño en lo que respecta a la magnitud de entradas y salidas.

Por consiguiente, la ecuación dual de BCC orientada a las salidas viene a expresarse de la siguiente manera.

$$\text{Min}_{u, v} h_o = \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io} - \beta o \quad (\text{Ecuación 2.14}')$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{rj} - \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{ij} \leq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro} = 1$$

$$U_r, V_i \geq \varepsilon \quad \forall r: 1; 2 \dots s \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $o$  [observada]

$V_i$ : ponderaciones de entradas, solución del programa

$U_r$ : ponderaciones de salidas, solución del programa

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

$\beta_o$ : variable que permite identificar retornos a escala

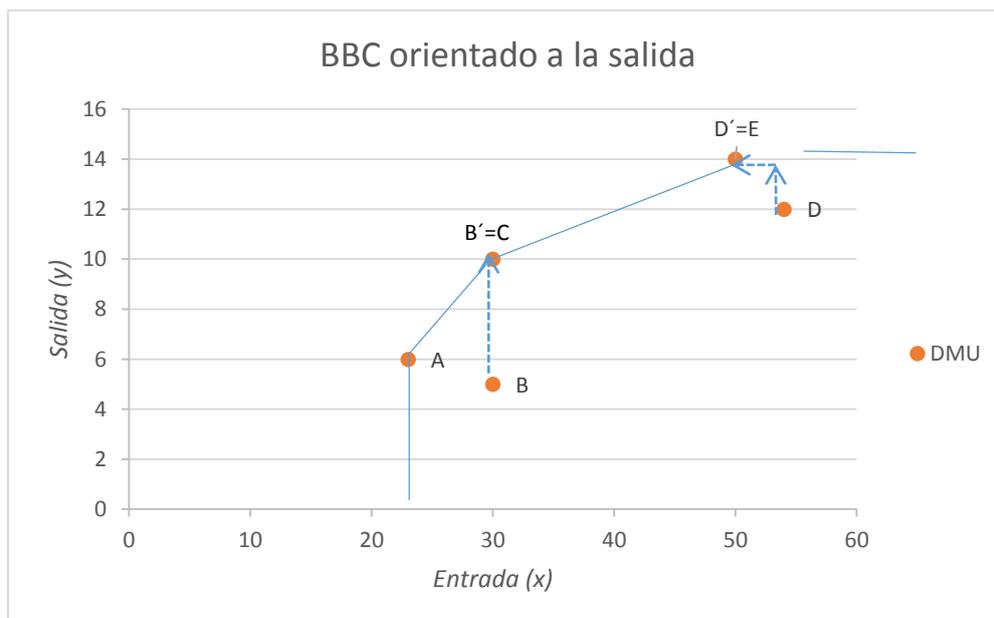


Figura 5. BBC orientado a las salidas. (Villa, 2003)

De acuerdo a la Figura 4, donde el problema comprende la comparación de cinco *DMU* con una sola entrada y una sola salida bajo el modelo *BCC* orientado a las salidas, la frontera eficiente viene a ser la línea que comparten los puntos A-C y C- D. Por lo tanto, las *DMU* eficientes vienen a ser  $DMU_A$ ,  $DMU_C$ , y  $DMU_D$ ; mientras que  $DMU_B$ ,  $DMU_D$  no son eficientes. Por un lado,  $DMU_B$  precisará una ampliación radial en su salida para poder alcanzar la frontera de eficiencia; por otro lado,  $DMU_D$  precisará de una ampliación rectangular en su salida y una reducción en su entrada para poder ser eficiente. Ambas formaran unidades ficticias de proyección en las cuales llegarían a la frontera de eficiencia  $DMU_{B'}$ , y  $DMU_{D'}$ . El grupo de comparación o *peer group* vienen a ser las unidades eficientes donde la proyección de una  $DMU_O$  es combinación lineal (Villa, 2003). En este sentido, el grupo de comparación de la  $DMU_B$  son  $DMU_A$  y  $DMU_C$ , mientras que para la  $DMU_D$  serán la  $DMU_C$ , y  $DMU_F$ . Con respecto a  $DMU_F$  debe de ampliar su salida rectangularmente para poder llegar a la  $DMU_{F'}$  que viene a ser la *DMU* ficticia producto de su proyección. Banker, et al (2004) señalan que, si la salida se incrementa por el mismo cambio proporcional, existe retornos a escala constantes, si la salida se incrementa por menos del cambio proporcional entonces existe retornos a escala decrecientes, y si la salida se incrementa por más que el cambio proporcional, entonces existe retornos a escala crecientes. Asimismo, Lin (2013) señala que los retornos a escala encarados por el aeropuerto son debido a la tecnología y no por las condiciones de mercado ni decisiones económicas. Por lo tanto, si  $DMU_C$  fuese la *DMU* de mayor productividad operaria con retornos a escala constantes; mientras que la  $DMU_C$  operaría con retornos de escala crecientes para lo cual debería de incrementar su salida por más del cambio proporcional para poder alcanzar el tamaño de la *DMU* de mayor productividad [ $DMU_C$ ];  $DMU_E$  opera con retornos a escala decreciente debido a que se encuentra en la zona donde las *DMU* deben de incrementar su salida por menos del cambio proporcional para poder conseguir el tamaño de la *DMU* de mayor productividad [ $DMU_C$ ].

Cabe señalar que el modelo *BCC* orientado a las salidas es invariante respecto a las traslaciones radiales de entradas [ya que no existen modificaciones radiales sobre ellas, pero sí pueden existir modificaciones rectangulares] e invariante frente a las unidades de medida de las salidas debido a que cambiando la escala a cuál sean las dimensiones de las salidas, la solución permanecerá constante (Villa, 2003)

#### **2.1.10. Eficiencia de Escala**

De acuerdo a Coelli, Prasada O'Donnell y Battese (2005) cuando la *DMU<sub>o</sub>* es considerada eficiente en el modelo *CCR*, siempre será eficiente en el modelo *BCC*, pero no sucederá lo mismo a la inversa; es decir, no siempre será eficiente la *DMU<sub>o</sub>* bajo el modelo *BCC* y *CCR*. Por lo tanto, Banker et al (1984) definen que la eficiencia de escala será una medida relativa de distancia entre la eficiencia de largo plazo [modelo *CCR*] y la eficiencia de corto plazo [modelo *BCC*]. Por consiguiente, la eficiencia de escala será denotada como:

$$Se = CCR/BCC \quad (\text{Ecuación 2.15})$$

Ferreira y Gomes (2009), señalan que la eficiencia técnica global [que se obtiene a partir del modelo *CCR*] se puede descomponer en las siguientes formas de eficiencia los cuales son: (a) eficiencia técnica pura [obtenida a partir del modelo *BCC*] y (b) eficiencia de escala.

En consecuencia, si el coeficiente de la ecuación 5 es menor a uno, la diferencia indicará que la *DMU<sub>o</sub>* es ineficiente de escala, caso contrario [ $Se=1$ ] la *DMU<sub>o</sub>* será señalada como eficiente de escala lo que indicará que tanto las medidas de eficiencia con retornos constantes [*CCR*] como variables [*BCC*] son eficientes. De acuerdo a Hasan y Kale (2015) esto significará que la *DMU<sub>o</sub>* opera en la escala óptima lo que le permite trabajar en la mejor escala productiva o que tiene el tamaño de escala más productivo o en inglés *most productive scale size* [MPSS]. Sin embargo, cuando el puntaje sea menor a uno indicará que la *DMU<sub>o</sub>* puede estar sobredimensionada o subdimensionada privándola de operar en la escala óptima de operaciones (Bruno y Erbetta en Osman, Latef y Emrouznejad, 2014).

## 2.2. Productividad

De acuerdo a Arimón y Torello (1997) la productividad es el cociente de lo producido y lo insumido [véase ecuación 8]; y se refiere a la eficiencia productiva que es usada una unidad de factor o insumo. Por lo tanto, si se analiza una DMU donde se usa un insumo y una salida en dos periodos de tiempos diferentes se tiene el siguiente índice de crecimiento de productividad:

$$I(X_t, X_{t+1}, Y_t, Y_{t+1}) = \frac{\frac{Y^{t+1}}{X^{t+1}}}{\frac{Y^t}{X^t}} = \frac{Y^{t+1}}{X^{t+1}} \cdot \frac{X^t}{Y^t} \quad (\text{Ecuación 2.16})$$

Donde:

$X^t$  = Insumo usado durante el periodo  $t$

$X^{t+1}$  = Insumo usado durante el periodo  $t+1$

$Y^t$  = Salida producida durante el periodo  $t$

$Y^{t+1}$  = Salida producida durante el periodo  $t+1$

En el supuesto que una unidad productiva use más de un insumo se podrá definir dos tipos de índices de productividad; el primero será conocido como (a) el índice de productividad parcial de cada insumo usado, que será calculado como un promedio de lo producido sobre la cantidad de insumo; y el segundo será el (b) índice de productividad total de los factores o conocido también como *PTF* que será el producto por unidad de insumo usado (Arimón y Torello, 1997).

Cuando una unidad productiva produzca más de una salida y use más de un insumo, como ocurre generalmente, se reemplazará el ratio del numerador de la ecuación 22 por un índice de cantidad de salidas, es decir;  $I^o(P^t, P^{t+1}, Y^t, Y^{t+1})$  y se reemplazará el del denominador de la ecuación 6 por un índice de cantidad de entradas  $I^i(W^t, W^{t+1}, X^t, X^{t+1})$ , es decir:

$$I(X_t, X_{t+1}, Y_t, Y_{t+1}, P_t, P_{t+1}, W_t, W_{t+1}) = \frac{I^o(P^t, P^{t+1}, Y^t, Y^{t+1})}{I^i(W^t, W^{t+1}, X^t, X^{t+1})} \quad (\text{Ecuación 2.17})$$

Donde:

$X^t =$  Vector de cantidad de insumos en el periodo  $t$

$X^{t+1} =$  Vector de cantidad de insumos en el periodo  $t+1$

$Y^t =$  Vector de cantidad de salidas en el periodo  $t$

$Y^{t+1} =$  Vector de cantidad de salidas en el periodo  $t+1$

$P^t =$  Vector de precio de insumos en el periodo  $t$

$P^{t+1} =$  Vector de precio de insumos en el periodo  $t+1$

$W^t =$  Vector de precio de salidas en el periodo  $t$

$W^{t+1} =$  Vector de precio de salidas en el periodo  $t$

Ahora bien, para la construcción de un indicador de productividad, se precisa especificar los índices de cantidad ( $I^o, I^t$ ) que van a ser usados, lo que lleva a buscar cuál es la mejor forma de agregación de insumos y productos para medir los cambios en la productividad. Es decir, para establecer un indicador de cambio en la PTF con múltiples entradas y salidas se necesita resolver problemas de agregación. Es decir:

$$PTF = Q/F \quad (\text{Ecuación 2.18})$$

Donde  $Q$  representa el nivel agregado de salidas, y  $F$  representa el nivel agregado de entradas.

Para ello, se procede a repasar las principales teorías sobre el tema.

### **2.2.1. La teoría Económica**

Solow en el año 1957 basándose en el trabajo de Wallis formula el crecimiento de la producción agregada como los incrementos usados en los factores de producción [capital, trabajo y tiempo], y considera que el progreso técnico es neutral o no incorporado [afecta a todos los factores de producción] (Arimón y Torello, 1997). La función de producción se escribe de la siguiente manera:

$$Y^t = A(t)f(X_k^t, X_l^t) \quad (\text{Ecuación 2.19})$$

Donde:

$Y^t$ : cantidad producida en el tiempo  $t$

$X_k^t$ : capital en el tiempo  $t$

$X_l^t$ : trabajo en el tiempo  $t$

$A(t)$ : progreso tecnológico en el tiempo  $t$

Con respecto a la variable progreso tecnológico  $A(t)$ , Solow lo denominó residuo debido a que se obtenía por diferencia disgregando de la tasa de crecimiento de producto, el crecimiento de los insumos [promedio ponderado de las tasas de crecimiento de producto e insumos] y la misma recogía cualquier desplazamiento de la función de producción. Cabe destacar que el denominado residuo mide la variación en la *PTF* debido a que en el modelo de Solow no existen economías de escala ni ineficiencias técnicas (ibídem).

Arimón y Torello (1997) señalan que la principal disconformidad con el modelo parte de la validez de la agregación de los factores capital y trabajo ya que estos no son unidades homogéneas sino heterogéneas. Consecuentemente, para agrupar los distintos bienes de capital en un agregado consistente se necesitará del teorema de separabilidad funcional de Leontief, el cual señala que la tasa de sustitución entre los heterogéneos bienes de capital debe ser independiente de la cantidad de trabajo combinada con ellos. A su vez, Nadiri (1970) señala que en el agregado la tasa marginal de sustitución entre dos tipos de bienes de capital debe ser constante; con el fin de que este puede expresarse en una suma de elementos.

En síntesis, el índice de productividad que parte de la teoría económica va a iniciar del concepto de rendimientos constantes a escala y conductas optimizadoras, donde la estimación econométrica brinda las elasticidades producto de los factores permitiendo la agregación de factores de producción y en consecuencia la determinación de la *PTF* como un residuo entre el cambio operado en las salidas y en las entradas. Este residuo se asocia al cambio técnico (Arimón y Torello, 1997).

### 2.2.3. La teoría de los números índices

Esta teoría realiza la agregación de los factores sin conocer los parámetros estructurales [elasticidades producto de los factores]. Parte, además, del interrogante de cuál es la mejor forma de agregación de insumos y productos. Arimón y Torello (1997) señalan que Diewert intenta responder con esta teoría es de qué manera se pueden “*agregar los datos individuales de precios y cantidades, de forma que el producto de precios a nivel agregado por el nivel agregado de cantidades sea igual a la suma de los precios individuales por las respectivas cantidades para todos los bienes*” (p. 21). Esto se expresa de la siguiente manera

$$P^t Q^t = \sum_{i=1}^N p_i^t q_i^t \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (\text{Ecuación 2.20})$$

*Donde:*

$P^t$ : precios agregados en el periodo  $t$

$Q^t$ : cantidades agregados en el periodo  $t$

$p^t$ : precios en el periodo  $t$

$q^t$ : cantidades en el periodo  $t$

$T$ : periodos de análisis

$N$ : bienes producidos

A partir de aquí, existen dos aproximaciones distintas a la medición de  $Q$  y  $T$ , las cuales son (a) la aproximación atomística que a su vez comprende el enfoque estadístico y axiomático y (b) la aproximación económica que es también denominado como la teoría económica de los números índices. La diferencia entre ambas aproximaciones radica en que la aproximación económica el vector de cantidades viene a ser una variable independiente que es determinado como solución a un problema de optimización de corte microeconómico donde involucra al vector de precio observados; mientras que la aproximación atomística considera los índices de cantidad y precios como funciones de vectores de cantidades y precios determinados independientemente (ibídem).

De la teoría de los números índices se desprenden dos maneras convenientes para elaborar un índice de cantidades y precios. El primero viene a ser el índice de Tornqvist y el índice ideal de Fisher. Las similitudes entre ambos índices es que son superlativos [aproximación económica] y cumplen un conjunto razonable de propiedades [aproximación axiomática]. Sin embargo, Arimón y Torello (1997) señalan que es el índice de Fisher el que cumple un conjunto mayor de axiomas que su par de Tornqvist.

#### 2.2.4. Índice de Tornqvist

Este índice de acuerdo a Parra (2004) es usado para medir la *PTF* dado que permite efectuar comparaciones de productividad entre agregados de diversas unidades productivas y también comparaciones entre diversos momentos de tiempo. Este índice parte del índice de Divisia y se concreta en la siguiente formulación

$$\Delta \ln = PTF \Delta \ln Q - \Delta \ln F \quad (\text{Ecuación 2.21})$$

Donde:

$$\Delta \ln F = \ln \left[ \frac{F_t}{F_{t-1}} \right] = \frac{1}{2} \sum_j (a_{jt} + a_{jt-1}) \ln \left( \frac{X_{it}}{X_{it-1}} \right)$$

$$\Delta \ln Q = \ln \left[ \frac{Q_t}{Q_{t-1}} \right] = \frac{1}{2} \sum_j (b_{jt} + b_{jt-1}) \ln \left( \frac{q_{it}}{q_{it-1}} \right)$$

$$b_j = \frac{p_{jt} q_{jt}}{\sum p_{jt} q_{jt}} : \text{participación de cada salida en el valor de la producción total}$$

$$a_i = \frac{w_{it} X_{it}}{\sum w_{it} X_{it}} : \text{participación de cada salida en el valor del coste total}$$

*F*: nivel agregado de entradas

*Q*: nivel agregado de salidas

El índice de cantidades es:

$$\Delta \ln F = \ln \left[ \frac{F_t}{F_{t-1}} \right] = \frac{1}{2} \sum_j (a_{jt} + a_{jt-1}) \ln \left( \frac{X_{it}}{X_{it-1}} \right) \quad (\text{Ecuación 2.21.1})$$

Donde:

*a<sub>it</sub>*: participación de cada entrada *i* en los pagos del periodo *t*

*x<sub>it</sub>*: cantidad de entradas *i* en el periodo *t*

*F: nivel agregado de entradas*

El índice de precios es:

$$\Delta \ln P = \ln \left[ \frac{P_t}{P_{t-1}} \right] = \frac{1}{2} \sum_j (c_{jt} + c_{jt-1}) \ln \left( \frac{w_{it}}{w_{it-1}} \right) \quad (\text{Ecuación 2.21.2})$$

*Donde:*

*c<sub>it</sub>: participación de cada coste i en los costes del periodo t*

*w<sub>it</sub>: precio coste i en el periodo t*

*P: índice de precios*

Cabe indicar que este índice trabaja bajo la premisa que la tecnología de producción es separable de las entradas y salidas; igual para una función de producción lineal y donde el capital y el trabajo son afectados por el progreso tecnológico. Este índice es preciso para una función donde se conoce la producción. Esta es homogénea y lineal [función trascendental logarítmica o translog] (Arimón y Torello, 1997).

### **2.2.5. Índice de Fisher**

Este índice a diferencia del índice de Torqvist, se construye a partir de funciones de producción y de requerimientos de insumos cuadráticas homogéneas. Asimismo, Diewert señala que este índice es la única función que satisface el absoluto de las propiedades matemáticas que son deseables para un índice de salida por lo que éste índice es preferible al de Tornqvist en los casos donde existan entradas y salidas múltiples (Arimón y Torello, 1997)

De acuerdo a Parra (2004) este índice se construye a partir de los índices de (a) Laspeyres y (b) Paasche. El índice de Fisher de cantidades para la salida agregada vendrá a ser la media geométrica de los anteriores índices, es decir:

$$Q_F = \left[ \left( \frac{p^0 y^1}{p^0 y^0} \right) \left( \frac{p^1 y^1}{p^1 y^0} \right) \right]^{1/2} \quad (\text{Ecuación 2.24})$$

*Donde:*

*p<sup>0</sup>: precio de la salida en el periodo base*

*p<sup>1</sup>: precio de la salida en el periodo posterior*

$y^0$ : cantidad de salida en el periodo base

$y^1$ : cantidad de salida en el periodo posterior

El índice de Laspeyres para las salidas se define como:

$$Q_L = p^0 y^1 / p^0 y^0 \quad (\text{Ecuación 2.24.1})$$

Donde:

$p^0$ : precio de la salida en el periodo base

$y^0$ : cantidad de salida en el periodo base

$y^1$ : cantidad de salida en el periodo posterior

El índice de Paasche para las salidas se define como:

$$Q_P = p^1 y^1 / p^1 y^0 \quad (\text{Ecuación 2.24.2})$$

Donde:

$p^0$ : precio de la salida en el periodo base

$p^1$ : precio de la salida en el periodo posterior

$y^0$ : cantidad de salida en el periodo base

$y^1$ : cantidad de salida en el periodo posterior

Por otro lado, el índice de Fisher de cantidades para la entrada agregada vendrá a ser:

$$Q_F = \left( \frac{w^0 x^1 w^1 x^1}{w^0 x^0 w^1 x^0} \right)^{1/2} \quad (\text{Ecuación 2.25})$$

Donde:

$w^0$ : precio de la entrada en el periodo base

$w^1$ : precio de la entrada en el periodo posterior

$x^0$ : cantidad de entrada en el periodo base

$x^1$ : cantidad de entrada en el periodo posterior

Para el caso de las entradas, el índice de Laspeyres se define como:

$$Q_L = w^0 x^1 / w^0 x^0 \quad (\text{Ecuación 2.25.1})$$

Donde:

$w^0$ : precio de la entrada en el periodo base

$x^0$ : cantidad de entrada en el periodo base

$x^1$ : cantidad de entrada en el periodo posterior

El índice de Paasche para las salidas se define como:

$$Q_p = w^1 x^1 / w^1 x^0 \quad (\text{Ecuación 2.25.2})$$

Donde:

$w^0$ : precio de la entrada en el periodo base

$w^1$ : precio de la entrada en el periodo posterior

$x^0$ : cantidad de entrada en el periodo base

$x^1$ : cantidad de entrada en el periodo posterior

Por lo tanto, al ser el índice de Fisher la media geométrica de los índices de Laspeyres y Paasche; este se expresa de la siguiente manera:

$$PTFF: \frac{Q_F}{X_F} \quad (\text{Ecuación 2.26})$$

Donde

$Q_F$ : índice de Fisher de la salida agregada

$X_F$ : índice de Fisher de la entrada agregada

### 2.2.6. Índice de Malmquist

El índice de Malmquist está basado en el concepto de función distancia propuesta por Shephard, donde la inversa es igual a la medida de eficiencia dada por Farrel (Parra, 2004). El Índice de Malmquist fue propuesto por Caves et al (1982) en el artículo *Multilateral Comparisons of Output, Input and Productivity Using Superlative Index Numbers* donde se construye índices a partir de funciones distancia; que fueron introducidas por Malmquist en su investigación de teoría de consumo en el año de 1953 las cuales pueden ser usadas tanto para el análisis de eficiencia, como también en el análisis de productividad ya que la combinación de esas funciones permiten la construcción de índices que pueden ser interpretados como

variaciones en la *PTF* (Delfín y Navarro, 2014). La combinación de estas funciones distancia deben de cumplir con la propiedad de proporcionalidad la cual dicta que si la producción se incrementa de un periodo a otro, donde el consumo de entradas es constante, entonces el índice debe incrementarse en similar proporción, en caso que el consumo de entradas se reduce de un periodo a otro, donde el consumo de entradas es constante, entonces el índice debe reducirse en similar proporción; caso contrario, este permanecerá inalterado [el índice será la unidad] (Parra, 2004). Asimismo, este índice permite calcular la variación de la productividad entre los periodos  $t$  y  $t+1$ .

Con el fin de entender gráficamente el concepto del índice de Malmquist, la figura 5 ilustra la variación de la producción en la *DMU<sub>o</sub>*.

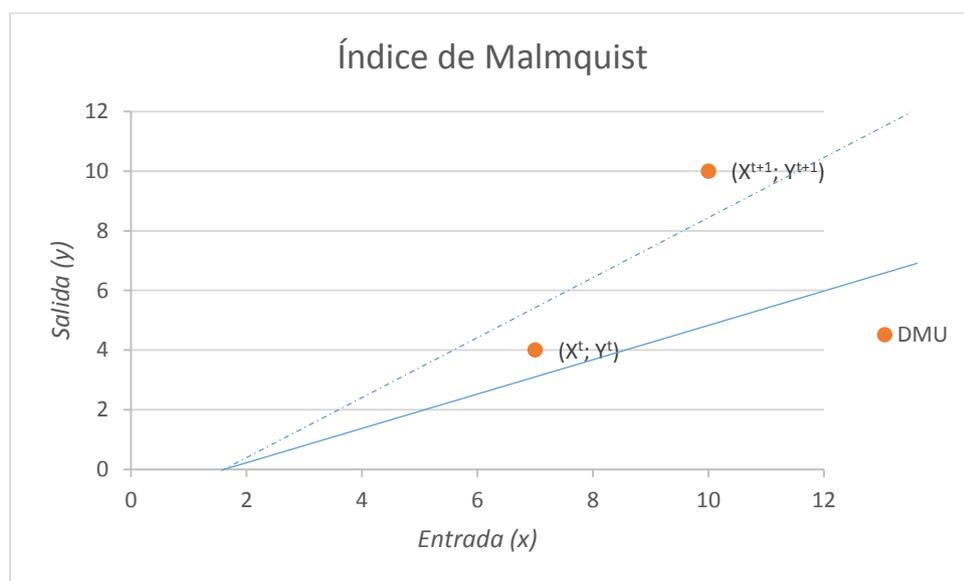


Figura 6. Índice de Malmquist (Arimón y Torello, 1997)

En este gráfico, donde la *DMU<sub>o</sub>* [observada] tiene una sola entrada y una sola salida, se denota cómo del periodo  $t$  [línea continua] al periodo  $t+1$  [línea discontinua] la *DMU<sub>o</sub>* ha sufrido un cambio positivo en la productividad lo cual ha movido la frontera productiva en el periodo  $t+1$ . Si este cambio en la productividad se debe a una mejora tecnológica será porque la eficiencia es constante en los periodos  $t$  y  $t+1$ , en este sentido, se entenderá como cambio

tecnológico a cualquier cambio en el conjunto de posibles combinaciones de producción. Un cambio en la tecnología cambia las combinaciones de entradas requeridas en el proceso productivo. Por lo tanto, una mejora en la tecnología indicará que menos entradas son usadas para producir una cantidad dada; o que se producen mayores salidas con una constante cantidad de entradas.

Las principales ventajas de cálculo con este índice de acuerdo a Parra (2004) vienen a ser que: (a) no se requieren supuestos de comportamiento como maximizar beneficios o disminuir costes sobre la *DMU* analizada, (b) al ser un índice basado en funciones distancia no se precisan costos de insumos ni precios de salidas y (c) este índice puede ser descompuesto en elementos que den explicación a las causas de la variación en la productividad a diferencia del índice de Tornqvist que no permite hacerlo.

De acuerdo a Parra (2004) las funciones de distancia deben ser iguales en grado uno a las salidas y menos uno en las entradas, puesto que equivale a que la tecnología de producción asuma un entorno de rendimientos constantes a escala. Las funciones distancia permiten calcular la distancia que existe entre la *DMU* analizada y la frontera tecnológica de referencia en cada periodo. Por lo tanto, la tecnología de producción puede ser definida al usar el conjunto de salidas que pueden ser producidos con el vector de salidas; es decir:

$$P^t(x) = \{(x^t, y^t) \text{ tal que con } x^t \text{ se pueda producir } y^t\} \quad (\text{Ecuación 2.27})$$

$$\forall x = (x_1 \dots x_m), \forall y = (y_1 \dots y_s)$$

Donde

$P^t$  = tecnología de producción en el periodo  $t$

$y^t$  = vector de salida en el periodo  $t$

$x^t$  = vector de entrada en el periodo  $t$

$m$  = número de entradas

$s$  = número de salidas

Debido a que el índice busca medir la distancia, la ecuación 2.27 se expresará de la siguiente manera, la cual será conocida como la función de distancia de los insumos:

$$D^t(x^t, y^t) = \max \theta / (x^t / \theta, y^t) \in P^t \quad (\text{Ecuación 2.28})$$

$$\forall X = (x_1 \dots x_m), \forall Y = (y_1 \dots y_s)$$

*Donde:*

$\theta$ : variable que mide la distancia

$y^t$  = vector de salida en el periodo  $t$

$x^t$  = vector de entrada en el periodo  $t$

$m$  = número de entradas

$s$  = número de salidas

$P^t$  = tecnología de producción en el periodo  $t$

$D^t$  = función de distancia

La variable  $\theta$  viene a ser el máximo factor por el cual es posible hacer la división de las entradas con el objetivo de poseer el nivel de producción  $y^t$ ; es decir, mide la distancia de la cantidad de entradas que usa la DMU y la cantidad mínima que se pueda usar con el fin de tener el mismo nivel de salidas (Arimón y Torello, 1997). En tanto que  $P^t$  que viene a ser la tecnología de producción del periodo  $t$ , está determinada por la función de producción que representa los puntos de máxima salida que se pueda obtener con el nivel de entradas, o también como el mínimo de insumos que se puede obtener con el nivel de salidas.

La función distancia de las salidas vendrá ser definida como

$$D^t(x^t, y^t) = \min \theta / (x^t, y^t / \theta) \in P^t \quad (\text{Ecuación 2.29})$$

$$\forall X = (x_1 \dots x_m), \forall Y = (y_1 \dots y_s)$$

*Donde:*

$\theta$ : variable que mide la distancia

$y^t$  = vector de salida en el periodo  $t$

$x^t$  = vector de entrada en el periodo  $t$

$m$  = número de entradas

$s$  = número de salidas

$P^t$  = tecnología de producción en el periodo  $t$

$D^t$  = función de distancia

Esta ecuación de acuerdo a Parra (2004) se define como la inversa de la expansión máxima del vector de las salidas  $[y^t]$  con las entradas  $[x^t]$  tal que el punto resultante  $[x^t; y^t]$  de la DMU analizada se halle en la frontera del periodo  $t$  y por lo tanto sea eficiente. Si el punto analizado  $[x^t; y^t]$  se situase en la frontera de producción, entonces  $D^t(x^t, y^t)$  será considerada como técnicamente eficiente por lo que tomará el valor de uno [1]; caso contrario será considerado ineficiente.

Arimón y Torello (1997) por su parte señalan que la ecuación 2.29 busca medir la distancia de la cantidad de salidas y la cantidad máxima que se puede obtener con el nivel de entradas dada. Debido a que se procura observar la evolución de la productividad a través de distintos periodos de tiempo, el índice de Malmquist precisará de funciones distancia en diversos tiempos; por lo tanto, Caves et al citado en Delfín y Navarro (2014) definieron el índice de Malmquist para el periodo  $t$  como:

$$M^t = \frac{d^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{d^t(x^t, y^t)} \quad (\text{Ecuación 2.30})$$

Donde:

$d^t$ : distancia en el periodo  $t$

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

De manera análoga, el índice de Malmquist para el periodo  $t+1$  será:

$$M^{t+1} = \frac{d^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{d^{t+1}(x^t, y^t)} \quad (\text{Ecuación 2.31})$$

$d^{t+1}$ : distancia en el periodo  $t+1$

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

De manera que si el índice  $M^t > 1$ , indicaría que la productividad en el periodo  $t+1$  es mayor que la del periodo  $t$ , debido a que la expansión en las salidas del periodo  $t+1$  necesariamente será inferior a las salidas del periodo  $t$  para que la observación sea factible en el periodo  $t$ . Por otro lado, si  $M^t < 1$ ; indicará que la productividad en  $t+1$  es menor que la del periodo  $t$ ; es decir, la productividad habría sufrido una caída. (Villa, 2003)

Por lo tanto, Caves et al citado en Delfín y Navarro (2014) proponen elaborar una media geométrica de las ecuaciones 2.30 y 2.31 para evitar problemas de elección, la cual se expresa de la siguiente manera:

$$M(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \left[ \left( \frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t)} \right) \left( \frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^{t+1}(x^t, y^t)} \right) \right]^{1/2} \quad (\text{Ecuación 2.32})$$

Donde:

$d^t$ : distancia en el periodo  $t$

$d^{t+1}$ : distancia en el periodo  $t+1$

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

Esta ecuación pasa a descomponerse de la siguiente manera de acuerdo a González-Araya y Verdugo (2010):

- $D^t(x^t, y^t)$  : Es la medida de la eficiencia técnica global de la *DMU* en el periodo  $t$ , la cual se obtiene mediante las observaciones de todas las unidades de decisión en el mismo periodo de tiempo.
- $D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})$  : Es la medida de la eficiencia técnica global de la *DMU* en el periodo  $t+1$ , la cual se obtiene mediante las observaciones de todas las unidades de decisión en el mismo periodo de tiempo.
- $D^t(x^{t+1}, y^{t+1})$  : Es la medida de la eficiencia técnica global de la *DMU* la cual se obtiene mediante la sustitución de datos de la *DMU* del periodo  $t$  por los del periodo  $t+1$ , mientras que las observaciones de las restantes *DMU* son efectuadas en el periodo  $t$ .
- $D^{t+1}(x^t, y^t)$  : Es la medida de la eficiencia técnica global de la *DMU* la cual se obtiene mediante la sustitución de datos de la *DMU* del periodo  $t+1$  por los del periodo  $t$ , mientras que las observaciones de las restantes *DMU* son efectuadas en el periodo  $t+1$ .

Por lo tanto, este índice representa la variación de la producción total de los factores de una *DMU* entre periodos distintos de tiempo. Asimismo, refleja la variación en la eficiencia en concordancia con los posibles cambios de tecnología en el lapso estudiado, manifestándose el mismo como un desplazamiento de la frontera de eficiencia en un marco de determinadas entradas y salidas (Caves et al citado Delfín y Navarro, 2014). En caso que (a) el índice resultante sea mayor a la unidad, implicará que la *DMU* estudiada ha contado con mayor productividad en comparación al periodo inicial; (b) si el índice resultante es menor a la unidad, indicará que la *DMU* estudiada ha contado con menor productividad en comparación al periodo inicial y (c) en el caso que sea igual a la unidad el índice resultante, implicará que no existió variación de productividad de la *DMU* estudiada en comparación al periodo inicial.

Posteriormente, Fare Grosskopf, Lindgren y Ross descompusieron el índice de Malmquist como el producto del cambio de eficiencia [ $\Delta CE$ ] y el cambio tecnológico [ $\Delta CT$ ] (Delfín y Navarro, 2014). Por lo tanto  $M = \Delta CE \cdot \Delta CT$ , de esta manera el Índice quedó así:

$$M(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t)} \left[ \frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D^t(x^t, y^t)}{D^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (\text{Ecuación 2.32})$$

Donde:

$d^t$ : distancia en el periodo  $t$

$d^{t+1}$ : distancia en el periodo  $t+1$

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

$\Delta CE$ : Cambio en la eficiencia técnica, se expresa:  $\frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t)}$

$\Delta CT$ : Cambio en el progreso tecnológico, se expresa:  $\left[ \frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D^t(x^t, y^t)}{D^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2}$

De esta manera la variación en la eficiencia se expresa de la siguiente manera:

$$\Delta CE^{t,t+1} = \frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t)} \quad (\text{Ecuación 2.33})$$

Donde:

$d^t$ : distancia en el periodo  $t$

$d^{t+1}$ : distancia en el periodo  $t+1$

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

Esta ecuación mide la variación de la eficiencia técnica global de la  $DMU_o$  entre el periodo  $t$  y el periodo  $t+1$ ; además, refleja la posible variación que se haya producido en la distancia entre

la eficiencia obtenida y la frontera en  $t$  y  $t+1$ . Parra (2004) señala que (a) cuando la puntuación sea mayor a uno, la producción de la  $DMU_0$  en el periodo  $t+1$  ha sido más eficiente técnicamente que la producción en el periodo  $t$ ; (b) en el caso que el resultado sea igual a uno, esto indicará que la distancia respecto a la frontera continua de la misma forma.; (c) cuando la puntuación sea menor a uno, esto indicará que en la producción de la  $DMU_0$  en el periodo  $t+1$  ha sido menos eficiente que en el periodo  $t$ .

En cuanto a la variación en el cambio tecnológico se expresa de la siguiente manera:

$$\Delta CT^{t,t+1} = \left[ \frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D^t(x^t, y^t)}{D^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (\text{Ecuación 2.34})$$

Donde:

$d^t$ : distancia en el periodo  $t$

$d^{t+1}$ : distancia en el periodo  $t+1$

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

Esta ecuación mide la variación de la frontera tecnológica en la  $DMU_0$  entre los periodos  $t$  y  $t+1$ ; además, indica la posible variación en la productividad que pueda justificarse debido al traslado de la frontera tecnológica entre los periodos  $t$  y  $t+1$ . Balezentis, Misiunas y Balezentis (2013) señalan que en el caso que exista progreso tecnológico  $\Delta T$  la puntuación será mayor a la unidad indicando a su vez que es posible producir usando menos entradas; por lo tanto, en el caso que esta permanezca igual, la puntuación será igual a uno; mientras que en el caso que se produzca un retroceso tecnológico la puntuación será menor a uno, lo que indicará que la  $DMU_0$  produce usando un mayor número de entradas en el periodo  $t+1$  que en el periodo  $t$ .

Cabe señalar que no necesariamente los cambios tanto en eficiencia como en el progreso tecnológico deben ir en la misma dirección, ya que puede darse el caso donde mientras la

variación del componente del cambio en la eficiencia sea mayor a uno; la variación del componente del cambio en el progreso tecnológico sea menor a uno o constante. Asimismo, este índice es calculado asumiendo que las *DMU* se comportan con rendimientos constantes a escala, debido a que, en un entorno de rendimientos variables a escala, las observaciones de un periodo podrían no ser factibles con la tecnología de otros periodos; por lo tanto, las soluciones no serían del todo posibles para calcular distancias entre periodos mixtos (Parra, 2004).

Fare, Grosskopf, Norris y Zhang en 1994 posteriormente, propusieron una ampliación de la descomposición del Índice de Malmquist, de tal manera que el Índice de Malmquist se exprese como el producto del cambio en la eficiencia técnica pura [ $\Delta CP$ ], cambios en la eficiencia de escala [ $\Delta CS$ ] y cambio tecnológico [ $\Delta CT$ ], ; es decir  $M = \Delta CS \cdot \Delta CT \cdot \Delta CP$  (Delfín y Navarro, 2015). Por lo tanto, el índice de Malmquist se puede descomponer de la siguiente manera:

$$M(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^t(x^t, y^t)} \left( \frac{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D_{BCC}^t(x^t, y^t)}{D_{CCR}^t(x^t, y^t)} \right) \left[ \frac{D_{CCR}^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D_{CCR}^t(x^t, y^t)}{D_{CCR}^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2}$$

(Ecuación 2.35)

Donde:

$$\Delta CP^{t:t+1}: \text{Cambio en la eficiencia técnica pura, se expresa: } \frac{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^t(x^t, y^t)}$$

$$\Delta CS^{t:t+1}: \text{Cambio en la eficiencia de escala, se expresa: } \left( \frac{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D_{BCC}^t(x^t, y^t)}{D_{CCR}^t(x^t, y^t)} \right)$$

$$\Delta CT^{t:t+1}: \text{Cambio en el progreso tecnológico, se expresa: } \left[ \frac{D_{CCR}^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D_{CCR}^t(x^t, y^t)}{D_{CCR}^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2}$$

De esta manera la variación en la eficiencia técnica pura, se expresa de la siguiente manera:

$$\Delta CP^{t,t+1} = \frac{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^t(x^t, y^t)} \quad (\text{Ecuación 2.36})$$

Donde:

$d^t$ : distancia en el periodo  $t$

$d^{t+1}$ : distancia en el periodo  $t+1$

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

Se observa, que la composición de la ecuación 2.36 es cuasi homogénea que la ecuación 2.33; la única diferencia es que la ecuación 2.36 se aboca exclusivamente en los vectores bajo el modelo *BCC*. Por lo tanto, la variación de la eficiencia técnica pura será mayor a la unidad cuando la eficiencia técnica pura de la *DMU<sub>O</sub>* del periodo  $t+1$  es mayor que la eficiencia técnica pura en el periodo  $t$ ; en el caso que el resultado sea igual a uno, esto indicará que la distancia hacia la frontera y la puntuación se mantiene de la misma manera; pero cuando sea menor a uno, esto indica que la eficiencia de escala de la *DMU<sub>O</sub>* del periodo  $t+1$  ha sido menor que la del periodo  $t$  (Parra, 2004).

De esta manera la variación en la eficiencia de escala, se expresa de la siguiente manera:

$$\Delta CS^{t,t+1} = \left( \frac{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) D_{BCC}^t(x^t, y^t)}{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) D_{CCR}^t(x^t, y^t)} \right) \quad (\text{Ecuación 2.37})$$

Donde:

$d^t$ : distancia en el periodo  $t$

$d^{t+1}$ : distancia en el periodo  $t+1$

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

Debido a que el índice de cambios en la eficiencia de escala hace uso tanto de funciones distancia de los modelos *BCC* y *CCR*, es preciso especificar en la ecuación 2.37 el modelo usado en las funciones distancia. Se debe de tener en cuenta que la eficiencia de escala busca el ratio del puntaje *CCR* y *BCC* de la *DMU<sub>O</sub>* con el fin de determinar si la *DMU<sub>O</sub>* trabaja en la escala óptima.

Por lo tanto, los cambios de eficiencia de escala buscan comparan los cambios de eficiencia técnica global [ $\Delta CE$ ] y eficiencia técnica pura [ $\Delta CP$ ] en los periodos  $t$  y  $t+1$ . Si el índice es mayor a la unidad indicará que la eficiencia de escala del periodo  $t+1$  es mayor que la eficiencia de escala del periodo  $t$ ; en caso que el resultado sea igual a uno, esto indicará que la puntuación se mantiene de la misma manera; pero cuando sea menor a uno, esto indica que la eficiencia de escala del periodo  $t+1$  ha sido menor que la del periodo  $t$ . De acuerdo a Zofio (2007) la variación de la eficiencia de escala [ $\Delta CS$ ] será el resultado de comparar cómo la  $DMU_0$  cambia su desempeño productivo desde una perspectiva de escala a cómo cambia la escala óptima tecnológica, por lo que al moverse la  $DMU_0$  del periodo base al periodo de comparación, esta puede mejorar su desempeño productivo haciendo uso de los retornos a escala de la mejor práctica tecnológica, mientras que al mismo tiempo probablemente la mejor práctica tecnológica respecto a la escala óptima cambie de un periodo a otro.

Se infiere, asimismo, que la eficiencia técnica global [ $ET$ ] vendrá a ser el producto de la eficiencia de escala [ $SE$ ] y la eficiencia técnica pura [ $EP$ ]; es decir:

$$ET = SE \cdot EP \quad (\text{Ecuación 2.38})$$

Por lo tanto, los cambios en la eficiencia técnica global [ $\Delta CE$ ] será el producto de los cambios en la eficiencia técnica pura [ $\Delta CP$ ] y la eficiencia de escala [ $\Delta CS$ ], por lo que  $\Delta CE = \Delta CP \cdot \Delta CS$ , es decir:

$$\Delta CE^{t,t+1} = \frac{D_{BCC}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{BCC}^t(x^t, y^t)} \left( \frac{D_{CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{CCR}^t(x^t, y^t)} \right) \quad (\text{Ecuación 2.39})$$

Al aplicar el Análisis Envolvente de Datos al índice de Malmquist con el fin de obtener variaciones de productividad al usar el mismo panel de datos que en DEA, se tendrá lo siguiente:

$$M(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \left[ \frac{D_{0,CCR}^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{0,CCR}^t(x^t, y^t)} \frac{D_{0,CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{0,CCR}^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (\text{Ecuación 2.40})$$

Donde, cada elemento será la solución de las ecuaciones DEA siguientes:

$$\text{Min } (\lambda, \beta) h_o = [D_{0,CCR}^t(x^{t+1}, y^{t+1})]^{-1}; [D_{0,CCR}^t(x^{t+1}, y^{t+1})]^{-1} = \beta \quad (\text{Ecuación 2.40.1})$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot x_{ij}^t \leq \beta \cdot x_{io}^t \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot y_{rj}^t \geq y_{ro}^t \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo

$y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$x_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMUo [observada]

$x_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMUo [observada]

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

$\lambda_j$ : vector de pesos  $n \times 1$  es decir, la intensidad de la unidad  $j$ . Se denota  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_n \end{pmatrix}$

$$\text{Min } (\lambda, \beta) h_o = [D_{0,CCR}^t(x^t, y^t)]^{-1}; [D_{0,CCR}^t(x^t, y^t)]^{-1} = \beta \quad (\text{Ecuación 2.40.2})$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot x_{ij}^t \leq \beta \cdot x_{io}^{t+1} \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot y_{rj}^t \geq y_{ro}^{t+1} \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo

$y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$x_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMUo [observada]

$x_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMUo [observada]

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

$\lambda_j$ : vector de pesos  $n \times 1$  es decir, la intensidad de la unidad  $j$ . Se denota  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$

$\text{Min } (\lambda, \beta) h_o = [D_{0,CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})]^{-1}; [D_{0,CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})]^{-1} = \beta$  (Ecuación 2.40.3)

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot x_{ij}^{t+1} \leq \beta \cdot x_{io}^t \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot y_{rj}^{t+1} \geq y_{ro}^t \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo

$y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$x_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMUo [observada]

$x_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMUo [observada]

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

$\lambda_j$ : vector de pesos  $n \times 1$  es decir, la intensidad de la unidad  $j$ . Se denota  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_n \end{pmatrix}$

$$\text{Min } (\lambda, \beta) h_o = [D_{0,CCR}^{t+1}(x^t, y^t)]^{-1} \quad ; \quad [D_{0,CCR}^{t+1}(x^t, y^t)]^{-1} = \beta \quad (\text{Ecuación 2.40.4})$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot x_{ij}^{t+1} \leq \beta \cdot x_{io}^{t+1} \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot y_{rj}^{t+1} \geq y_{ro}^{t+1} \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo

$y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$x_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMUo [observada]

$x_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMUo [observada]

$x^t$ : vector de entradas en el periodo  $t$

$x^{t+1}$ : vector de entradas en el periodo  $t+1$

$y^t$ : vector de salidas en el periodo  $t$

$y^{t+1}$ : vector de salidas en el periodo  $t+1$

$\lambda_j$ : vector de pesos  $n \times 1$  es decir, la intensidad de la unidad  $j$ . Se denota  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_n \end{pmatrix}$

Villa (2003) señala que la ecuación 2.40.1 soluciona el problema del periodo  $t$ , mientras que la ecuación 2.40.4 lo hace con el periodo  $t+1$ ; la ecuación 2.40.2 considera las unidades observadas del periodo  $t$  en la tecnología del periodo  $t+1$ ; finalmente, la ecuación 2.40.3 considera las unidades del periodo  $t+1$  en la tecnología del periodo  $t$ . (Villa, 2003)

## 2.2. Antecedentes

Inglada, Coto-Millán e Inglada-Pérez (2017), desarrollaron la investigación titulada *Evaluación de la productividad y eficiencia en los aeropuertos españoles después de la liberalización del transporte aéreo* donde se estudiaron los cambios producidos en la productividad y eficiencia técnica de los aeropuertos del Reino de España entre los años de 1992 y 2012. La metodología usada en esta investigación fue la aplicación del Análisis Envolvente de Datos [tanto para medir la eficiencia como la productividad] a un panel de datos de 33 aeropuertos españoles entre el periodo 1992 y 2012 los cuales significaban el 98% del tráfico aéreo español durante ese periodo de tiempo. Se usaron como componentes de entrada el costo de trabajo [costo de personal], activo inmovilizado [fijo] y el resto de costos operativos; mientras que por el lado de las salidas se usaron el número de pasajeros, la cantidad de mercancías y el número de movimientos. Los modelos *DEA* usado para medir la eficiencia fueron el modelo *CCR*, así como el modelo *BCC* con orientación en ambos hacia la salida. El índice de Malmquist para medir los cambios de productividad, por su parte, se descompuso en los cambios de eficiencia técnica, el cambio técnico, cambios en la eficiencia técnica pura y cambio en la eficiencia de escala. La investigación encontró que en el periodo evaluado los aeropuertos experimentaron un crecimiento de productividad de 11,8%, donde el principal elemento que contribuyó con este crecimiento fue el cambio en la eficiencia técnica global dado que experimentó un crecimiento del 23.06% el cual a su vez se debió en exclusiva al crecimiento en la eficiencia técnica pura. La investigación recomienda mejorar la eficiencia en las conexiones intermodales con los aeropuertos, realizar evaluaciones de futuras inversiones mediante un estricto análisis costo-beneficio e implantar un eficiente y eficaz sistema de tasas aeroportuarias. La contribución de este estudio radica en la similitud de la metodología de análisis de datos, así como la interpretación de los mismos.

Fragoudaki, Giokas y Glyptou (2016), realizaron la investigación denominada *Efficiency and productivity changes in Greek airports during the crisis years 2010-2014* cuyo objetivo principal fue el de evaluar la eficiencia operativa y los cambios de productividad de los aeropuertos griegos durante los primeros años de la crisis económica. Para este fin se usó el análisis *DEA*, en el modelo *BCC* orientado a las salidas -para medir la eficiencia- y el índice de Malmquist -para medir la productividad- descompuesta en cambios en la eficiencia técnica, cambios en la tecnología, cambios en la eficiencia técnica pura y cambios en la eficiencia de escala. Ambas herramientas fueron aplicadas a 38 aeropuertos griegos. Las entradas consideradas fueron la longitud de la pista de aterrizaje, el área del patio de maniobras y el área del terminal de pasajeros; mientras que las salidas fueron el número de movimientos de aeronaves, y *WLU* [*working load unit*] que viene a ser el número de pasajeros combinado con la carga bajo la premisa que cada pasajero pesa 100 kilogramos. Esta investigación encontró que el promedio en el puntaje de eficiencia durante los cinco años fue del 54%, que fue máximo en el año 2014 ya que alcanzó el 55.6%. Este puntaje se debe a que sólo siete aeropuertos alcanzaron el máximo nivel de eficiencia durante los años analizados. También se encontró que existe una gran brecha de eficiencia entre aeropuertos con eficiencia máxima y pobre puntaje de eficiencia. Asimismo, durante los años analizados se encontró que los cambios favorables en la eficiencia se debieron principalmente a factores como el incremento en el tráfico aéreo o mejoras en la infraestructura, pero que en los aeropuertos de baja eficiencia estos eventos no surtieron mayor efecto. En cuanto a la productividad, se halló que el promedio de crecimiento productivo fue de 3.6%; por lo tanto, se encontraron aeropuertos con (a) eficiencia alta y cambios productivos positivos los cuales fueron ocho; (b) aeropuertos con alta eficiencia y cambios productivos negativos los cuales fueron dos, (c) aeropuertos con baja eficiencia y cambios productivos negativos los cuales fueron 11 y (d) aeropuertos con baja eficiencia y cambio productivo positivo los cuales fueron 17. Los autores señalan que las

mejoras en los procedimientos operativos, y políticas de gestión e implementación de estrategias comerciales focalizadas permitirán a los aeropuertos de los grupos b, c y d seguir a los aeropuertos del grupo a. Esta investigación nos brinda una clasificación de aeropuertos en función a los resultados de eficiencia y productividad.

Pestana y Managi (2014), desarrollaron la investigación *Productivity change of UK airports* donde el objetivo principal fue el de estimar la productividad de los aeropuertos del Reino Unido durante los años 2000 al 2008. Se obtuvieron datos de 27 aeropuertos británicos para lo cual se usaron como variables de entrada los costos operacionales, número promedio de empleados y activo fijo; mientras que se usaron como variables de salida el número de pasajeros y el tráfico de carga. Los modelos usados para medir la productividad fueron el modelo de Luenberger y el modelo de Luenberger-Hicks-Moorsteen. Se encontró que el desempeño productivo de la mayoría de los aeropuertos británicos estuvo en franco decrecimiento durante el periodo de estudio, ya que sólo nueve lograron crecer en materia de productividad. Al descomponer el resultado principal se encontró que la mayoría de aeropuertos no mejoraron su eficiencia en el periodo lo cual podría ser responsabilizado a los operadores aeroportuarios ya que ellos influían en las entradas y salidas analizadas. Asimismo, se considera que la entidad gubernamental regulatoria también comparte responsabilidad debido a que falla en obligar a los aeropuertos en mejorar la eficiencia; y genera un impacto negativo en la eficiencia al regular los precios basado meramente en los resultados financieros. El estudio recomienda aplicar políticas de *benchmark* por parte de la agencia regulatoria; es decir, orientar a los aeropuertos que tuvieron decrecimiento productivo hacia los aeropuertos con crecimiento productivo. Asimismo, se recomienda discontinuar la regulación de precios basados sólo en resultados contables, exigir que los operadores aeronáuticos orienten sus políticas con el fin de seguir las prácticas de los aeropuertos que son más productivos y similares a ellos; y que los operadores aeroportuarios comprendan que el desempeño se

descompone de la eficiencia técnica y cambios en la tecnología, donde el primero dependerá de las prácticas de gestión propias mientras que el segundo estará en función de la inversión que se haga. Esta investigación brinda un análisis diferente al de *DEA*, pero con resultados similares al de un análisis *DEA*, es decir también hallan el análisis de productividad, los cambios en la tecnología y los cambios en la eficiencia.

Périco, Santana y Rebelatto (2017), realizaron la investigación *Efficiency of Brazilian international airports: applying the bootstrap data envelopment analysis* que tuvo como objetivo principal medir la eficiencia de los aeropuertos de la República Federativa de Brasil durante los años 2010 al 2012. Para ello, la investigación siguió los siguientes pasos para aplicar el modelo *DEA*; primero, escogió las unidades para el análisis, luego se escogieron las variables de entrada y salida apropiadas y se escogió estadísticamente mediante la prueba de Kolmogorov-Smirnov, el modelo a ya que esta prueba mide la distribución normal de datos de los indicadores de eficiencia, y así determina si es propicio usar el modelo *CCR* o *BBC*; finalmente, se escogió la orientación del modelo. Se recogió una muestra de 16 aeropuertos internacionales brasileños -de los cuales 12 estaban localizados en las ciudades donde se realizó la copa mundial de fútbol del 2014- y se aplicó el método *bootstrap envelopment analysis* bajo el modelo *DEA BCC* orientado a la salida. Es preciso señalar que el método bootstrap es una forma de corregir los valores de eficiencia. Las características que se usaron como entradas fueron el número de pistas, número de counters, número de estacionamientos aéreos y el área del terminal de pasajeros mientras que sólo se usó como salida el número de pasajeros. Se encontró que nueve aeropuertos eran eficientes -bajo el modelo *DEA*-, donde el de Curitiba era el más eficiente; mientras que los aeropuertos menos eficientes eran los aeropuertos de Galeao y de Manaus -conforme al análisis bootstrap-. Los autores señalan que, al no usar elementos financieros tanto para las entradas como para las salidas, otras investigaciones -como de la Agencia Nacional de Aviación Civil- pueden mostrar resultados diferentes; sin embargo,

ambas mediciones pueden ser usadas para entender mejor los factores que puedan afectar el desempeño de los aeropuertos. Esta investigación también encontró que no existía predominancia de mayores puntajes de eficiencia entre los aeropuertos extra grandes, por lo que se encontró que tanto los aeropuertos medianos como grandes fueron más eficientes que los aeropuertos extra grandes. Por lo tanto, la investigación señaló que es más importante el cómo se usan las entradas que el simple tamaño del aeropuerto. El estudio señala que dentro de los aeropuertos considerados eficientes bajo el modelo *DEA* en la región sureña sólo el aeropuerto de Curitiba estaba trabajando sin sobrecarga, mientras que los aeropuertos de Porto Alegre y Florianópolis estaban operando sobre sus capacidades por lo que precisaban cambios operativos para poder absorber la demanda. El estudio señaló que la clasificación actual por parte de la agencia regulatoria oculta e inhibe los aspectos que deben ser mejorados para poder quitar la saturación en los aeropuertos; asimismo recomendó usar de manera más continua el análisis *DEA* con el método *bootstrap* para poder producir consistentes y robustos resultados. El aporte de este estudio radica en la sugerencia de la forma en cómo son los pasos previos a la aplicación del modelo *DEA*, y el aporte del análisis *bootstrap* para la corrección de posibles errores de eficiencia.

Tshivhase (2018) en su investigación titulada *Does operational Efficiency Depend on the airport's size?* Tuvo como objetivo principal determinar si existía alguna relación entre el tamaño del aeropuerto y el desempeño operacional. Para ello, obtuvo datos de nueve aeropuertos de Sudáfrica durante los años 2011 al 2016 en donde determinó como entradas la capacidad máxima operativa de pista de aterrizaje en una hora, y puestos de parqueo; mientras que las salidas fueron dadas por el número de pasajeros y el número total de tráfico aéreo; asimismo, se clasificó a los aeropuertos en grandes, medianos y pequeños. Para obtener el desempeño se usó el análisis *DEA* modelo *CCR* con orientación a las salidas, para determinar si existe una diferencia significativa entre los tipos de aeropuertos se usó el test de Kruskal-

Wallis, y el test U de Mann Whitney para comparar tamaños de eficiencia entre los tipos de aeropuertos. La investigación encontró que los puntajes de eficiencia son diferentes de acuerdo al tamaño de aeropuerto; además, se encontró que los aeropuertos clasificados como medianos tendieron a ser más eficientes comparados a los aeropuertos pequeños y grandes, y con puntajes de eficiencia promedio más estables. El test de Kruskal- Wallis encontró que existía una diferencia significativa entre los tipos de aeropuerto, y el test de Mann Whitney halló que los puntajes de los aeropuertos de tamaño mediano y grande son más grandes que los aeropuertos pequeños; de acuerdo al test, no se encontró una diferencia significativa entre aeropuertos grandes y medianos. Este estudio, provee a la investigación de herramientas estadísticas para la comparación de puntajes de eficiencia, así como la posible interpretación de las mismas.

## Capítulo III: Metodología

### 3.1. Método y Diseño de la Investigación

El método de investigación del presente trabajo será de acuerdo al método científico como método general. Este método según Ruiz (2007) tiene sus cimientos sobre la teoría mecanicista o deductiva, es decir, de la descomposición de un todo en pequeñas partes para poder entenderla a plenitud. A su vez está circunscrito el razonamiento científico que a priori usa el método de la observación, el experimento y el análisis para posteriormente poder construir la hipótesis y su adyacente comprobación.

En síntesis, el método científico viene a ser el procedimiento planteado cuyo fin es el de descubrir las formas de existencia de los procesos objetivos, esto para desmenuzar sus conexiones internas y externas, seguir con la generalización y profundización de los conocimientos adquiridos, continuar con su demostración y finalmente comprobarlos en el experimento y las técnicas de su aplicación.

De tal manera que la consideración de la presente investigación por el método científico viene de la búsqueda de la máxima rigurosidad de parámetros que permitan que las hipótesis propuestas sean comprobadas para ofrecer respuestas de maneras lógicas y congruentes. Buscando, además, que las respuestas a las interrogantes planteadas en la investigación sean replicables y comprobables en cualquier momento por cualquier investigador.

#### 3.1.1. Método específico

El método específico a ser aplicado en la presente investigación es el correspondiente al método deductivo; que de acuerdo a Dávila (2006), es un sistema que propone el logro la organización de hechos conocidos y extraer conclusiones mediante una serie de enunciados que comprenden en primer lugar la premisa mayor, luego la premisa menor y la conclusión. Este razonamiento dicta que si las premisas son verdaderas la conclusión también lo será.

Se propone el uso del razonamiento deductivo en la presente investigación debido a que este razonamiento permitirá llegar a una conclusión a partir del desmembramiento de la idea general en elementos que permitirán un mejor análisis.

### **3.1.2. Diseño de Investigación**

La presente investigación tiene el diseño cuantitativo no experimental longitudinal de tendencia. De acuerdo a Hernandez, Fernandez y Baptista (2011) este tipo de diseño busca analizar cambios que se dan a través del tiempo donde la población tiene atención especial. La evolución descrita por el autor, en la investigación fueron las variables de eficiencia y productividad que fueron observadas tanto en el 2014 y 2015.

### **3.2. Población y Características de la Muestra**

Según Hernández et al., (2011) una población o universo “es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones” (p.174).

En la presente investigación la población o universo fueron la totalidad de aeropuertos civiles comerciales ubicados en Perú y Chile, que fueron 78.

Hernández et al (ibídem) mencionan que la muestra es el “subgrupo de la población del cual se recolectan los datos y debe ser representativo de esta” (p.173). La muestra en la presente investigación fueron 28 aeropuertos de la población distribuidas tanto en Perú como en Chile. La técnica de muestreo usado para su selección fue el no probabilístico que es el “subgrupo de la población en la que la elección de los elementos no depende de la probabilidad sino de las características de la investigación” (p.176). Los criterios para la selección de la muestra fueron (a) registrar operaciones aéreas de manera ininterrumpida los años 2014 y 2015, (b) registrar movimiento de pasajeros de manera ininterrumpida durante los años 2014 y 2015, y (c) registrar movimiento de carga de manera ininterrumpida durante los años 2014 y 2015. Asimismo, se procedió a eliminar a los aeropuertos con valores atípicos los cuales fueron los aeropuertos de Lima y Santiago de Chile.

### 3.3. Instrumentación, Confiabilidad y Validez

El Instrumento de Recolección constaba inicialmente de 8 ítems los que en su conjunto buscaban recopilar datos sobre las entradas y salidas de los aeropuertos evaluados, el cual se divide en elementos de entrada y salida.

Este instrumento fue formulado por Lin (2013) en la tesis de posgrado *A study on the relationship between airport privatisation and airport efficiency. An application of using ahp/dea methods*, el cual fue adaptado al estudio. La lista completa de los elementos de entrada usados del instrumento fueron los siguientes: el número de puertas que cuenta el aeropuerto, el área total del terminal, la longitud de la pista de aterrizaje y los costos operacionales; por otro lado, los factores de salida fueron el número de pasajeros, los kilos de carga de salida, y el movimiento de pasajeros e ingresos aeroportuarios.

Sarkis en Avkiran (2006) sugiere que el autor decida el número de DMU que haga más efectivo el poder de discriminación del análisis porque existen diferentes recomendaciones sobre el respecto. Golany y Roll sugieren que el número de DMU sean por lo menos el doble del número de entradas y salidas; Bowlin considera que el número de DMU sea el triple que el número de entradas y salidas; Dyson y Thanassoulis recomiendan que las DMU debe ser el doble del producto del número de entradas y salidas; y Boussofine, Dyson y Thanassoulis sugieren que el número de DMU debe ser el múltiplo del número de entradas y salidas (Sarkis en Avkiran, 2006). Por lo tanto, con el fin de no aumentar el poder de discriminación del análisis se trabajó con 28 DMU, 2 entradas y 2 salidas.

Asimismo, Sarkis en Avkiran (2006) sugiere que para evitar posibles distorsiones en el cálculo del puntaje de eficiencia se proceda a normalizar los datos del panel; para ello se procedió a obtener el promedio de cada entrada y salida [promedio general de entrada y/o salida] y se procedió a dividir la entrada y/o salida del DMU entre el promedio general de la entrada y/o salida.

Por otro lado, el conjunto de variables [los datos en las entradas y salidas] debe de cumplir con la condición de isotonicidad que es la relación positiva entre las salidas y la eficiencia (Charnes, Clark, Cooper y Golany, 1984). Debido a que no existieron en la investigación elementos no deseados o variables anti-isotónicas como la contaminación o los desechos no existió mayor complicación. Avikiran (2006) señala a su vez que en un panel de datos se debe procurar la búsqueda de variables que no redunden entre sí para aumentar el poder de discriminación de DEA. Lin (2013) señala por su parte que el número de variables usadas influirá en el resultado de evaluación de eficiencia. Por ende, Avikiran (2006) sugiere realizar test de correlaciones entre variables de la misma categoría [entradas entre entradas y salidas entre salidas] con el fin de observar si existen altas correlaciones entre ellas, pero ser a la vez prudente al momento de eliminar variables con altas correlaciones dado que sólo se busca aumentar el poder discriminatorio del análisis. Avikiran (ibídem) reconoce que queda a criterio del investigador considerar cuando es alta la correlación [.8 o .9], sin perder de vista la disponibilidad de datos. Al aplicar lo anterior en la investigación que se muestran en los anexos B al D, luego de numerosas pruebas se consideró pertinente reducir las variables de entrada a Área del terminal de pasajeros y Área de plataforma de aeronaves así como reducir las salidas a Número de pasajeros y Movimiento de aeronaves. Posteriormente, se procedió la verificar la confiabilidad y validez del instrumento resultante. La prueba de confiabilidad del instrumento a través del alfa de Cronbach dio un puntaje de .911 lo cual sugiere que el instrumento es altamente confiable. Por otro lado, la prueba de validez del instrumento dio un puntaje de .024 es decir una validez rescatable. Ambas pruebas sugieren que el instrumento usado tiene confiabilidad y validez.

Por otro lado, Périco, Santana y Rebelatto (2017) sugieren determinar la orientación el modelo y el modelo a usarse *per se*. Para el primer objetivo se necesita conocer si es posible reducir las entradas o aumentar las salidas. Debido a que en la realidad del estudio no es

posible una reducción de entradas, sólo nos queda aumentar las salidas. Por ello, la orientación del modelo es hacia las salidas. Con el fin de conocer el modelo a usar Banker y Natarajan en Cooper, Seiford, y Zu (2004) recomiendan usar el test de Kolmogorov-Smirnov donde si se acepta la hipótesis nula, se tendrá que trabajar con el modelo CCR mientras que si se rechaza se tendrá que trabajar con el modelo BCC. Asimismo, señalan que si el estadístico de prueba es cercano a uno es muy probable que se escoja el modelo CCR. Al aplicar el test de Kolmogorov-Smirnov el estadístico de prueba obtenido fue .131 con un alfa de .018; por lo tanto, al ser el alfa obtenido menor a .05 se procede a descartar el uso del modelo CCR y se inclina al uso del modelo BCC.

Por otro lado, para poder obtener la evolución de la productividad de los 28 aeropuertos regionales de Perú y Chile se recurrió al Índice de Malmquist.

#### **Modelo BCC con orientación a las salidas**

$$\text{Max } \gamma, \lambda, S_{i-}, S_{r+} \quad h_o = \gamma \cdot \varepsilon [\sum_{i=1}^m S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+}] \quad (\text{Ecuación 3.1})$$

*Sujeto a:*

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot X_{ij} + S_{i-} = X_{io} \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot Y_{rj} - S_{r+} = Y_{ro} \cdot \gamma_o \quad \forall r: 1; 2; \dots s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j, S_{i-}, S_{r+} \geq 0 \quad \forall j: 1; 2 \dots n$$

*Donde:*

*h<sub>o</sub>: función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia*

*s: número de salidas consideradas*

*m: número de entradas consideradas*

*Y<sub>rj</sub>: salida r-ésima de la DMU j-ésima*

*X<sub>ij</sub>: entrada i-ésima de la DMU j-ésima*

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU $_o$  [observada]

$S_{i-}$ : variable de holgura de entrada

$S_{r+}$ : variable de holgura de entrada

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

$\lambda_j$ : vector de pesos  $n \times 1$  es decir, la intensidad de la unidad  $j$ . Se denota  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$

$\gamma_o$ : denota la puntuación de eficiencia de la unidad observada ó DMU $_o$

Para el caso del aeropuerto 1 (denotado  $a1$  en los modelos lineales y  $A1$  en los modelos envolventes), la ecuación 3.1 será aplicada de la siguiente manera:

$$\text{Max } \gamma, \lambda, S_{i-}, S_{r+} \quad h_o = \gamma_o - \varepsilon [S_{1-}; S_{2-}; S_{1+}; S_{2+}]$$

$$a_1 s_1 \gamma - a_1 s_1 \lambda_{A1} - \dots - a_1 s_1 \lambda_{A28} + -S_{1+} = 0$$

$$a_1 s_2 \gamma - a_1 s_2 \lambda_{A1} - \dots - a_1 s_2 \lambda_{A28} + -S_{2+} = 0$$

$$0\gamma + a_1 m_1 \lambda_{A1} + \dots + a_1 m_1 \lambda_{A28} + S_{1-} = a_1 m_1$$

$$0\gamma + a_1 m_2 \lambda_{A1} + \dots + a_1 m_2 \lambda_{A28} + S_{2-} = a_1 m_2$$

$$\lambda_{A1} + \lambda_{A2} + \lambda_{A3} + \dots + \lambda_{A28} = 1$$

$$\lambda_{A1}, \dots, \lambda_{A36} \geq 0$$

Asimismo, la dualización será:

$$\text{Min } u, v \quad h_o = \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io} - \beta_o \quad (\text{Ecuación 3.1'})$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{rj} - \sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{ij} \leq 0 \quad \forall j: 1; 2; \dots n$$

$$\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro} = 1$$

$$U_r, V_i \geq \varepsilon \quad \forall r: 1; 2 \dots s \quad \forall i: 1; 2; \dots m$$

Donde:

$h_o$ : función objetivo; es decir, la medida de la eficiencia

$s$ : número de salidas consideradas

$m$ : número de entradas consideradas

$Y_{rj}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$X_{ij}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU  $j$ -ésima

$Y_{ro}$ : salida  $r$ -ésima de la DMU<sub>o</sub> [observada]

$X_{io}$ : entrada  $i$ -ésima de la DMU<sub>o</sub> [observada]

$V_i$ : ponderaciones de entradas, solución del programa

$U_r$ : ponderaciones de salidas, solución del programa

$\varepsilon$ : número real y positivo, comúnmente  $10^{-6}$

$\beta_o$ : variable que permite identificar retornos a escala

Para el caso del aeropuerto 1 (a<sub>1</sub> ó A1 para efectos del modelo envolvente), esto se aplicará así:

$$\text{Min}_{u, v} h_o = a_1 m_1 \delta_1 + a_1 m_2 \delta_2 - \beta_o$$

Sujeto a:

$$(a_1 s_1 \mu_1 + a_1 s_2 \mu_2) - (a_1 m_1 \delta_1 + a_1 m_2 \delta_2) \leq 0$$

.

.

.

$$(a_{28} s_1 \mu_1 + a_{28} s_2 \mu_2) - (a_{28} m_1 \delta_1 + a_{28} m_2 \delta_2) \leq 0$$

$$(a_1 s_1 \mu_1 + a_1 s_2 \mu_2) = 1$$

$$\mu_1; \mu_2; \delta_1; \delta_2 \geq \varepsilon$$

Este procedimiento se tendrá que repetir para los 28 aeropuertos restantes, con los cuales se podrá obtener los puntajes de eficiencia de cada aeropuerto. Cabe recordar que sólo

el puntaje de 1 denota eficiencia mientras que cualquier puntaje menor que 1 denota ineficiencia.

### Índice de Malmquist

$$M(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = \left[ \frac{D_{0,CCR}^t(x^{t+1}, y^{t+1}) D_{0,CCR}^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{0,CCR}^t(x^t, y^t) D_{0,CCR}^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (\text{Ecuación 3.2})$$

Se tendrá que resolver 4 funciones por cada elemento [DMU] del panel de datos con el fin de obtener los puntajes de variación de productividad, los que irán reemplazando a cada numerador y denominador de la ecuación 3.2 donde cada aeropuerto será denotado con  $a_n$  o  $A_n$  según sea el caso. Las funciones a resolver para el aeropuerto 1 serán:

$$M(a_1 m_1^t; a_1 m_2^t; a_1 s_1^t; a_1 s_2^t; a_1 m_1^{t+1}; a_1 m_2^{t+1}; a_1 s_1^{t+1}; a_1 s_2^{t+1})$$

$$\left[ \frac{D_{a_1,CCR}^t(a_1 m_1^{t+1}; a_1 m_2^{t+1}; a_1 s_1^{t+1}; a_1 s_2^{t+1}) D_{a_1,CCR}^{t+1}(a_1 m_1^t; a_1 m_2^t; a_1 s_1^t; a_1 s_2^t)}{D_{a_1,CCR}^t(a_1 m_1^t; a_1 m_2^t; a_1 s_1^t; a_1 s_2^t) D_{a_1,CCR}^{t+1}(a_1 m_1^{t+1}; a_1 m_2^{t+1}; a_1 s_1^{t+1}; a_1 s_2^{t+1})} \right]^{1/2}$$

(Ecuación 3.2.1)

$$\text{Min}_{(\lambda, \beta)} h_o = [D_{a_1,CCR}^t(a_1 m_1^{t+1}; a_1 m_2^{t+1}; a_1 s_1^{t+1}; a_1 s_2^{t+1})]^{-1};$$

$$[D_{a_1,CCR}^t(a_1 m_1^{t+1}; a_1 m_2^{t+1}; a_1 s_1^{t+1}; a_1 s_2^{t+1})]^{-1} = \beta$$

Sujeto a:

$$a_1 s_1^t - a_1 s_1^t \lambda_{A1} - \dots - a_1 s_1^t \lambda_{A28} \leq 0$$

$$a_1 s_2^t - a_1 s_2^t \lambda_{A1} - \dots - a_1 s_2^t \lambda_{A28} \leq 0$$

$$a_1 m_1^t \lambda_{A1} + \dots + a_1 m_1^t \lambda_{A28} - \beta a_1 m_1^t \leq 0$$

$$a_1 m_2^t \lambda_{A1} + \dots + a_1 m_2^t \lambda_{A28} - \beta a_1 m_2^t \leq 0$$

$$\lambda_{A1}, \dots, \lambda_{A28} \geq 0 \quad (\text{Ecuación 3.2.2})$$

$$\text{Min}_{(\lambda, \beta)} h_o = [D_{0,CCR}^t(a_1 m_1^t; a_1 m_2^t; a_1 s_1^t; a_1 s_2^t)]^{-1};$$

$$[D_{0,CCR}^t(a_1 m_1^t; a_1 m_2^t; a_1 s_1^t; a_1 s_2^t)]^{-1} = \beta$$

Sujeto a:

$$a_1 s_1^{t+1} - a_1 s_1^t \lambda_{A1} - \dots - a_1 s_1^t \lambda_{A28} \leq 0$$

$$a_1 s_2^{t+1} - a_1 s_2^t \lambda_{A1} - \dots - a_1 s_1^t \lambda_{A28} \leq 0$$

$$a_1 m_1^t \lambda_{A1} + \dots + a_1 m_1^t \lambda_{A28} - \beta a_1 m_1^{t+1} \leq 0$$

$$a_1 m_2^t \lambda_{A1} + \dots + a_1 m_2^t \lambda_{A28} - \beta a_1 m_2^{t+1} \leq 0$$

$$\lambda_{A1}, \dots, \lambda_{A28} \geq 0 \text{ (Ecuación 3.2.3)}$$

$$\text{Min } (\lambda, \beta) \quad h_o = [D_{a1,CCR}^{t+1}(a_1 m_1^{t+1}; a_1 m_2^{t+1}; a_1 s_1^{t+1}; a_1 s_2^{t+1})]^{-1};$$

$$[D_{a1,CCR}^{t+1}(a_1 m_1^{t+1}; a_1 m_2^{t+1}; a_1 s_1^{t+1}; a_1 s_2^{t+1})]^{-1} = \beta$$

Sujeto a:

$$a_1 s_1^t - a_1 s_1^{t+1} \lambda_{A1} - \dots - a_1 s_1^{t+1} \lambda_{A28} \leq 0$$

$$a_1 s_2^t - a_1 s_2^{t+1} \lambda_{A1} - \dots - a_1 s_1^{t+1} \lambda_{A28} \leq 0$$

$$a_1 m_1^{t+1} \lambda_{A1} + \dots + a_1 m_1^{t+1} \lambda_{A28} - \beta a_1 m_1^t \leq 0$$

$$a_1 m_2^{t+1} \lambda_{A1} + \dots + a_1 m_2^{t+1} \lambda_{A28} - \beta a_1 m_2^t \leq 0$$

$$\lambda_{A1}, \dots, \lambda_{A36} \geq 0$$

(Ecuación 3.2.4)

$$\text{Min}(\lambda, \beta) h_o = [D_{0,CCR}^{t+1}(a_1 m_1^t; a_1 m_2^t; a_1 s_1^t; a_1 s_2^t)]^{-1};$$

$$[D_{0,CCR}^{t+1}(a_1 m_1^t; a_1 m_2^t; a_1 s_1^t; a_1 s_2^t)]^{-1} = \beta$$

Sujeto a:

$$a_1 s_1^{t+1} - a_1 s_1^{t+1} \lambda_{A1} - \dots - a_1 s_1^{t+1} \lambda_{A28} \leq 0$$

$$a_1 s_2^{t+1} - a_1 s_2^{t+1} \lambda_{A1} - \dots - a_1 s_1^{t+1} \lambda_{A28} \leq 0$$

$$a_1 m_1^{t+1} \lambda_{A1} + \dots + a_1 m_1^{t+1} \lambda_{A28} - \beta a_1 m_1^{t+1} \leq 0$$

$$a_1 m_2^{t+1} \lambda_{A1} + \dots + a_1 m_2^{t+1} \lambda_{A28} - \beta a_1 m_2^{t+1} \leq 0$$

$$\lambda_{A1}, \dots, \lambda_{A36} \geq 0$$

Para poder obtener los datos de variación de productividad de los 28 aeropuertos se tendrá que repetir el anterior procedimiento.

Cabe recordar que en el caso del índice de Malmquist, una variación inferior al número 1, se considerará como un retroceso en la productividad, una puntuación igual a uno, se considerará que la productividad de la *DMU* observada no sufrió ningún tipo de variación en la productividad, mientras que un cambio mayor a uno se considerará como un progreso en la productividad.

### **3.4. Recolección y Análisis de Datos**

Los datos financieros fueron recolectados de los Estados de Resultado financieros publicados por los operadores de cada aeropuerto estudiado; asimismo, datos de índole técnica referente a la infraestructura de los aeropuertos estudiados fueron obtenidos por parte de la autoridad aeroportuaria del país (CORPAC en Perú y DGAC en Chile) así como datos publicados por los concesionarios u operadores de los aeropuertos.

En cuanto al análisis de datos, la eficiencia fue obtenida a través del modelo DEA mientras que la productividad será a partir del índice de Malmquist, para ello, fue necesario recurrir a los softwares *Dea Solver Learning Versión 8.0* y *DEAP versión 2.1*. Asimismo, fue preciso el uso del software *IBM SPSS Statistics* para el análisis estadístico.

## Capítulo IV: Presentación y Discusión de Resultados

### 4.1. Perfil de los Informantes

Tabla 3

*Lista de aeropuertos de estudio en los países de Perú y Chile*

Aeropuerto (DMU)	Operador	Clasificación
Arequipa (AQP)	Aeropuertos Andinos del Perú	Internacional
Ayacucho (AYP)	Aeropuertos Andinos del Perú	Regional
Cajamarca (CJA)	Aeropuertos del Perú	Regional
Cusco (CUZ)	CORPAC	Internacional
Chiclayo (CIX)	Aeropuertos del Perú	Internacional
Iquitos (IQT)	Aeropuertos del Perú	Internacional
Juliaca (JUL)	Aeropuertos Andinos del Perú	Internacional
Piura (PIU)	Aeropuertos del Perú	Internacional
Pucallpa (PCL)	Aeropuertos del Perú	Internacional
Puerto Maldonado (PEM)	Aeropuertos Andinos del Perú	Internacional
Tacna (TCQ)	Aeropuertos Andinos del Perú	Internacional
Tarapoto (TPP)	Aeropuertos del Perú	Regional
Trujillo (TRU)	Aeropuertos del Perú	Internacional
Tumbes (TBP)	Aeropuertos del Perú	Regional
Arica (ARI)	Aeropuerto Chacalluta Sociedad Concesionaria	Internacional
Iquique (IQQ)	Sociedad Concesionaria Aeropuerto Iquique	Internacional
Antofagasta (ANF)	Sociedad Concesionara Aeropuerto de Antofagasta	Internacional
Calama (CJC)	Consortio Aeroportuario de Calama	Red Primaria
Copiapó (CPO)	Sociedad Concesionaria Aeropuerto Regional de Atacama	Red Primaria
La Serena (LSC)	Consortio Aeroportuario de la Serena	Red Primaria
Isla de Pascua (IPC)	Dirección General de Aviación Civil (DGAC)	Internacional
Concepción (CCP)	Sociedad Concesionaria Aerosur	Red Primara
Temuco (ZCO)	Sociedad Concesionaria Aeropuerto Araucanía	Internacional
Valdivia (ZAL)	DGAC	Red Primaria
Osorno (ZOS)	DGAC	Red Primaria
Puerto Montt (PMC)	Sociedad Concesionaria Aeropuerto El Tepual	Internacional
Balmaceda (BBA)	DGAC	Red Pimaria
Punta Arenas (PUQ)	Consortio Aeroportuario de Magallanes	Internacional

Los aeropuertos de estudio comparten las características de haber albergado operaciones regulares de transporte de pasajeros, carga y operaciones de manera ininterrumpida durante los años 2014-2015. Asimismo, estos aeropuertos soportan como mínimo aeronaves comerciales de fuselaje estrecho de motor a reacción tal como el Airbus A318. Tanto en Perú como en Chile, se consideró dentro de la muestra la totalidad de los aeropuertos con denominación internacional (a excepción de Pisco que estuvo en refacción durante el tiempo de estudio) y aeropuertos regionales en el caso del Perú y aeródromos de Red Primaria en el caso de Chile. Debido a que son outliers (valores inusuales) se han omitido los aeropuertos de Lima y de Santiago de Chile ya que los mismos desvirtuarían la evaluación (Boyd et al, 2016). El panel de datos normalizados se muestra en el anexo 1.

#### 4.2. Presentación, Contrastación y Discusión de Resultados

Tabla 4

*Resultados de eficiencia de los aeropuertos de Perú y Chile durante el periodo 2014 - 2015*

DMU	2014	2015	Promedio
Arequipa (AQP)	0.9096	0.9233	0.9165
Ayacucho (AYP)	0.2509	0.2724	0.2617
Cajamarca (CJA)	1.0000	1.0000	1.0000
Cusco (CUZ)	1.0000	1.0000	1.0000
Chiclayo (CIX)	0.7843	0.8545	0.8194
Iquitos (IQT)	0.8517	0.8324	0.8421
Juliaca (JUL)	0.3689	0.3952	0.3821
Piura (PIU)	1.0000	1.0000	1.0000
Pucallpa (PCL)	1.0000	1.0000	1.0000
Puerto Maldonado (PEM)	0.3101	0.2922	0.3012
Tacna (TCQ)	0.3730	0.3800	0.3765
Tarapoto (TPP)	0.8176	0.7085	0.7631
Trujillo (TRU)	0.6785	0.6700	0.6743
Tumbes (TBP)	0.2333	0.2187	0.2260
Arica (ARI)	0.4586	0.4215	0.4401

Iquique (IQQ)	1.0000	1.0000	1.0000
Antofagasta (ANF)	1.0000	0.9383	0.9692
Calama (CJC)	1.0000	1.0000	1.0000
Copiapó (CPO)	0.6140	0.4558	0.5349
La Serena (LSC)	0.7034	0.6994	0.7014
Isla de Pascua (IPC)	0.1955	0.2042	0.1999
Concepción (CCP)	0.6778	0.6284	0.6531
Temuco (ZCO)	0.3962	0.4356	0.4159
Valdivia (ZAL)	0.2071	0.1492	0.1782
Osorno (ZOS)	1.0000	1.0000	1.0000
Puerto Montt (PMC)	0.6312	0.7061	0.6687
Balmaceda (BBA)	0.4839	0.4529	0.4684
Punta Arenas (PUQ)	0.6029	0.6296	0.6163

Tabla 5

*Estadística descriptiva de los aeropuertos de Perú y Chile durante los años 2014-2015*

Medidas	Perú		Chile		General	
	2014	2015	2014	2015	2014	2015
Promedio	0.6841	0.6819	0.6408	0.6229	0.6624	0.6524
Mediana	0.8010	0.7705	0.6226	0.6290	0.6782	0.6847
Máximo	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Mínimo	0.2333	0.2187	0.1955	0.1492	0.1955	0.1492
SD	0.3080	0.3068	0.2812	0.2870	0.2902	0.2931

Tabla 6

*Porcentajes de la evaluación de eficiencia de los aeropuertos de Perú y Chile durante los años 2014-2015.*

Porcentajes	Perú		Chile		General	
	2014	2015	2014	2015	2014	2015
% eficientes	28.57	28.57	28.57	21.43	28.57	25.00
% ineficientes	71.43	71.43	71.43	78.57	71.43	75.00

La tabla 3, muestra los resultados del análisis DEA de eficiencia bajo los retornos variables a escala [BCC] durante los años 2014-2015 realizado sobre los 28 aeropuertos de Perú y Chile. Esta tabla muestra que existieron cuatro aeropuertos peruanos en el año 2014 que alcanzaron el puntaje de eficiencia los cuales fueron los aeropuertos de Cajamarca, Cusco, Piura y Pucallpa; mientras que en el mismo periodo de tiempo hubo la misma cantidad de aeropuertos por parte de Chile los cuales fueron los ubicados en Iquique, Antofagasta, Calama y Osorno. A su vez, en el año 2015 aquella cantidad de aeropuertos eficientes en lado peruano se mantuvieron mientras que en el lado chileno se redujo a tres; es decir, el aeropuerto de Antofagasta dejó de ser considerado eficiente en el año citado.

La tabla 4 muestra en el año 2014 los aeropuertos peruanos alcanzaron un puntaje promedio de 0.6841 mientras que los aeropuertos chilenos alcanzaron un puntaje de 0.6408. A su vez, en el año 2015 los aeropuertos del Perú obtuvieron un puntaje promedio de .6819 mientras que los aeropuertos de Chile un puntaje de .6229. Es preciso señalar que en ambos años los aeropuertos peruanos estuvieron ligeramente por encima del promedio de eficiencia general mientras que los aeropuertos chilenos estuvieron escasamente por debajo del mismo. La tabla 4 muestra, además, que en el año 2014 el aeropuerto que obtuvo el menor puntaje en suelo peruano fue el de Tumbes, análogamente en el caso de Chile fue el Isla de Pascua. En el año 2015, el aeropuerto peruano peor evaluado continuó siendo el aeropuerto de Tumbes mientras que en el caso de Chile pasó a ser el aeropuerto de Valdivia.

La tabla 5 muestra que el 28.57% de los aeropuertos peruanos y chilenos lograron alcanzar el puntaje de eficiencia en el año 2014 mientras que en el año 2015 el porcentaje de los aeropuertos chilenos que alcanzaron esos niveles de eficiencia se redujo en 7 puntos porcentuales aproximadamente.

Tabla 7

*Índice de Malmquist de los aeropuertos de Perú y Chile durante los periodos 2014 2015.*

DMU	Índice de Malmquist	Cambio en la eficiencia técnica global	Cambio en la tecnología	Cambio en la eficiencia técnica pura	Cambio en la eficiencia de escala
Arequipa (AQP)	1.0631	0.9981	1.0652	1.0212	0.9773
Ayacucho (AYP)	1.1962	1.0595	1.1290	1.0000	1.0595
Cajamarca (CJA)	0.9580	0.8483	1.1293	1.0000	0.8483
Cusco (CUZ)	1.1209	1.0506	1.0670	1.0000	1.0506
Chiclayo (CIX)	1.1540	1.0291	1.1214	1.0771	0.9554
Iquitos (IQT)	0.9670	0.8533	1.1332	0.9066	0.9412
Juliaca (JUL)	1.1338	1.0627	1.0669	1.0132	1.0489
Piura (PIU)	1.1166	1.0000	1.1166	1.0000	1.0000
Pucallpa (PCL)	1.0785	1.0000	1.0785	1.0000	1.0000
Puerto Maldonado (PEM)	0.9540	0.8527	1.1188	1.0021	0.8509
Tacna (TCQ)	1.0811	1.0118	1.0684	1.0051	1.0067
Tarapoto (TPP)	0.9043	0.8040	1.1248	0.8510	0.9448
Trujillo (TRU)	1.1159	0.9965	1.1198	0.9938	1.0027
Tumbes (TBP)	0.9995	0.9356	1.0683	1.0020	0.9337
Arica (ARI)	0.9397	0.8570	1.0964	0.9681	0.8853
Iquique (IQQ)	0.9694	1.0000	0.9694	1.0000	1.0000
Antofagasta (ANF)	0.8606	0.7795	1.1040	0.9162	0.8508
Calama (CJC)	0.9610	0.9180	1.0468	1.0000	0.9180
Copiapó (CPO)	0.7784	0.6950	1.1199	0.8049	0.8635
La Serena (LSC)	0.9822	0.8542	1.1499	0.8821	0.9684
Isla de Pascua (IPC)	1.1096	1.0385	1.0684	1.0059	1.0324
Concepción (CCP)	0.8590	0.7517	1.1427	0.8037	0.9354
Temuco (ZCO)	1.2713	1.1771	1.0800	1.0155	1.1592
Valdivia (ZAL)	0.7721	0.6870	1.1239	1.0000	0.6870
Osorno (ZOS)	1.1797	1.2159	0.9703	1.0000	1.2159
Puerto Montt (PMC)	1.1841	1.0546	1.1228	1.1282	0.9348
Balmaceda (BBA)	0.9941	0.9304	1.0684	0.9924	0.9375
Punta Arenas (PUQ)	0.9963	0.9194	1.0837	0.9465	0.9714

Tabla 8

*Medidas descriptivas del Índice de Malmquist de los aeropuertos de Perú y Chile durante los años 2014-2015.*

Medidas	Índice de Malmquist	Cambio en la eficiencia técnica global	Cambio en la tecnología	Cambio en la eficiencia técnica pura	Cambio en la eficiencia de escala
Promedio	1.0250	0.9422	1.0912	0.9763	0.9636
Mediana	0.9979	0.9661	1.1002	1.0000	0.9619
Máximo	1.2713	1.2159	1.1499	1.1282	1.2159
Mínimo	0.7721	0.6870	0.9694	0.8037	0.6870
SD	0.1267	0.1319	0.0446	0.0720	0.1011

Tabla 9

*Medidas descriptivas del Índice de Malmquist de los aeropuertos de Perú durante los años 2014-2015.*

Medidas	Índice de Malmquist	Cambio en la eficiencia técnica global	Cambio en la tecnología	Cambio en la eficiencia técnica pura	Cambio en la eficiencia de escala
Promedio	1.0602	0.9644	1.1005	0.9909	0.9729
Mediana	1.0798	0.9990	1.1177	1.0000	0.9887
Máximo	1.1962	1.0627	1.1332	1.0771	1.0595
Mínimo	0.9043	0.8040	1.0652	0.8510	0.8483
SD	0.0885	0.0886	0.0288	0.0529	0.0661

Tabla 10

*Medidas descriptivas del Índice de Malmquist de los aeropuertos de Chile durante los años 2014-2015.*

Medidas	Índice de Malmquist	Cambio en la eficiencia técnica global	Cambio en la tecnología	Cambio en la eficiencia técnica pura	Cambio en la eficiencia de escala
Promedio	0.9898	0.9199	1.0819	0.9617	0.9542
Mediana	0.9758	0.9187	1.0901	0.9962	0.9364

Máximo	1.2713	1.2159	1.1499	1.1282	1.2159
Mínimo	0.7721	0.6870	0.9694	0.8037	0.6870
SD	0.1512	0.1649	0.0559	0.0867	0.1291

Tabla 11

*Variaciones del Índice de Malmquist de los aeropuertos de Perú durante los años 2014 2015.*

Comportamiento	Índice de Malmquist	Cambio en la eficiencia técnica global	Cambio en la tecnología	Cambio en la eficiencia técnica pura	Cambio en la eficiencia de escala
% crecimiento	64.2857	35.7143	100.0000	50.0000	35.7143
% constante	0.0000	14.2857	0.0000	21.4286	14.2857

Tabla 12

*Variaciones del Índice de Malmquist de los aeropuertos de Chile durante los años 2014 2015.*

Comportamiento	Índice de Malmquist	Cambio en la eficiencia técnica global	Cambio en la tecnología	Cambio en la eficiencia técnica pura	Cambio en la eficiencia de escala
% crecimiento	28.5714	28.5714	85.7143	28.5714	21.4286
% constante	0.0000	7.1429	0.0000	14.2857	7.1429

De acuerdo a la tabla 6, el Índice de Malmquist de los años 2014 al 2015 muestra los cambios que acaecieron en la productividad de los 14 aeropuertos peruanos y similar cantidad de aeropuertos chilenos. A su vez, la citada tabla muestra los componentes que dieron lugar al Índice tales como el cambio de la eficiencia técnica global, cambio en la tecnología, cambio en la eficiencia técnica pura y cambios en la eficiencia de escala. En cuanto al Índice de Malmquist la tabla muestra que 9 aeropuertos peruanos obtuvieron cambios favorables; es decir sólo los aeropuertos de Cajamarca, Iquitos, Puerto Maldonado, Tarapoto y Tumbes obtuvieron puntajes de retroceso o decrecimiento. En contraste; sólo 4 aeropuertos chilenos obtuvieron puntajes

favorables o de crecimiento en el mencionado índice los cuales fueron los aeropuertos de Isla de Pascua, Temuco, Osorno y Puerto Montt.

La tabla 7, muestra que en el Índice de Malmquist de los años 2014 y 2015 entre ambos países obtuvieron un puntaje de crecimiento promedio de 1.0250. A su vez la tabla muestra que el puntaje más alto de crecimiento lo obtuvo el aeropuerto de Temuco y el menor puntaje lo obtuvo el aeropuerto de Valdivia ambos ubicados en Chile. En cuanto al componente de Cambio en la eficiencia técnica global la tabla muestra que en promedio ambos países obtuvieron un puntaje de .9422; asimismo, la tabla muestra que el aeropuerto que mayor crecimiento tuvo en este respecto fue el aeropuerto de Osorno mientras que el peor evaluado fue el aeropuerto de Valdivia ambos ubicados en Chile. Con respecto al componente de Cambio en la tecnología, la tabla muestra que ambos países obtuvieron en promedio un puntaje de 1.0912. El aeropuerto que obtuvo el mayor puntaje en este tenor fue el aeropuerto de La Serena, mientras que el aeropuerto peor calificado fue el aeropuerto de Iquique ambos ubicados en Chile. En el Cambio de eficiencia técnica pura, los aeropuertos de ambos países obtuvieron puntajes de 0.9763. El aeropuerto mejor calificado fue el aeropuerto de Puerto Montt mientras que el peor calificado fue el aeropuerto de Concepción ambos ubicados en Chile. Por último, en la eficiencia de escala entre ambos países obtuvieron un puntaje promedio de .9636. El aeropuerto mejor evaluado en este componente fue el aeropuerto de Osorno, mientras que el peor evaluado fue el aeropuerto de Valdivia ambos ubicado en Chile.

La tabla 8 muestra que en el Perú el puntaje promedio en el Índice de Malmquist alcanzado por aeropuertos en su suelo fue de 1.0602 el cual está por encima del promedio general. El aeropuerto peruano mejor calificado fue el aeropuerto de Ayacucho, mientras que el peor evaluado fue el aeropuerto de Tarapoto. En el componente Cambio en la eficiencia técnica global los aeropuertos peruanos tuvieron un puntaje promedio de .9644 el cual es mayor que el promedio general. El aeropuerto peruano mejor evaluado en este componente fue el

aeropuerto de Juliaca, mientras que el aeropuerto peor evaluado fue el aeropuerto de Tarapoto. En cuanto al componente de Cambio en la tecnología el puntaje promedio obtenido por los aeropuertos peruanos fue de 1.1005 el cual es mayor que el promedio general. El aeropuerto peruano mejor evaluado en este componente fue el aeropuerto Iquitos mientras que el que obtuvo la más baja calificación fue el aeropuerto de Arequipa. Acerca del componente denominado Cambio en la eficiencia técnica pura se observa que los aeropuertos peruanos obtuvieron un puntaje promedio de .9909 el cual está por encima del promedio general. El aeropuerto peruano que obtuvo la máxima calificación en este componente fue el aeropuerto de Chiclayo; por otro lado, el aeropuerto peruano que obtuvo la menor calificación fue el aeropuerto de Tarapoto. Finalmente, en cuanto al Cambio en la eficiencia de escala los aeropuertos peruanos obtuvieron un puntaje promedio de .9729 el cual está ubicado por encima del promedio general. El aeropuerto peruano que obtuvo el máximo puntaje fue el aeropuerto de Ayacucho, mientras que el que obtuvo el menor puntaje fue el aeropuerto de Cajamarca.

La tabla 9 muestra que en cuanto a los aeropuertos pertenecientes a Chile estos obtuvieron un puntaje promedio de .9898 en el Índice de Malmquist el cual está por debajo del promedio general. En cuanto al componente Cambio en la eficiencia técnica global los aeropuertos chilenos obtuvieron un puntaje promedio de .9199 cual está por debajo del promedio de general. Acerca del componente Cambio en la tecnología, los aeropuertos chilenos obtuvieron en promedio de 1.0819 el cual está por debajo del promedio general. En cuanto al componente Cambio en la eficiencia técnica pura los aeropuertos chilenos han obtenido en promedio un puntaje de 0.9617 el cual está por debajo del promedio general. En cuanto al componente Cambio en la eficiencia de escala, el puntaje promedio de los aeropuertos chilenos fue de .9542 el cual está por debajo del promedio.

La tabla 10 donde se pone de manifiesto los porcentajes de los aeropuertos peruanos que durante los años 2014-2015 experimentaron crecimiento, decrecimiento o ninguna

variación muestra que en el Índice de Malmquist el 64.29% de los aeropuertos peruanos lograron puntajes de crecimiento; y el resto, es decir 35.71%, obtuvieron puntajes de reducción en la productividad durante los años 2014-2015. En el componente Cambio en la eficiencia técnica global el 35.71% de los aeropuertos del Perú lograron puntajes de crecimiento, mientras que la mitad vieron reducidos su eficiencia técnica global en comparación del año anterior y el 14.29% de los aeropuertos no sufrieron ninguna variación al respecto. En cuanto al componente de Cambio en la tecnología la totalidad de los aeropuertos peruanos obtuvieron mejoras. En el componente Cambio en la eficiencia técnica pura la mitad de los aeropuertos lograron crecer, mientras que el 28.57% obtuvo puntajes de retroceso y el 21.43% no sufrió ninguna variación al respecto. En el Cambio en la eficiencia de escala la tabla muestra que el 35.71% de los aeropuertos lograron mejorar, mientras que la mitad obtuvo reducciones al respecto; asimismo, el 14.29% de los aeropuertos no sufrió ninguna variación en comparación con el periodo anterior.

La tabla 11 muestra que en el periodo 2014-2015 el 28.57% de los aeropuertos chilenos obtuvieron puntajes de crecimiento en el Índice de Malmquist, mientras que el 71.43% experimentaron retrocesos en ese tenor. Asimismo, en el componente de Cambio en la eficiencia técnica global el 28.57% de los aeropuertos chilenos experimentaron crecimiento durante los años estudiados, mientras que el 64.29% sufrieron variaciones negativas en su eficiencia técnica global y el 7.14% de los aeropuertos no sufrieron ningún cambio. En cuanto al componente de Cambio en la tecnología, el 85.71% de los aeropuertos lograron variaciones positivas mientras que el 14.29% se vieron afectados por un cambio negativo en la misma. Adicionalmente, en el Cambio de la eficiencia técnica pura la tabla muestra que el 28.57% de los aeropuertos chilenos lograron crecer en este componente, mientras que el 57.14% sufrieron reducciones en comparación con el año anterior; cabe señalar que el 14.29% no sufrió ningún cambio. Finalmente, en el componente de Cambio en la eficiencia de escala la tabla muestra

que sólo el 21.43% de los aeropuertos de Chile lograron crecer mientras que el 71.43% de los mismos obtuvieron puntajes desfavorables que indican reducción en este tenor; cabe señalar que el 7.14% de los aeropuertos no sufrió ninguna variación.

#### **4.3. Prueba de Hipótesis**

Hipótesis nula específica número 1 ( $H_{0e1}$ )

No existe diferencia en la eficiencia entre los aeropuertos de Perú y Chile en el año 2014.

Hipótesis alterna específica número 1 ( $H_{ea1}$ )

*Existen diferencias en la eficiencia entre los aeropuertos de Perú y Chile en el año 2014.*

Con el fin de comprobar esta hipótesis se tuvo que realizar el análisis de Mann Whitney entre los aeropuertos de Perú y Chile. Se compararon los puntajes de eficiencia técnica pura de los 28 aeropuertos de ambos países. El valor  $p$  hallado fue de .693; el mismo que es mayor al valor alfa ( $\alpha$ ) definido en .05; por lo tanto, no es posible rechazar la hipótesis nula, la cual indica que entre los aeropuertos de Perú y Chile no existieron diferencias significativas en la eficiencia en el año 2014.

Hipótesis nula específica número 2 ( $H_{0e2}$ )

No existe diferencia en la eficiencia técnica pura entre los aeropuertos de Perú y Chile en el año 2014.

Hipótesis alterna específica número 2 ( $H_{ea2}$ )

*Existen diferencias en la eficiencia técnica pura entre los aeropuertos de Perú y Chile en el año 2015.*

Para poder comprobar esta hipótesis se volvió a realizar el análisis de Mann Whitney entre los aeropuertos de Perú y Chile en el cual se compararon los puntajes de eficiencia técnica global de los 28 aeropuertos de ambos países durante el año 2015. El valor  $p$  hallado fue de

.660 el cual es mayor que el valor alfa ( $\alpha$ ) de 0.05. Por lo tanto, se procede a rechazar la hipótesis alternativa; por lo que no existe suficiente evidencia para afirmar que existen diferencias de los puntajes de eficiencia técnica pura entre los aeropuertos de Perú y Chile durante el año 2014.

Hipótesis nula específica número 3 ( $H_{0e5}$ )

No existe diferencia en el crecimiento de la productividad entre los aeropuertos de Perú y Chile en el año 2015.

Hipótesis alterna específica número 3 ( $H_{ea5}$ )

*Existe diferencia en la evolución de la productividad entre los aeropuertos de Perú y Chile en los años 2014 y 2015.*

Se procedió a realizar el análisis de Mann Whitney entre los aeropuertos de la muestra con el fin de poder comprobar la presente hipótesis. El valor p hallado fue de .175, el cual es mayor al valor alfa ( $\alpha$ ) de 0.05. Por lo tanto, se procede a rechazar la hipótesis alternativa, por lo que no existe suficiente evidencia para afirmar que existieron diferencias en la evolución de la productividad entre los aeropuertos de Perú y Chile durante el periodo 2014 al 2015.

#### 4.4. Discusión de resultados

Los resultados en la evaluación de la eficiencia muestra que los aeropuertos de Cajamarca, Cusco, Piura y Pucallpa por el lado peruano; y los aeropuertos chilenos de Iquique, Antofagasta y Calama tuvieron puntajes de eficiencia en ambos años, y que a su vez no hubo ningún aeropuerto que pasó de la ineficiencia a la eficiencia pero sí de la eficiencia a ineficiencia aunque este fue sólo el aeropuerto de Osorno en Chile. Es decir, no existieron cambios significativos en la eficiencia en los aeropuertos de estudio lo cual también se observa en el estudio de aeropuertos griegos de Fragoudaki et al (2016) donde señalan que a pesar de que hubo ligeros cambios en los puntajes de eficiencia estos no impiden que desde el primer año se puedan distinguir aeropuertos eficientes e ineficientes y que estos se mantendrían en su mayoría con ese comportamiento a lo largo de los años de estudio. A su vez, Tshivhase (2018) en su estudio con aeropuertos sudafricanos señala que las diferencias de eficiencia a través de los años se mantuvieron estables en los aeropuertos que la citada autora clasificó como medianos; además, que esos aeropuertos medianos contenían los mayores puntajes de eficiencia.

También se observa que existieron algunos aeropuertos que redujeron su eficiencia; Périco, Santana y Rebelatto (2017), en cuyo estudio también existieron aeropuertos que mermaron en sus puntajes de eficiencia, afirman al igual que Fragoudaki et al (2016) que una de las razones puede ser el incremento en el tamaño del aeropuerto o en su defecto algún incremento en la entrada. Sin embargo, en la presente investigación no existió ningún aeropuerto que haya incrementado sus entradas por lo que se puede inferir que el motivo por el cual algunos aeropuertos hayan disminuido sus puntajes de eficiencia es que sus salidas hayan disminuido. En el caso del aeropuerto de Osorno, se debió en específico a la disminución del número de pasajeros transportados de un año a otro.

Por otro lado, a pesar de que en el Índice de Malmquist es tácita la evaluación de la eficiencia técnica global y la eficiencia técnica pura, se ha optado por hacer una evaluación separada con el fin de poder comparar los resultados de la eficiencia en sí y no sólo su variación a diferencia de otros autores como Inglada et al (2017).

En cuanto a los resultados concernientes al análisis de la productividad, se observa que existieron aeropuertos que obtuvieron crecimientos tanto en el índice de productividad como en los componentes básicos como cambio tecnológico y cambio en la eficiencia técnica global; este fue el caso de los aeropuertos fueron los ubicados en Ayacucho, Cusco, Chiclayo, Juliaca y Tacna, por el lado del Perú; y los aeropuertos de Isla de Pascua, Temuco y Puerto Montt por el lado de Chile. Asimismo, un aeropuerto que obtuvo crecimiento en la productividad y a la vez sólo crecimiento en el cambio tecnológico fue el aeropuerto de Osorno en Chile.

Por otro lado, aeropuertos que tuvieron crecimiento en la productividad y sólo crecimiento en el cambio de eficiencia técnica global fueron los aeropuertos peruanos de Arequipa, Piura, Pucallpa y Trujillo; y el aeropuerto chileno de Osorno. Estos resultados indican que hubo aeropuertos que apelaron al crecimiento productivo mediante un mejor uso de las entradas dadas [crecimiento en la eficiencia], y aquellos que apelaron a la innovación, mejores procesos o mejores servicios tecnológicos para aumentar su productividad [cambio en la tecnología]. Estos resultados son similares a aquellos encontrados por Fragoudaki et al (2016) que encuentran que no todos los aeropuertos que tuvieron crecimiento productivo obtuvieron puntajes de crecimiento en ambos componentes. A su vez, Fragoudaki et al (2016) notan que existieron aeropuertos griegos que fueron eficientes pero que experimentaron decrecimiento productivo, así como aeropuertos ineficientes pero con crecimiento productivo. Estos comportamientos se observan también en los aeropuertos peruanos de Cajamarca, Iquique; y los aeropuertos chilenos de Antofagasta y Calama los cuales fueron eficientes en ambos periodos, pero obtuvieron puntajes desfavorables en el crecimiento de productividad.

Para ello Fragoudaki et al (2016) sugieren que los operadores de los aeropuertos en mención se enfoquen en cambiar para mejor la tecnología.

A su vez, los aeropuertos peruanos de Arequipa, Ayacucho, Chiclayo, Juliaca, Tacna y Trujillo; mientras que los aeropuertos chilenos de Isla de Pascua, Temuco y Puerto Montt fueron aeropuertos que fueron señalados como ineficientes pero que a obtuvieron puntajes de crecimiento productivo los cuales si continúan con la tendencia de crecimiento productivo es muy probable que sean eficientes en el futuro. Sin embargo, Inglada et al (2016) concluye en su investigación que “el patrón de crecimiento en relación con la eficiencia técnica global es similar al caso de la variación de la productividad” (p.12).

Fragoudaki et al (2016) encuentra que algunos aeropuertos griegos obtuvieron simultáneamente puntajes de crecimiento tanto en la eficiencia técnica pura y la eficiencia de escala. Este comportamiento se observa sólo en los aeropuertos peruanos de Juliaca y Tacna mientras que en Chile son los aeropuertos de Isla de Pascua y Temuco.

Pestana et al (2014) encontraron que el decrecimiento en la productividad se debía principalmente al decrecimiento en el cambio tecnológico aún si el aeropuerto en evaluación estaba en crecimiento de cambio de eficiencia; asimismo, consideran que cuando los aeropuertos más productivos disminuían su productividad aquellos con puntajes desfavorables en cambio de eficiencia también la hacían. En la presente investigación se observó que ningún aeropuerto que disminuyó su productividad [es decir los aeropuertos de Cajamarca, Iquitos, Puerto Maldonado, Tarapoto y Tumbes en el Perú; y los aeropuertos de Arica, Iquique, Antofagasta, Calama, Copiapó, La Serena, Concepción, Valdivia, Balmaceda y Punta Arena en Chile] tuvo puntaje de crecimiento en el cambio tecnológico [el aeropuerto chileno de Iquique excepcionalmente obtuvo puntaje de 1 lo que indica que no hubo ni crecimiento ni decrecimiento]. Por lo tanto, es muy probable señalar que los aeropuertos peruanos y chilenos

que obtuvieron puntajes de decrecimiento productivo guarden relación con aquellos aeropuertos británicos del estudio de Pestana et al.

Adicionalmente, Inglada et al (2016) encuentran en su investigación que los aeropuertos españoles con mayor crecimiento productivo están bajo mayor presencia de compañías de bajo coste o especializados en el transporte de mercancías. En este sentido, se puede observar que tanto en los aeropuertos peruanos como chilenos los aeropuertos que gozaron de un crecimiento productivo fueron aquellos que son destinos turísticos importantes tales como Cusco, Arequipa, Ayacucho, Piura en el lado peruano e Isla de Pascua, Puerto Montt u Osorno en lado chileno. En el lado peruano la primera aerolínea low cost entró a operar en mayo del 2017 (Redacción Gestión, 2017) mientras que en Chile fue meses atrás en el mismo año (Hurtado de Mendoza, 2017); sin embargo, en los años estudiados los aeropuertos regionales con mayor frecuencia de pasajeros eran aquellos que fungían como destinos turísticos en ambos lados y que hoy por hoy las nuevas aerolíneas low cost atienden.

## **Conclusiones, Recomendaciones y Sugerencias**

### **Conclusiones**

En este estudio, se analizó y comparó la eficiencia y productividad de los aeropuertos regionales de Perú y Chile durante los años 2014 y 2015. Para ello, se usó el análisis envolvente de datos en el modelo *BCC* con orientación a las salidas y el índice de Malmquist. Asimismo, se usó la prueba estadística no paramétrica de Mann Whitney con el fin de comparar los resultados de ambas naciones.

1. A partir del análisis efectuado se concluye que durante el año 2014 no existió diferencia significativa en la eficiencia entre los aeropuertos del Perú y los aeropuertos de Chile. Cabe recordar que para obtener la eficiencia relativa se optó por usar el modelo *BCC* debido a que el test de Kolmogorov Smirnov así lo sugirió. Este modelo tiene la bondad que compara a cada Unidad de Decisión o DMU con sus similares en cuestión de magnitud de

entradas y salidas. Asimismo, es preciso destacar que a pesar que en una primera vista comparativa existen pequeñas diferencias que favorecerían a los aeropuertos peruanos estas no son significativas estadísticamente. Sin embargo, una alusión a la paridad es que en el año de estudio ambos países tuvieron cada uno 4 aeropuertos que fueron considerados eficientes.

2. Se concluye, además, que no existió evidencia significativa que indique diferencia respecto a la eficiencia técnica pura entre los aeropuertos analizados del Perú y Chile en el año 2015. De la misma manera que en el año anterior se usó el modelo BCC para obtener la eficiencia relativa por las razones antes expuestas. Asimismo, al igual que en el año anterior se observa una ligera superioridad por parte de los aeropuertos peruanos pero que no son significativos estadísticamente de acuerdo al test efectuado. Esto se puede dar debido a que pesar que en el año 2015 hubo 4 aeropuertos peruanos y 3 aeropuertos chilenos que fueron considerados eficientes, los puntajes más bajos de eficiencia (o ineficiencia) son propios de los aeropuertos peruanos lo cual equipararía la comparación de la eficiencia relativa entre ambas naciones.
3. Finalmente, sobre el índice de productividad de Malmquist, se llega a la conclusión de que no existe sustento necesario para afirmar que hubo diferencias entre el desempeño de ambos países. En ambos países existieron aeropuertos que mostraron tendencias tanto de mejora como de retroceso. De acuerdo a la teoría, estos puntajes son justificados principalmente como el producto de los componentes de cambio en la tecnología y cambio en la eficiencia técnica global. Existieron aeropuertos que a pesar que obtuvieron puntajes de mejora en uno de los componentes, no lograron lo mismo en otro componente por lo que obtuvieron puntajes de retroceso en el Índice de Malmquist o sus puntajes de crecimiento fueron reducidos. Sin embargo, hubo aeropuertos que lograron puntajes de mejora en ambos aspectos anteriormente mencionado y que a su vez lograron puntajes de crecimiento en el

índice de Malmquist. Estos comportamientos, se mostraron en aeropuertos de ambos países. Ahora bien, el índice de Malmquist se puede expresar también como el producto del cambio de la eficiencia técnica pura, cambio en la eficiencia de escala y el cambio en el progreso tecnológico. Por lo tanto, hubo aeropuertos que lograron obtener puntajes de mejora en estos tres componentes; y a su vez aeropuertos que no lograron obtener puntajes favorables. Las variaciones que el Índice de Malmquist refiere son justificadas en retrocesos o mejoras en variables de las Unidades de Decisión (DMU). En ambos países existieron aeropuertos que tuvieron tanto variaciones positivas como negativas en las salidas, además que a pesar que hubieron más aeropuertos peruanos que obtuvieron puntajes de crecimiento en la productividad que los aeropuertos chilenos, los aeropuertos peruano a su vez obtuvieron los puntajes más bajos que los aeropuertos chilenos en la evolución de la productividad por lo que los factores antes mencionados hicieron que las diferencias entre ambas naciones no sean significativas.

### **Recomendaciones**

1. A la luz de los resultados y las conclusiones antes descritas efectuadas sobre el análisis de eficiencia y productividad de los aeropuertos peruanos y chilenos durante el periodo 2014 y 2015; se procede a realizar las siguientes recomendaciones tanto a corto como a largo plazo bajo el sustento de las proyecciones del modelo que indican las mejoras que pueden hacer las Unidades de Decisión para poder alcanzar mayores niveles de eficiencia.
2. En cuanto a los aeropuertos del Perú, con el objetivo de aumentar su nivel de eficiencia relativa por lo menos se doble en promedio tanto los pasajeros procesados como el movimiento de aeronaves. El aeropuerto peruano que debe de aumentar el número de pasajeros en mayor medida es el aeropuerto de Ayacucho, ya que el mismo debe de por lo menos quintuplicar el mismo debido a nueva capacidad operativa adquirida. Esta tarea de aumentar su eficiencia ha sido llevada de manera positiva en el periodo 2014 al 2015 dado

que el aeropuerto Ayacucho logró aumentar su eficiencia en 9%. Con el fin de mantener este crecimiento y lograr puntajes de eficiencia una manera podría ser el de aumentar el flujo de visitantes hacia y desde Ayacucho mediante el establecimiento de rutas interregionales como con la ciudad de Cusco, por ejemplo. Así como fomentar la frecuencia de vuelos mediante menores tasas por parte del operador. En cuanto al movimiento aéreo, las proyecciones indican que el aeropuerto que precisa con mayor intensidad iniciar acciones en esta salida para poder aumentar sus niveles de eficiencia relativa es el aeropuerto de Tumbes, el cual debe de aumentarla unas 6 veces más. Tumbes es una ciudad limítrofe con el Ecuador aledaña a centros de agro exportación, pero con el obstáculo que cuenta con férrea competencia de los aeropuertos de las ciudades de Piura, Chiclayo y Trujillo. Sin embargo, cuenta con un gran movimiento e intercambio comercial con el Ecuador la cual es atractiva por sus precios competitivos, esta ventaja propia de una ciudad de frontera le podría dar el empujón para convertirse en un centro de distribución de mercancía hacia otros puntos alejados del país.

3. Chile, por su parte con el fin de aumentar su eficiencia relativa debería de duplicar en mayor medida que el Perú sus salidas tanto de salida de pasajeros. Chile cuenta con una mayor infraestructura aeroportuaria que el Perú, pero con una menor población lo cual repercute en el uso de sus modernos terminales aéreos pero que a su vez le proporciona mayor capacidad de respuesta a futuros flujos de pasajeros y movimiento de aeronaves. De acuerdo a la proyección del modelo BCC el aeropuerto que precisa de un aumento más agresivo en su nivel de pasajeros es el aeropuerto de Valdivia. Este aeropuerto, que está bajo la tutela del ente gubernamental, precisa incrementar hasta 6 veces su flujo de pasajeros para poder alcanzar sus niveles de eficiencia. Antiguamente el aeropuerto lograba conectar ciudades importantes del sur de Chile tales como Balmaceda y Talcahuano. Sin embargo, ahora solo conecta a la capital del país. Valdivia es un centro turístico que recibe

un gran flujo de visitantes atraídos por su turismo de montaña, este factor debería de contribuir a que el aeropuerto pueda aumentar su capacidad de recibir a una mayor cantidad de visitantes. Asimismo, el Gobierno de Chile podría estudiar la factibilidad de volver a restablecer las antiguas rutas con otras ciudades del sur tal y como existía anteriormente.

4. Por otro lado, el aeropuerto chileno que debería de aumentar su nivel de salidas sería el aeropuerto de la Isla de Pascua. Este aeropuerto es puerta de entrada para los sitios turísticos de la Isla homónima; sin embargo, está alejada del territorio continental chileno lo cual sólo hace posible sus operaciones a través de aviones de fuselaje ancho desde y hacia la capital y de la Polinesia Francesa, aunque estos últimos son esporádicos. A pesar de la desventaja de la distancia y el modelo de operación requerido es posible que el Gobierno de Chile pueda incrementar las operaciones de este aeropuerto a través de operaciones de carácter internacional, es decir, fomentar la entrada de otras aerolíneas o aumentar los destinos desde y hacia la isla lo cual también podría implicar una serie de reformas para poder modernizar el terminal aéreo.
5. Es preciso acotar que las acciones antes descritas repercutirán en el cambio de productividad. Sin embargo, existe un aspecto fundamental en este sentido que es el cambio tecnológico. De acuerdo a Vilaseca y Torrent (2001) el cambio tecnológico se puede mejorar de las siguientes maneras: (a) mediante la producción de una mayor cantidad de salidas usando las mismas cantidades de entradas, u obtener la misma cantidad de salidas mediante el uso de similar cantidad de entradas; (b) mejorando la calidad de los productos o salidas y (c) mediante la producción de otros bienes. En este sentido, el 100% de aeropuertos peruanos y el 85.71% de aeropuertos chilenos lograron mejoras en cuanto a la tecnología.
6. Es destacable que en el lado peruano la totalidad de los aeropuertos estudiados mostraron mejoras en cuanto a la tecnología especialmente por el número de obras que permitieron

una mayor capacidad por parte de los aeropuertos para poder manejar incrementos en el número de pasajeros y movimientos aeroportuarios. Asimismo, también es cierto que debido a la concesión de una gran cantidad de aeropuertos estudiados la calidad del servicio percibido también ha aumentado por las acciones de rápido impacto que de acuerdo al contrato de concesión los operadores efectuaron. Sin embargo, no es ningún secreto que a comparación de Chile muchos aeropuertos ubicados en ciudades importantes aún muestran señales de letargo. Además, hasta la fecha sólo los aeropuertos del Cusco y Chiclayo reciben vuelos procedentes del extranjero, pero sólo son provenientes de Panamá, Chile y Bolivia; mientras que los demás aeropuertos aún siguen dependiendo del aeropuerto de Lima para poder manejar visitantes extranjeros. Esta forma de centralismo aéreo hace que otras ciudades que reciben flujos de extranjeros vean mermadas tanto sus operaciones como la cantidad de pasajeros procesados, así como merma la calidad de servicio hacia el visitante foráneo ya que precisa de pisar un destino indeseado como es la ciudad de Lima. Por lo tanto, el Estado peruano debería de poner acciones que descentralicen el tráfico aéreo tales como una mayor infraestructura física de los aeropuertos regionales que permitan un mayor número de aviones y mayor envergadura (fuselaje más ancho) lo que a su vez incrementaría el número de visitantes, proveer a los aeropuertos que requieran la posibilidad de efectuar vuelos nocturnos, establecer puesto de migraciones permanentes con toda la tecnología necesaria para poder procesar la entrada y salida de tanto ciudadanos peruanos como extranjeros, establecer puestos de reabastecimiento de combustible y dar las facilidades del caso para que se incrementen el número de vuelos interregionales. Por su parte el concesionario, en su posibilidad, debería de ofrecer tarifas que abaraten costos para atraer tanto una mayor frecuencia de vuelos como de aerolíneas.

7. En el lado chileno, los aeropuertos que obtuvieron retrocesos en la tecnología podrían mejorarla mediante el ofrecimiento de nuevos servicios enfocados en ofrecer una mayor

conectividad nacional e internacional con los países limítrofes para dejar de depender del aeropuerto de Santiago como punto de conexión, así como atraer a una mayor cantidad de aerolíneas mediante precios competitivos. Debido a la geografía particular de Chile, la mayoría de aeropuertos están ubicados en ciudades que son importantes centros productivos, están próximas a otras naciones y a la vez reciben un flujo importante de extranjeros. Ejemplos de lo anterior son los aeropuertos de Arica, Iquique, y Antofagasta los cuales podrían alcanzar un mayor flujo aéreo mediante el establecimiento de operaciones con los aeropuertos del sur peruano y ciudades bolivianas. Por otro lado, existen aeropuertos que reciben gran afluencia de turistas por sus bondades naturales tales como Osorno, Valdivia y Punta Arenas las cuales reciben gran cantidad de visitantes procedentes de Argentina por lo que el establecimiento de rutas directas con el vecino país podría ser una manera de incrementar tanto sus flujos de visitantes y movimientos aéreos.

8. Se precisa también el apoyo del Estado en función de inversión en infraestructura, especialmente en los casos donde aún los aeropuertos están bajo la tutela del estado; así como implementar la tecnología necesaria que permitan el aterrizaje seguro ante inclemencias del clima; ofrecer tarifas competitivas y atraer a nuevos clientes. Por parte del concesionario, es necesario que cumpla con los términos de la concesión y procure hacer cada vez más atractivo el aeropuerto para la entrada de nuevos actores.
9. Finalmente, el operador aeroportuario chileno (ya sea estatal o privado) debería aumentar la calidad de los servicios prestados en los aeropuertos chilenos con el fin de proveer una mejor experiencia al usuario.
10. En ambos países, es preciso señalar que una gran ayuda a la masificación del transporte aéreo sería la de establecer tasas e impuestos aeroportuarios que vayan de acuerdo a la demanda, la ubicación y a los servicios que se ofrecen en el aeropuerto los cuales fomenten el transporte aéreo en lugar de ahuyentarlo. De igual manera, se debería de proporcionar

facilidades hacia el concesionario en temas de disponibilidad de terrenos, flexibilización de trámites burocráticos, infraestructura e impuestos razonables para que el concesionario pueda ofrecer precios competitivos y así incrementar la demanda.

### **Sugerencias**

Se sugiere para investigaciones futuras, la inclusión de otras variables que permitan una visión más específica de la problemática pero que a la vez cumplan con lo requerido en cuanto a evitar redundancia innecesaria.

## Referencias

- Aggarwal, C. (2017). *Outlier Analysis* (Segunda ed.). Yorktown Heights, Estados Unidos: Springer.
- Arimón, G., & Torello, M. (1997). *Productividad total de los factores: revisión metodológica y una aplicación al sector manufacturero uruguayo*. Montevideo: Comisión Económica para América Latina y el Caribe - CEPAL.
- Avkiran, N. (2006). *Productivity Analysis in the Service Sector with Data Envelopment Analysis*. Brisbane, Australia: The University of Queensland.
- Balezentis, T., Misiunas, A., & Balezentis, A. (2013). Efficiency and productivity change across the economic sectors in Lithuania (2000–2010): the DEA–MULTIMOORA approach. *Technological and Economic Development of Economy*, 19(Suplemento), 191-213.
- Banker, R., Charnes, A., & Cooper, W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092.
- Banker, R., Cooper, W., Seiford, L., Thrall, R., & Zhu, J. (2004). Returns to scale in different DEA models. *European Journal of Operational Research*, 154(2), 345-362.
- Boyd, T., Docken, G., & Ruggiero, J. (2016). Outliers in data envelopment analysis. *Journal of Centrum Cathedra*, 9(2), 168-183.
- Dávila, G. (2006). El razonamiento inductivo y deductivo dentro del proceso investigativo en ciencias experimentales sociales. *Revista de Educación Laurus*, 12(1), 180-206.
- Céspedes, N., Lavado, P., & Ramírez, N. (2016). *Productividad en el Perú: medición, determinantes e implicancias*. Lima, Perú: Universidad del Pacífico.

- Charnes, A., Clark, C., Cooper, W., & Golany, B. (1984). A developmental study of data envelopment analysis in measuring the efficiency of maintenance units in the U.S. air forces. *Annals of Operations Research*, 2(1), 95-112.
- Charnes, A., Cooper, W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.
- Coelli, T., Prasada, D., O'Donnell, C., & Battese, G. (2005). *An Introduction To Efficiency and Productivity Analysis* (Segunda ed.). New York: Springer.
- Cooper, W., Seiford, L., & Tone, K. (2007). *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Nueva York: Springer.
- Cooper, W., Seiford, L., & Zhu, J. (2004). *Statistical Test Based on Dea Efficiency Scores*. Norwell, Estados Unidos: Kluwer Academic Publishers. Obtenido de [https://doi.org/10.1007/1-4020-7798-X\\_11](https://doi.org/10.1007/1-4020-7798-X_11)
- Delfín, O., & Navarro, J. (2015). Productividad total de los factores en las terminales de contenedores en los puertos de México: una medición a través del índice Malmquist. *Contaduría y Administración*, 663-685.
- Farrel, M. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120(3), 253-290.
- Federal Aviation Administration U.S. Department of Transportation. (2016). ICAO STANDARDS: Holding Position Markings and Mandatory Instructions Signs. Obtenido de <https://www.icao.int/NACC/Documents/Meetings/2016/ACI/D2-02HoldingPositionSigns.pdf>
- Fragoudaki, A., Giokas, D., & Glyptou, K. (2016). Efficiency and productivity changes in Greek airports during the crisis years 2010 - 2014. *Journal of Air Transport Management*(57), 306-315.

- Fried, H., Lovell, K., & Schmidt, S. (2008). *Efficiency and Productivity*. Obtenido de <http://pages.stern.nyu.edu/~wgreene/FrontierModeling/SurveyPapers/Lovell-Fried-Schmidt.pdf>
- Fuentes, R. (2011). *El Análisis Envolvente de Datos*. Alicante: Universidad de Alicante. Obtenido de: <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/19658>
- Gillen, D. (2011). The evolution of airport ownership and governance. *Journal of Air Transport Management*, 17(1), 3-13.
- González-Araya, M., & Verdugo, G. (2010). Análisis de eficiencia y productividad de las universidades chilenas mediante análisis y encapsulamiento de datos. *Aporte Santiaguino*, 3(2), 245-256.
- Inglalda, V., Coto-Milán, P., & Inglada-Pérez, L. (2017). Evaluación de la productividad y eficiencia en los aeropuertos españoles después de la liberalización del transporte aéreo. *Revista de Evaluación de Programas y Políticas Públicas*(9), 99-112.
- International Civil Airport Organization. (2013). *Airport Economics Manual* (Tercera ed.). Quebec, Canadá: International Civil Airport Organization.
- Jaime, J. (2016). *Formulaciones en el Análisis Envolvente de Datos (DEA). Resolución de casos prácticos*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- Kale, S., Hasan, M., & Huseyin, S. (2015). The Effects of Regulations on the Performance of Banks: Evidence from the Turkish Banking Industry. *Journal of Centrum Cathedra*, 8(2), 109-145.
- Lin, P. (2013). *A study on the relationship between airport privatization and airport efficiency*. (Tesis de Posgrado) Cardiff University, Cardiff.
- Loayza, N. (2015). Productividad e Infraestructura en el Perú. *IX Foro Internacional de economía Quo Vadis Perú 2015*. Lima. Obtenido de <http://pubdocs.worldbank.org/en/434811437075534281/Loayza.pdf>

- Martic, M., Novalovic, M., & Baggia, A. (2009). Data Envelopment Analysis. Basic Models and their utilization. *Orgnanizacija*, 42(2), 37-43.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2011). Metodología de Investigación (Quinta ed.). Ciudad de México: McGraw-Hill.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2006). Metodología de la Investigación (Cuarta ed.). Ciudad de México: McGraw-Hill.
- Hurtado de Mendoza C. (19 de marzo del 2017). Sky Airline se estrena como low cost con oferta Lima-Santiago. El Comercio. Recuperado de:  
<https://elcomercio.pe/economia/negocios/sky-airline-estrena-low-cost-oferta-lima-santiago-145164>.
- Nadiri, M. (1970). Some approaches to the theory and measurement of total factor productivity: a survey. *Journal of Economic Literature*, 8(4), 1137-1177.
- Norman, M., & Stoker, B. (1991). *Data Envelopment Analysis: The Assessment of Performance* (Primera ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Organización para la Cooperación Económica y Desarrollo. (2014). Latin American Economic Outlook. Obtenido de [https://read.oecd-ilibrary.org/development/latin-american-economic-outlook-2014\\_leo-2014-en#page5](https://read.oecd-ilibrary.org/development/latin-american-economic-outlook-2014_leo-2014-en#page5)
- Osman, I., Latef, A., & Emrouznejad, A. (2014). *Handbook of Research on Strategic Performance Management and Measurement Using Data Envelopment Analysis* (Primera ed.). Hershey, Estados Unidos: Business Science Reference.
- Oum, T., Adler, N., & Yu, C. (2006). Privatization, corporization, ownership forms and their effect on the performance of the world's major airports. *Journal of Air Transport Management*, 12(3), 109-121.

- Parra, F. (2004). Análisis de Eficiencia y Productividad. Obtenido de Análisis de Eficiencia y Productividad: <https://econometria.files.wordpress.com/2007/12/analisis-de-eficiencia-y-productividad.pdf>
- Perelman, S., & Serebrisky, T. (2012). Measuring Technical Efficiency of Airports in Latin America.
- Périco, A., Santana, N., & Rebelatto, D. (2017). Efficiency of brazilian international airports: applying the bootstrap data envelopment analysis. *Gestao y Producao*, 24(2), 370-381. Obtenido de <http://dx.doi.org/10.1590/0104-530X1810-15>
- Pestana, C., & Managi, S. (2014). Productivity change of UK airports. *International Journal of Logistics Economics and Globalization*, 1(6), 22-42.
- Redacción Economía. (5 de Diciembre de 2017). Perú incrementa posibilidades de ingreso a la OCDE. *El Comercio*. Obtenido de <https://elcomercio.pe/economia/peru/peru-incrementa-posibilidades-ingreso-ocde-noticia-479224>
- Redacción Gestión (9 de mayo del 2017). Viva Air Perú: Este será el impacto de la low cost en el turismo interno. *Diario Gestión*. Recuperado de: <https://gestion.pe/economia/empresas/viva-air-peru-sera-impacto-low-cost-turismo-interno-134667>
- Rhodes, E. (1978). *Data envelopment analysis and related approaches for measuring the efficiency of decision making units with an application to Program Follow Through in U.S. education* (Tesis de Ph.D). Carnegie-Mellon University School of Urban and Public Affairs, Pittsburgh.
- Ruiz, R. (2007). El Método Científico y sus Etapas. Disponible en <http://www.index-f.com/lascasas/documentos/lc0256.pdf>
- Saéz, R. (2010). La OCDE y el ingreso de Chile. *ESTUDIOS INTERNACIONALES* 43 (166), 93-112.

- Sánchez, R. (6 de Octubre de 2008). Infraestructura, productividad y competitividad. *Conferencia "América Latina necesita mejorar en competitividad y productividad"*. Santiago de Chile: CEPAL. Obtenido de [http://www.iirsa.org/admin\\_iirsa\\_web/Uploads/Documents/cap\\_santiago08\\_ricardo\\_sanchez\\_dia1.pdf](http://www.iirsa.org/admin_iirsa_web/Uploads/Documents/cap_santiago08_ricardo_sanchez_dia1.pdf)
- Tshivhase, T. (2018). Does Operational Efficiency Depend on the Airport's Size? *International Journal of Management Science and Business Administration*, 4(4), 28-37.
- Universidad Nacional Autónoma de México. (2007). Obtenido de <http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/456/A4.pdf?sequence=4>
- Vilaseca, J., & Torrent, J. (Abril de 2001). *Tecnología y economía: una aproximación a la interpretación económica del conocimiento*. Universitat Oberta de Catalunya. Obtenido de: [http://www.uoc.edu/web/esp/art/one/0104013/one04\\_imp.html](http://www.uoc.edu/web/esp/art/one/0104013/one04_imp.html)
- Villa, G. (2003). *Análisis por Envoltura de Datos (DEA) Nuevos Modelos y Aplicaciones*. (Tesis de doctorado) Universidad de Sevilla, Sevilla.
- World Bank. (1994). *World development report 1994: infrastructure development*. World Bank. Obtenido de <http://documents.worldbank.org/curated/en/535851468336642118/World-development-report-1994-infrastructure-for-development>
- Zofio, J. (2007). Malmquist productivity index descompositions: a unifying framework. *Applied Economics*, 39(18), 2371-2387.

## Apéndice A

### Panel de datos normalizados de los aeropuertos de estudio

Aeropuerto	2014				2015			
	Entradas		Salidas		Entradas		Salidas	
	Área total del terminal de pasajeros	Área plataforma de aeronaves	Número de Pasajeros	Movimiento de aeronaves	Área total del terminal de pasajeros	Área plataforma de aeronaves	Número de Pasajeros	Movimiento de aeronaves
Arequipa (AQP)	1.4136	1.1072	1.8944	1.3877	1.4136	1.1072	2.0167	1.3509
Ayacucho (AYP)	0.5052	0.5813	0.1202	0.2901	0.5052	0.5813	0.1936	0.3464
Cajamarca (CJA)	0.1941	0.4429	0.3540	0.3201	0.1941	0.4429	0.3668	0.2963
Cusco (CUZ)	3.1138	1.5910	3.4853	2.5438	3.1138	1.5910	3.9042	2.8917
Chiclayo (CIX)	0.3289	0.5960	0.6154	0.5636	0.3289	0.5960	0.5827	0.6891
Iquitos (IQT)	0.9925	1.8840	1.4012	1.2607	0.9925	1.8840	1.4137	1.2013
Juliaca (JUL)	0.7239	0.6920	0.5182	0.3762	0.7239	0.6920	0.5875	0.3782
Piura (PIU)	0.3606	0.3875	1.0472	0.7816	0.3606	0.3875	1.1189	0.9156
Pucallpa (PCL)	0.5526	0.8679	0.6261	1.5464	0.5526	0.8679	0.6677	1.6686
Puerto Maldonado (PEM)	0.5695	0.6384	0.3757	0.3280	0.5695	0.6384	0.3886	0.2964
Tacna (TCQ)	0.5974	0.8304	0.4775	0.3332	0.5974	0.8304	0.5162	0.3074
Tarapoto (TPP)	0.5526	1.8196	0.9127	0.9275	0.5526	1.8196	0.8652	0.8267
Trujillo (TRU)	0.4997	0.6415	0.6731	0.7639	0.4997	0.6415	0.6687	0.8575
Tumbes (TBP)	0.4171	0.4429	0.2573	0.1454	0.4171	0.4429	0.2571	0.1520
Arica (ARI)	1.1403	1.0254	0.8319	0.6733	1.1403	1.0254	0.8041	0.4962
Iquique (IQQ)	1.7380	1.2519	1.7102	3.1731	1.7380	1.2519	1.5612	3.0788
Antofagasta (ANF)	2.2586	1.5744	2.9137	2.7850	2.2586	1.5744	2.6671	2.3649
Calama (CJC)	1.7762	0.6920	1.9088	1.1150	1.7762	0.6920	1.8343	0.9350
Copiapó (CPO)	0.6782	1.1418	0.7571	0.7910	0.6782	1.1418	0.5770	0.6194
La Serena (LSC)	0.9868	1.0774	1.0168	1.2220	0.9868	1.0774	1.0269	1.1999
Isla de Pascua (IPC)	0.5482	0.7630	0.2408	0.1608	0.5482	0.7630	0.2672	0.1356
Concepción (CCP)	1.8001	1.9878	1.3536	1.9874	1.8001	1.9878	1.2284	1.7060
Temuco (ZCO)	1.1637	0.7879	0.7068	0.2950	1.1637	0.7879	0.7774	0.7287
Valdivia (ZAL)	0.4824	0.7578	0.2140	0.2182	0.4824	0.7578	0.1711	0.1667
Osorno (ZOS)	0.3364	0.2353	0.1095	0.4600	0.3364	0.2353	0.0817	0.5427
Puerto Montt (PMC)	2.1709	2.1523	1.7846	1.6639	2.1709	2.1523	1.7494	1.9763
Balmaceda (BBA)	0.5636	0.6088	0.6033	0.3469	0.5636	0.6088	0.5998	0.3377
Punta Arenas (PUQ)	1.5350	1.4215	1.0905	1.5402	1.5350	1.4215	1.1068	1.5341

## Apéndice B

### Correlaciones 2 entradas 3 salidas

	(I) Área total del terminal de pasajeros	(I) Área plataforma de aeronaves	(O) Número de Pasajeros	(O) Carga y Correo	(O) Movimiento de aeronaves
(I) Área total del terminal de 1 pasajeros	,682**	,682**	,913**	,310	,805**
	,000	,000	,000	,109	,000
	28	28	28	28	28
(I) Área plataforma de aeronaves	,682**	1	,624**	,529**	,667**
	,000	,000	,000	,004	,000
	28	28	28	28	28
(O) Número de Pasajeros	,913**	,624**	1	,373	,836**
	,000	,000	,000	,051	,000
	28	28	28	28	28
(O) Carga y Correo	,310	,529**	,373	1	,460*
	,109	,004	,051	,000	,014
	28	28	28	28	28
(O) Movimiento de aeronaves	,805**	,667**	,836**	,460*	1
	,000	,000	,000	,014	,000
	28	28	28	28	28

\*\* . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (2 colas).

\* . La correlación es significativa en el nivel 0,05 (2 colas).

## Apéndice C

### Correlaciones 1 entrada 3 salidas

	(I) Área total del terminal de pasajeros	(O) Número de Pasajeros	(O) Carga y Correo	(O) Movimiento de aeronaves
(I) Área total del terminal de pasajeros	1	,913**	,310	,805**
		,000	,109	,000
	28	28	28	28
(O) Número de Pasajeros	,913**	1	,373	,836**
	,000		,051	,000
	28	28	28	28
(O) Carga y Correo	,310	,373	1	,460*
	,109	,051		,014
	28	28	28	28
(O) Movimiento de aeronaves	,805**	,836**	,460*	1
	,000	,000	,014	
	28	28	28	28

\*\* . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (2 colas).

\* . La correlación es significativa en el nivel 0,05 (2 colas).

## Apéndice D

### Correlaciones 2 entradas 2 salidas

	(I)Área total del terminal de pasajeros	(I)Área plataforma de aeronaves	(O) Número de Pasajeros	(O) Movimiento de aeronaves
(I)Área total del terminal de pasajeros	1	,682**	,913**	,805**
	28	28	28	28
(I)Área plataforma de aeronaves	,682**	1	,624**	,667**
	,000		,000	,000
	28	28	28	28
(O) Número de Pasajeros	,913**	,624**	1	,836**
	,000	,000		,000
	28	28	28	28
(O) Movimiento de aeronaves	,805**	,667**	,836**	1
	,000	,000	,000	
	28	28	28	28

\*\* . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (2 colas).